

# **Zum physikalisch nichtlinearen Tragverhalten von scheibenartig beanspruchten Deckentafeln**

Von der  
Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften  
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina  
zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades eines  
**Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)**  
genehmigte

## **Dissertation**

von  
David Anheier  
geboren am 01. Januar 1986  
aus Bonn – Bad Godesberg

Eingereicht am: 01. Juli 2019

Disputation am: 29. Oktober 2019

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Martin H. Kessel  
Prof. Dr.-Ing. Francois Colling



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit wurde von mir während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Baukonstruktion und Holzbau der Technischen Universität Braunschweig zwischen November 2013 und August 2019 angefertigt. In diese Arbeit sind die im Rahmen von zwei aufeinander aufbauenden DFG-Projekten zum Thema „Entwicklung einer Traglasttheorie für Holztafeln“ (KE 901/4-3 und SI 1456/1-1) entstandenen Ergebnisse eingegangen.

Meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Martin H. Kessel gebührt ein sehr großer Dank für die konstruktive und vertrauensvolle Zusammenarbeit, insbesondere seine Unterstützung, seine Geduld und sein Vertrauen in meine Fähigkeiten am Anfang meiner wissenschaftlichen Tätigkeit. Ich danke ihm ebenfalls sehr für das große wissenschaftliche Interesse an meiner Arbeit, seine stets vorhandene Diskussionsbereitschaft und die damit verbundenen wertvollen Anregungen, sowie sein großes Engagement, durch das diese Arbeit erst möglich war.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Mike Sieder danke ich zum einen für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission und zum anderen für seine wohlwollende Unterstützung als Leiter des Institutes in den letzten Jahren meiner Anstellung. Darüber hinaus danke ich ihm für das entgegengebrachte Vertrauen in meine Arbeit am Institut, die Einbindung in sein Ingenieurbüro und die damit verbundene Möglichkeit neben meiner Tätigkeit am Institut praktisch tätig zu sein, sowie die durch ihn geschaffenen angenehmen Arbeitsbedingungen.

Ebenfalls danken möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Francois Colling für die Übernahme des Koreferats und Herrn Prof. Dr.-Ing. Bohumil Kasal für das Mitwirken als Prüfer in der Prüfungskommission.

Ganz herzlich danke ich auch allen ehemaligen und aktuellen Mitarbeitern sowie studentischen Hilfskräften des Instituts für Baukonstruktion und Holzbau für die stets gute und freundschaftliche Zusammenarbeit.

Ein ganz besonderer Dank gilt Herrn Dipl.-Ing. Theo Schönhoff, der mir jederzeit mit Rat und Tat zur Seite stand. In vielen fachlichen Diskussionen hat er durch seine wertvollen Ratschläge und Anregungen wesentlich zum Entstehen dieser Arbeit beigetragen.

Besonders hervorgehoben seien zudem zum einen Herrn Dipl.-Ing. Peer Janßen, der mich schon während meiner Studienzeit in das Institut integriert hat und mir bis zum Abschluss dieser Arbeit jederzeit mit Rat und Tat zur Seite stand, und zum anderen Frau Dipl.-Ing. Maren Fath für ihre uneingeschränkte Unterstützung in den letzten Jahren.

Herzlich bedanken möchte ich mich auch bei meiner Familie, insbesondere meinen Eltern, die mir mein Studium ermöglicht und mich bis zum Abschluss dieser Arbeit in meinen Entscheidungen unterstützt haben.

Schließlich danke ich meinen Freunden für die fortwährende Unterstützung in den letzten Jahren.





## Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Motivation .....	1
1.1	Allgemeines .....	1
1.2	Erweitertes Schubfeldträgermodell .....	3
1.3	Ziel dieser Arbeit .....	6
2	Phänomene elastischer und voll plastischer Grenzzustände .....	9
2.1	Allgemeines .....	9
2.2	Rechteckige Tafel mit Beplankung aus einer Platte .....	10
2.3	Rechteckige Tafel mit Beplankung aus mehreren Platten .....	12
3	Analytische Beschreibung der elastischen und plastischen Grenzzustände des Verbundes von Rippe und Platte .....	23
3.1	Allgemeines .....	23
3.2	Alleinige Beanspruchung des Verbundes durch $s_{90}$ .....	24
3.3	Beanspruchung des Verbundes durch $s_0$ und $s_{90}$ .....	27
3.4	Gleichgewicht von Verbundgrößen und Rippenschnittgrößen für spezielle Lagerungsfälle eines Rippenabschnitts .....	30
3.5	Verhältnis von voll plastischen zu elastischen Verbundschnittgrößen für Beanspruchung durch $s_{90}$ .....	34
4	Konzept der experimentellen Untersuchungen .....	35
5	Stoff- und Rechenmodelle des Verbundes von Rippe und Platte .....	39
5.1	Stoffmodell eines einzelnen Verbindungsmittels als Teil des Verbundes .....	39
5.2	Modelle des Verbundes der Länge $l_v$ .....	40
5.2.1	Stoffmodell .....	40
5.2.2	Rechenmodelle .....	41
5.2.3	Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.1 im elastischen Bereich .....	41
5.2.4	Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.2 im elastischen Bereich .....	41
5.2.5	Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.2 im plastischen Bereich .....	43
5.2.6	Rechenmodell 3V: Elastische Rippe mit Verbund als elastisch gebetteter Balken ...	46
5.3	Vergleich der Rechenmodelle mit Versuchsergebnissen .....	51
6	Lokale Verformungen eines Verbundabschnitts der Länge $l_v$ .....	55
6.1	Alleinige Beanspruchung durch $s_{90}$ .....	55
6.2	Interaktion der Verbundbeanspruchungen $s_0$ und $s_{90}$ .....	58
6.3	Anwendungsfall B4 .....	63
7	Globale Verformungen einer Kleintafel .....	67
8	Erweitertes Schubfeldträgermodell – voll plastischer Grenzzustand .....	75
8.1	Tafeltypen .....	75
8.2	Einführung .....	76

8.3	Tafeln mit kontinuierlicher Lagerung der Rippen (Typ 1.1, 1.1b und 1.1c).....	83
8.3.1	Voll plastische Grenzlasten von Tafeltyp 1.1, 1.1b und 1.1c .....	84
8.3.2	Grenzlasten von Tafeltyp 1.1, 1.1b und 1.1c – Zahlenbeispiele .....	88
8.4	Tafeln mit punktueller Lagerung der Rippen .....	90
8.4.1	Verteilung der Querkräfte im Auflagerbereich .....	92
8.4.2	Elastische Grenzlasten von Tafeltyp 1.2, 1.2b und 1.2c.....	93
8.4.3	Voll plastische Grenzlasten von Tafeltyp 1.2, 1.2b und 1.2c .....	95
8.4.4	Grenzlasten von Tafeltyp 1.2, 1.2b und 1.2c - Zahlenbeispiele .....	96
8.5	Tafeln mit kontinuierlicher Lagerung der Rippen (Typ 2.1) .....	99
8.5.1	Voll plastische Grenzlast von Tafeltyp 2.1.....	100
8.5.2	Grenzlasten von Tafeltyp 2.1 - Zahlenbeispiele .....	102
9	Erweitertes Schubfeldträgermodell – Vergleich elastischer und voll plastischer Grenzlasten	105
9.1	Tafeln mit kontinuierlicher Lagerung der Rippen – Vergleich elastische und voll plastische Grenzlasten (Typ 1.1, 1.1b und 1.1c) .....	105
9.2	Tafeln mit punktueller Lagerung der Rippen – Vergleich elastische und voll plastische Grenzlasten (Typ 1.2, 1.2b und 1.2c) .....	107
9.3	Tafeln mit kontinuierlicher Lagerung der Rippen – Vergleich elastische und voll plastische Grenzlasten (Typ 2.1).....	108
9.4	Interpretation der Ergebnisse.....	110
10	Erweitertes Schubfeldträgermodell – Grenzzustand übermäßiger Verformungen.....	113
11	Zusammenfassung und Ausblick.....	119
12	Literatur.....	121
13	Abbildungsverzeichnis.....	123
Anhang A	Koeffizienten des elastisch gebetteten Balkens .....	A-1
Anhang B	Verteilung der Querkräfte im Auflagerbereich bei Tafeltyp 1.2, 1.2b und 1.2c.....	B-1
Anhang C	Umlagerungsmöglichkeiten - Zahlenbeispiele .....	C-1
Anhang D	Voll plastische Grenzlasten - Zahlenbeispiele.....	D-1
Anhang E	Grenzzustand übermäßiger Verformungen - Zahlenbeispiele .....	E-1
Anhang F	Übersicht der Prüfkörper.....	F-1

## Bezeichnungen

Scheibenartig beanspruchte Tafel	Verbundkonstruktion bestehend aus <ul style="list-style-type: none"> <li>- Rippen mit Rechteckquerschnitt aus Bauschnittholz, Brettschichtholz, Balkenschichtholz oder Holzwerkstoffen,</li> <li>- ein- oder beidseitig angeordneten Beplankungen aus Holz- oder Gipswerkstoffen und</li> <li>- ihrem nachgiebigen Verbund durch stabförmige Verbindungsmittel im Abstand <math>a_1</math>.</li> </ul>
Randrippe	Tafeln werden an allen 4 Seiten durch Randrippen begrenzt, in der Regel durchlaufend.
Stoßrippe	Verbindungselement benachbarter Plattenränder
Beplankung	Die Beplankung besteht in der Regel aus mehreren Platten.
Platte	Eine Platte wirkt hier im statischen Sinne als Scheibe.
Verbund, Verbünde	Der Verbund von Rippe und Platte wird durch stabförmige Verbindungsmittel erzeugt.
Elastischer Grenzzustand $R_y$	Verschiebungszustand $u_y$ einer Tafel, bei dem das erste Verbindungsmittel seine Fließverschiebung erreicht.
Voll plastischer Grenzzustand $R_{pl}$	Grenzzustand einer Tafel, bei dem für Teile der Tafel oder für die Tafel als Ganzes keine stabile Gleichgewichtslage möglich ist.
Grenzzustand übermäßiger Verschiebung $R_{exz}$	Verschiebungszustand übermäßiger Verformungen der Tafel, bei dem die Gültigkeitsgrenze des Berechnungsmodells erreicht ist.
Grenzzustand $R_k$ der Tragfähigkeit (ULS)	$R_k = \begin{cases} R_{pl} & \leftarrow \text{rote Tafel} \\ R_{exz} & \leftarrow \text{blaue Tafel} \end{cases}$
Bemessungszustand $R_d$ der Tragfähigkeit (STR)	$R_d = R_k / \gamma_M$
Grenzzustand $F_{ser} = F_k$ der Gebrauchstauglichkeit (SLS)	Verschiebungszustand $u_{ser}$ einer Tafel infolge charakteristischer Einwirkungen $F_k$



## Abkürzungen

$\ell_p$	Plattenlänge
$h_p$	Plattenhöhe
$\ell_v = \ell_p$ oder $\ell_v = h_p$	Verbundlänge, Länge des zugehörigen Rippenabschnitts
$\ell$	Tafellänge als ein Vielfaches der Plattenlänge $\ell_p$
$h$	Tafelhöhe als ein Vielfaches der Plattenhöhe $h_p$
$a_r$	Abstand der Rippen/Deckenbalken
$P_0, P_{90}, M$	Verbundgrößen $P_0$ in Richtung der Rippenachse wirkende Kraft $P_{90}$ senkrecht zur Rippenachse wirkende Kraft $M$ Verbundmoment
$P_{0,y}, P_{90,y}, M_y$	Verbundbeanspruchbarkeiten bei Erreichen der Fließgrenze
$P_{0,pl}, P_{90,pl}, M_{pl}$	Voll plastische Verbundbeanspruchbarkeiten
$p_0, p_{90}, m$	auf die Verbundbeanspruchbarkeiten bei Erreichen der Fließgrenze bezogene Verbundgrößen
$N, Q, M$	Schnittgrößen einer Rippe
$K$	Verschiebungsmodul eines stabförmigen Verbindungsmittels $K_{ser}$ mittlerer Verschiebungsmodul $K_u$ charakteristischer Verschiebungsmodul $K_d$ Bemessungsmodul (STR)
$a_1$	Verbindungsmittelabstand parallel zum Plattenrand
$k$	auf den Verbindungsmittelabstand bezogener Verschiebungsmodul ( $K/a_1$ )
$s_0$	Schubfluss parallel zu Plattenrand und Rippenachse zur direkten Verbindung von Platte und Rippe und zur indirekten Verbindung von zwei benachbarten Platten über die gemeinsame Rippe
$s_{90}$	Schubfluss senkrecht zu Plattenrand und Rippenachse zur direkten Verbindung von Platte und Rippe und zur indirekten Verbindung von zwei benachbarten Platten über die gemeinsame Stoßrippe, eine direkte Verbindung von zwei benachbarten Platten durch Druckkontakt bleibt unberücksichtigt
$s_{res}$	Resultierender Schubfluss
$s_{pl}$	Schubfluss bei Erreichen der Fließverschiebung des Verbindungsmittels / Bemessungswert der Verbundbeanspruchbarkeit ( $R_d/a_1$ )
$u_{res}$	Resultierende Verschiebungen der Rippe gegenüber der Platte
$u_{el}$	Verschiebung einer Tafel im elastischen Grenzzustand ( $q_d = q_{el,d,PRB}$ bzw. $q_d = q_{el,d}$ )
$u_0$	Verschiebung der Rippe parallel zum Plattenrand infolge $P_0$
$u_{90}$	Resultierende Verschiebung senkrecht zum Plattenrand infolge $M$ und $P_{90}$
$u_{90,0}$	Verschiebungsanteil senkrecht zum Plattenrand infolge $P_{90}$
$u_y$	Fließverschiebung eines stabförmigen Verbindungsmittels oder des Verbundes
$u_{pl}$	Plastische (irreversible) Verschiebung eines stabförmigen Verbindungsmittels oder des Verbundes

$\varphi$	Verdrehung der Rippe gegenüber der Platte
$\varphi_y$	Fließverdrehung des Verbunds
$\bar{u}, \bar{\phi}$	auf die Fließverschiebung/-verdrehung bezogene Verschiebung/Verdrehung
$q$	Äußere Beanspruchung/Einwirkung einer Deckentafel
$q_d$	Bemessungswert der äußeren Beanspruchung/Einwirkung einer Deckentafel
$q_{el,d}$	Bemessungswert der Beanspruchbarkeit einer Deckentafel im elastischen Grenzzustand nach den Bestimmungsgleichungen dieser Arbeit
$q_{el,d,PRB}$	Bemessungswert der Beanspruchbarkeit einer Deckentafel im elastischen Grenzzustand nach Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017c, 2017d)
$q_{el,d,Hall}$	Bemessungswert der Beanspruchbarkeit einer Deckentafel im elastischen Grenzzustand nach Hall (2012)
$q_{1,5,d,Hall}$	Bemessungswert der Beanspruchbarkeit einer Deckentafel im Grenzzustand übermäßiger Verformungen nach Hall (2012)
$q_{pl,d}$	Bemessungswert der Beanspruchbarkeit einer Deckentafel im voll plastischen Grenzzustand
$q_{pl,d,Hall}$	Bemessungswert der Beanspruchbarkeit einer Deckentafel im plastischen Grenzzustand nach Hall (2012)
$n_{tp}$	Anzahl der Platten in Richtung der Tafellänge $l$
$n_{hp}$	Anzahl der Platten in Richtung der Tafelhöhe $h$
$n_r$	Anzahl der Verbindungsmittelreihen (Tafeltyp 1)
$n_{rp}$	Anzahl der Verbindungsmittelreihen (Tafeltyp 2)
$k_q$	Beiwert zur Berücksichtigung der Lasteinleitung
$k_{pl}$	Beiwert zur Berücksichtigung plastischer Bereiche des Verbunds

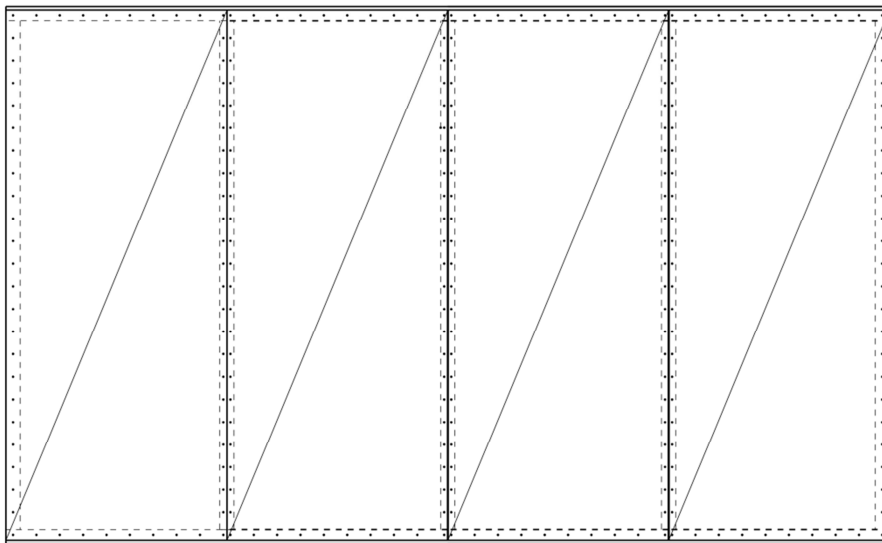
# 1 Einleitung und Motivation

## 1.1 Allgemeines

Während vertikale Lasten auf ein Gebäude an vielen Stellen direkt bis in die Fundamente weitergeleitet werden können, müssen horizontale Lasten durch das Zusammenwirken der Dach-, Wand- und Deckenbauteile als eine Gesamtstruktur abgetragen werden. Neben der Anordnung von Rahmen oder Verbänden bieten sich Scheiben an, um das Gebäude auszusteifen. Im Holzbau können diese Scheiben beispielsweise durch Holztafeln realisiert werden.

Holztafeln, wie in Abbildung 1 dargestellt, sind Verbundbauteile bei denen Rippen und Beplankung aus einer oder mehreren Platten mit Hilfe von metallischen Verbindungsmitteln nachgiebig miteinander verbunden werden und die erst durch diese Verbindung im statischen Sinn als Scheibe eine aussteifende Funktion für ein Gebäude übernehmen können. Die statisch wirksame Beplankung kann ein- oder zweiseitig angeordnet werden. Während die Rippen überwiegend aus Vollholz bestehen, werden als statisch wirksame Beplankung Holzwerkstoff- und Gipswerkstoffplatten eingesetzt. Der nachgiebige Verbund wird in der Regel aus Klammern hergestellt, wobei auch Nägel oder Schrauben verwendet werden.

Überwiegend werden Holztafeln als Wand- und Deckentafeln oder als Dachtafeln eingesetzt und gewährleisten durch ihr räumliches Zusammenwirken die Tragfähigkeit eines Gebäudes in Holztafelbauart.



**Abbildung 1: Ansicht des materialisierten Modells einer Holztafel**

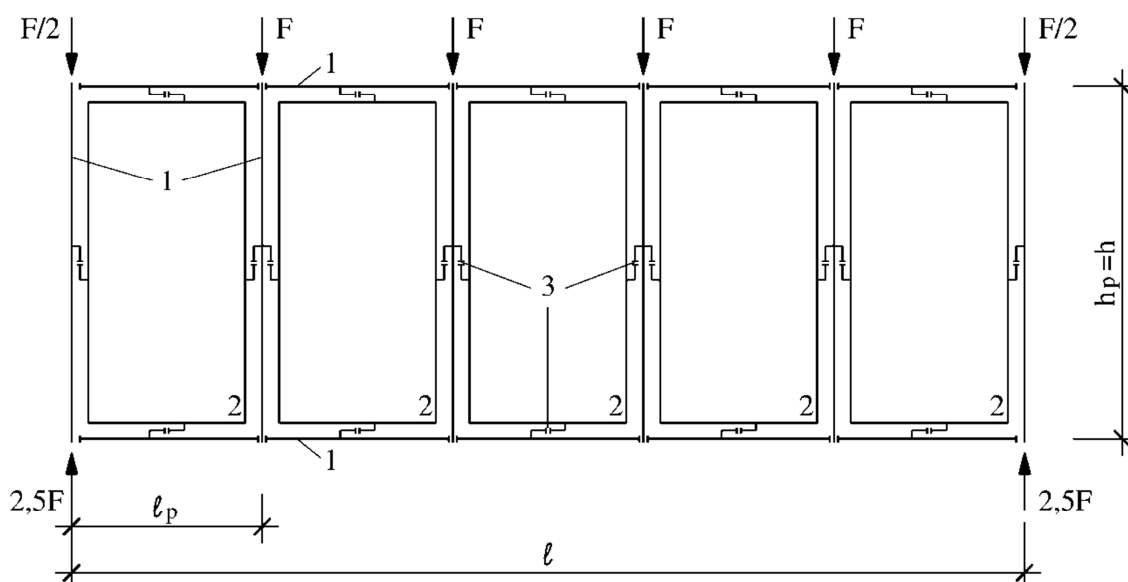
Damit dieses räumliche Zusammenwirken abgebildet werden kann, sind Tragmodelle erforderlich, die mit ausreichender Genauigkeit die Berechnung der Beanspruchungen von Holztafeln ermöglichen. Neben der aufwändigen Modellierung von Holztafeln mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode und Berücksichtigung der Vielzahl an Bauteilen und Verbindungsmitteln, werden die Beanspruchungen von Holztafeln häufig mit einem vereinfachten und für eine Handrechnung geeigneten Verfahren ermittelt –dem Schubfeldträgermodell<sup>1</sup>. Um Holztafeln nach diesem Modell

<sup>1</sup>Kessel, Anheier, Sieder und Janßen (2018a) erklären die Abkehr vom allgemein geläufigen Begriff des „Schubfeldmodells“ / der „Schubfeldmethode“ folgendermaßen: „Diese Methode und ihr Name haben sich aus einem Berechnungsverfahren entwickelt, das von Czerwenka und Schnell (1967) für Träger mit I-Querschnitt als Näherungsverfahren vorgeschlagen wurde. Die Näherung besteht darin, dass die Eigenbiegesteifigkeiten der Gurte und

berechnen zu können, müssen die statischen Modelle eines Schubfeldträgers nach Kessel, Anheier und Sieder (2018b) aus folgenden Bauteilen bestehen:

- Rippen, die als Stabketten wie die beiden Gurte eines Fachwerkträgers wirken. Ihre Normalkräfte bewirken ein Kräftepaar, das dem Biegemoment des realen Trägers gleich ist.
- Schubfeldern, die rechteckig und aneinander gereiht sind und im Holztafelbau als Platten bezeichnet werden. Jedes Schubfeld wird durch konstant über die Fläche verteilte Schubspannungen beansprucht und ist an seinen 4 Rändern mit Rippen verbunden.
- Rippen, die den Schubfeldern zur Weiterleitung ihres Schubflusses  $s_0$  parallel zum Schubfeldrand und parallel zur Rippenachse dienen. In dieser Funktion gibt es Verteilerrippen, die äußere einwirkende Kräfte und Auflagerkräfte in die Tafel einleiten, und es gibt Stoßrippen als Verbindungselemente, die zwei Schubfelder für  $s_0$  miteinander verbinden.
- Verbünden aller Schubfeldränder mit jeweils einer Rippe durch stabförmige Verbindungsmittel. Jeder Verbund wird durch einen Schubfluss  $s_0$  beansprucht, der entlang des Randes konstant verteilt ist.

Statische Modelle, die diesen Anforderungen entsprechen, sind in Abbildung 2 und Abbildung 3 dargestellt. Weitere statische Modelle sind z.B. bei Kessel (2002) zu finden.



1 Rippen

2 Platten der Beplankung

3 Symbol für längenbezogene Verbindung von Platte und Rippe, beansprucht durch Schubfluss  $s_0$  [N/mm] parallel zum Plattenrand

**Abbildung 2: Statisch bestimmtes Modell eines Schubfeldträgers oder einer Deckentafel**

des Steges vernachlässigt werden. Der Steg besteht aus einer Aneinanderreihung von Schubfeldern und die Gurte aus Stabketten, die auf der einen Seite auf Druck und auf der anderen Seite auf Zug beansprucht werden, ähnlich den Gurten eines idealen Fachwerkträgers. Die von Czerwenka und Schnell (1967) für dieses Gedankenmodell mit Bedacht gewählte Bezeichnung „Schubfeldträger“ setzt sich aus zwei selbständigen Begriffen zusammen: Das „Schubfeld“ weist einerseits hin auf die Schubfelder des Steges und ihre Verbindungen mit den Gurten und untereinander, und der „Träger“ weist andererseits auf die Biegung hin und damit auf die Kettenglieder (Stäbe) der Gurte und ihre Verbindungen untereinander, die eine ebenso wichtige tragende Funktion besitzen. In dem heute in Anlehnung daran gebräuchlichen Begriff „Schubfeldmethode“ ist der „Träger“ leider verloren gegangen, was dem Verständnis des Tragverhaltens von Tragwerken schadet, die nach dieser Methode berechnet werden.“





allgemeinen analytischen Lösungen für die Spannungen und Verformungen von Holztafelkonstruktionen. Die Ermittlung der voll plastischen Grenzlast basiert jedoch auf einem iterativen Vorgehen für das kein allgemeingültiger Algorithmus angegeben wird. Dies schränkt die Anwendbar- und die Übertragbarkeit dieser Methode auf größere Holztafelkonstruktionen erheblich ein.

Hall (2012) zufolge liefert das Stab-Verbund-Modell ähnliche Ergebnisse, wie die einer Finite-Elemente-Software. Es berücksichtigt sowohl das linear elastische als auch das physikalisch nichtlineare Tragverhalten von Holztafelkonstruktionen. Mit Hilfe des Stab-Verbund-Modells ist die Ermittlung des elastischen und des voll plastischen Grenzzustandes für jegliche Holztafelkonstruktionen möglich. Darüber hinaus können auch Beanspruchungszustände und Verformungen zwischen diesen beiden Grenzzuständen angegeben werden.

Da das Stab-Verbund-Modell nicht in den kommerziellen Markt eingeführt wurde, haben Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a) das Schubfeldträgermodell erweitert, um zumindest die Beanspruchungen und die Verformungen von Holztafeln mit freien Plattenrändern im elastischen Grenzzustand durch eine Handrechnung mit vertretbarem Aufwand zu bestimmen.

Im erweiterten Schubfeldträgermodell werden die durchlaufenden Rippen durch eine Gelenkkette mit Gelenken im Bereich der Plattenstöße ersetzt. Im Unterschied zum Stab-Verbund-Modell werden nicht nur die Verformungen der Beplankung, sondern auch die der Rippenabschnitte der Gelenkkette vernachlässigt. Es kann als ein Starrkörpermodell mit elastischem, ideal plastischem Verbund bezeichnet werden. Dieses Modell hat neben dem Stab-Verbund-Modell seine Berechtigung in der Möglichkeit, einfache Bestimmungsgleichungen zur Abschätzung der Beanspruchungen im elastischen Grenzzustand zu liefern.

Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a) folgend unterscheidet sich das erweiterte Schubfeldträgermodell von dem zuvor beschriebenen, reinen Schubfeldträgermodell dadurch, dass

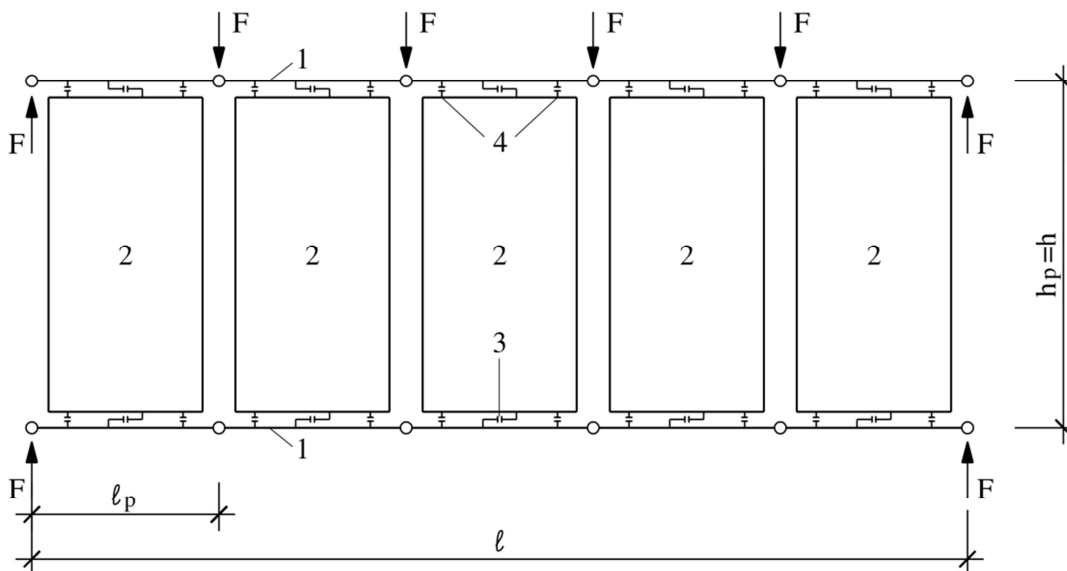
- das Modell aus einer Kombination von gelenkig verbundenen Stäben und Scheiben besteht,
- die Scheiben auch freie Ränder besitzen,
- die Scheiben (Platten der Beplankung) biegestarr sind,
- die Rippen (Gurte, Deckenbalken) biegestarr sind,
- die Verbundspannungen nicht mehr nur parallel zum Scheibenrand, sondern auch in einem Winkel zum Rand wirken, so dass die Verbundspannungen keine reinen Schubspannungen sind, und die Rippen an diesen Rändern trotz der Gelenke auf Biegung beansprucht werden und
- die Schubspannungen und damit auch die Hauptzugspannungen nicht mehr konstant über das Schubfeld verteilt sind.

Ein zugehöriges Modell ist in Abbildung 4 dargestellt und dient zum Vergleich mit dem Modell in Abbildung 2. Zudem nehmen die genannten Autoren zur Ermittlung der Beanspruchungen und der Verformungen folgendes an:

- Aus der Biegebeanspruchung der Deckentafeln resultieren nur Normalkräfte in den Ober- und den Unterurten, nicht in den parallel dazu verlaufenden Innenrippen.

- Die Rippen (Gurte, Deckenbalken) sind dehnsteif, d.h. Verformungen der Rippen infolge von Normalkräften werden berücksichtigt.<sup>2</sup>
- Die Platten der Beplankung sind schubsteif, d.h. die Schubverformungen werden berücksichtigt.<sup>2</sup>
- Die Vereinfachung, aufgrund der nicht vorhandenen Momente an den Plattenübergängen, dort Gelenke anzusetzen, wird für übliche Deckentafeln als hinreichend genau angesehen, so dass die Rippen an diesen Stellen nur Querkräfte übertragen.
- Rippen oder Platten verteilen die Einwirkung  $q$  gleichmäßig über die Tafelhöhe  $h$ .<sup>3</sup>
- Entgegen der Regelungen der DIN EN 1995 und des nationalen Anwendungsdokuments wird auf versetzte Plattenstöße verzichtet. Dies ermöglicht zugleich einen erhöhten Vorfertigungsgrad.

Kessel, Colling, Sieder und Janßen (2017c, 2017d) verallgemeinern das erweiterte Schubfeldträgermodell hinsichtlich unterschiedlicher Plattenlängen und erweitern das Modell um eine Lasteinleitung in den Ober- und um eine in den Ober- und den Untergurt. Zudem erweitern sie die Bestimmungsgleichungen um zusätzliche Plattenreihen.



- 1 Rippen
- 2 Platten der Beplankung
- 3 Symbol für längenbezogenen Verbund von Platte und Rippe, beansprucht durch Schubfluss  $s_0$  [N/mm] parallel zum Plattenrand
- 4 Symbol für längenbezogenen Verbund von Platte und Rippe, beansprucht durch Schubfluss  $s_{90}$  [N/mm] senkrecht zum Plattenrand

**Abbildung 4: Statisch bestimmtes Modell eines Schubfeldträgers<sup>4</sup> oder einer Deckentafel mit freien Plattenrändern**

<sup>2</sup> Diese Steifigkeiten werden lediglich bei der Verformungsberechnung berücksichtigt.

<sup>3</sup> Diese Annahme bezieht sich auf die Lasteinleitung. Für die Lastweiterleitung am Plattenübergang zwischen zwei Platten muss die Annahme ergänzt werden, dass sich die Querkraft anteilig auf die Verbindungsmittelreihen verteilt.

<sup>4</sup> Die Platten wirken weiterhin als Schubfelder, aber auch als Träger der Länge  $h_p$ . In diesen Funktionen werden sie durch Schub in zwei Richtungen und durch Biegung beansprucht.

### 1.3 Ziel dieser Arbeit

Es steht noch aus die Erweiterung des Schubfeldträgermodells so zu modifizieren, dass mit ihrer Hilfe auch bei elastischem, ideal plastischem Materialverhalten plastische Zustände und der voll plastische Grenzzustand bestimmt werden können.

Auf Basis der Fließverbundmethode von Hall (2012) sind bereits vereinfachte Modelle von Anheier (2013) entwickelt worden, bei denen die nichtlinearen Verläufe der Verbundbeanspruchungen parallel und senkrecht zum Plattenrand durch äquivalente konstante Blöcke des Schubflusses ersetzt wurden. Mit diesen Modellen ist jedoch nur der voll plastische Grenzzustand berechenbar und sie müssen somit so modifiziert werden, dass auch alle Zustände zwischen dem elastischen und dem voll plastischen Grenzzustand abgebildet werden können.

Als statisches Modell des Verbundes wird in der Regel vereinfachend eine kontinuierliche Verbindung der Steifigkeit  $k$  in  $\text{N/mm}^2$  eines elastischen, ideal plastischen Stoffgesetzes gewählt, obwohl die Verbindung durch diskret wirkende stabförmige Verbindungsmittel der Steifigkeit  $K$  in  $\text{N/mm}$  erzeugt wird. Die Konservativität dieses vereinfachten Modells wird durch einen Vergleich mit einem diskreten Verbundmodell mit der Steifigkeit  $K$  eines wirklichkeitsnäheren quasi nichtlinearen Stoffgesetzes überprüft.

Die Erweiterung des Schubfeldträgermodells und die genannten Modellansätze von Hall (2012) und Anheier (2013) basieren auf der Annahme starrer Rippen und Platten. Während die Platten in ihrer Wirkung als Scheiben ohne Zweifel steif genug sind, um sie ohne weiteren Nachweis statisch als starr betrachten zu können, kann diese Aussage nicht pauschal auf die Rippen übertragen werden, sondern wird ebenfalls genauer untersucht.

Zudem soll in dieser Arbeit nachgewiesen werden, dass sich bei elastischem, ideal plastischem Materialverhalten sowohl die mit Hilfe der entwickelten Rechenmodelle als auch die mit Hilfe des Stab-Verbund-Modells von Hall (2012) erzielten Ergebnisse experimentell bestätigen lassen.

Experimentell wurde das Tragverhalten von Holztafeln in den vergangenen mehr als 50 Jahren weltweit in einer sehr großen Vielzahl von Arbeiten, z.B. von Czieleski, Raabe und Wagner (1978) und Fuentes (2013), statisch und dynamisch untersucht. Dabei besitzen die Prüfkörper durchweg die Größe von Wänden und Decken eines Gebäudes. Als Wandtafel haben sie die Höhe  $h$  entsprechend einem Stockwerk, und ihre Länge  $l$  reicht bis zur Gebäudelänge. Die wenigen experimentell untersuchten Deckentafeln besitzen Abmessungen zumindest eines Teils eines Gebäudegrundrisses. Dementsprechend liefern die gemessenen Kräfte und Verformungen immer nur Aussagen über das Verhalten der gesamten „Großtafel“ in Form der Kopfverschiebung oder Durchbiegung, der Steifigkeit und Versagenskraft.

Da Experimente mit Großtafeln sehr aufwendig sind, wird das Tragverhalten des Verbundes bis zur voll plastischen Grenzlasterlast an „Kleintafeln“ untersucht. Die Platten dieser Kleintafeln haben Längen und Höhen im Bereich von 1 Meter. Der Entwurf der Kleintafeln und Belastungseinrichtungen ist Ergebnis von Berechnungen mit Hilfe des Stab-Verbund-Modells von Hall (2012). Dabei wird ihre Konstruktion mit dem Ziel variiert, dass die für Decken- und Wandtafeln relevanten Beanspruchungskombinationen von  $s_0$  und  $s_{90}$  des Verbundes von Platten und Rippen auftreten.

Neben diesen überwiegend lokalen Untersuchungen des Verbundes bzw. von Verbundabschnitten werden die Holztafeln auch global betrachtet und somit das Tragverhalten unter Berücksichtigung von miteinander interagierenden Verbundabschnitten untersucht. Das Tragverhalten scheibenartig beanspruchter Holztafeln wird in der Literatur häufig als sehr duktil bezeichnet. Dies wird damit

begründet, dass Tafeln aufgrund des ausgeprägt nichtlinearen Verhaltens des Verbundes von Beplankung und Rippen durch stabförmige Verbindungsmittel große Verformungen ertragen können, bevor sie versagen. Kessel, Anheier und Sieder (2018a) haben gezeigt, dass diese Aussage nicht für Tafeln zutreffend ist, die nach dem Schubfeldträgermodell berechnet werden können. Für diese Tafeln existieren lediglich ein elastischer und ein voll plastischer Grenzzustand - unter der Annahme eines elastischen, ideal plastischen Materialverhaltens. Sofern die Tafeln nicht vorzeitig örtlich spröde versagen, tritt ein Versagen dann ein, wenn nach Überschreiten des Grenzzustandes der Tragfähigkeit für die scheibenartig beanspruchte Wand- oder Deckentafel keine stabile Gleichgewichtslage möglich ist

Für Tafeln, die nach dem erweiterten Schubfeldträgermodell berechnet werden müssen, kann die Duktilität hingegen bestätigt werden. Neben dem elastischen und dem voll plastischen Grenzzustand gibt es für diese Tafeln einen Grenzzustand übermäßiger Verformungen (plastischer Grenzzustand in Tabelle 1). Das bedeutet, dass die Tragfähigkeit einer scheibenartig beanspruchten Tafel nicht erst durch das Versagen begrenzt wird, sondern bereits dann, wenn die Verformungen übermäßig groß werden.

Daher wird im Rahmen dieser Arbeit neben der Erweiterung des erweiterten Schubfeldträgermodells auf den voll plastischen Grenzzustand eine Definition des Grenzzustandes übermäßiger Verformungen erarbeitet. Dabei wird der Ansatz verfolgt diesen Grenzwert als Vielfaches der Verschiebung im elastischen Grenzzustand der Tafel so zu definieren, dass der im Rahmen des semi-probabilistischen Sicherheitskonzepts definierte Bemessungszustand dem elastischen Grenzzustand entspricht. Aus praktischer Sicht stellt diese Festlegung ein erstrebenswertes Ziel dar, da die Bestimmung der Beanspruchungen und Verformungen von Tafeln auf Basis eines elastischen Tragverhaltens ermittelt werden kann.

Obwohl für die Tragfähigkeit eines Gebäudes in Holztafelbauart das räumliche Zusammenwirken von Wand- und Deckentafeln zwingend erforderlich ist, werden in dieser Arbeit nur ebene, scheibenartig beanspruchte Holztafeln untersucht.

**Tabelle 1: Grenzzustände einer Holztafel nach Kessel, Anheier und Sieder (2018a)**

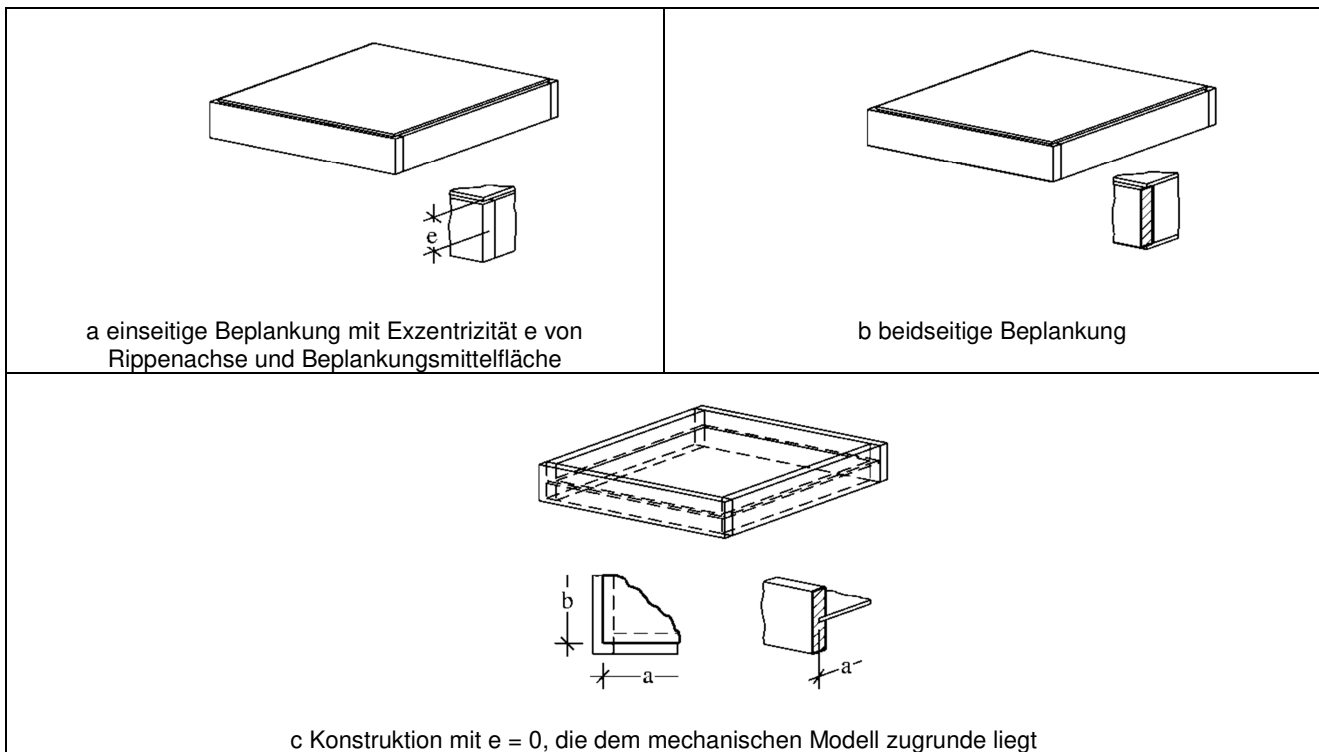
	Bezeichnung des Grenzzustandes	den Grenzzustand bewirkendes mechanisches oder stochastisches Phänomen	Kontrollgröße	Steifigkeit der VBM
$R_{k,pl} = R_{k,\infty}$ charakteristischer Wert der voll plastischen Tragkraft	voll plastischer Grenzzustand	EQU Verlust des Gleichgewichts (der stabilen Lage)	Verformung	$K \rightarrow 0$ für alle VBM
$R_{k,1,5}$ charakteristischer Wert der plastischen Tragkraft	plastischer Grenzzustand	nach Überschreiten entstehen übermäßige Verformungen	für den plastischen Grenzzustand akzeptierte Verformung	$K \rightarrow 0$ für die VBM, die $R_k$ erreicht haben, sonst $K_u$
$R_{k,y}$ charakteristischer Wert der elastischen Tragkraft	elastischer Grenzzustand	nach Überschreiten entstehen bleibende Verformungen	charakteristischer Wert $R_k$ des Verbindungsmittels	$K_u$
$F_d \leq \frac{R_{k,1,5}}{\gamma_M}$ Bemessungswert der Einwirkung $\leq$ Bemessungswert der plastischen Tragkraft	Grenzzustand der Tragfähigkeit STR	Tragwerkssicherheit	Bemessungswerte der Einwirkung und der Tragkraft	
$F_k$	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit SLS	durch charakteristischen Wert der Einwirkungen verursachte Verformung	im SLS akzeptierte Verformung	$K_{ser}$



## 2 Phänomene elastischer und voll plastischer Grenzzustände<sup>5</sup>

### 2.1 Allgemeines

Eine Holztafel kann eine einseitige oder beidseitige Beplankung besitzen, wie in Abbildung 5a und b dargestellt. Der Abstand von Beplankungsmittelfläche und Rippenachsen verursacht eine Exzentrizität  $e$ . Die Auswirkung dieser und ähnlicher im Holztafelbau möglicher Exzentrizitäten ist nicht Gegenstand dieser Arbeit. In den hier entwickelten mechanischen Modellen liegt die Beplankungsmittelfläche wie in Abbildung 5c in der Ebene der komplanaren Rippenachsen.



**Abbildung 5: Rechteckige Tafel mit Beplankung aus einer Platte**

In einer rechteckigen Tafel ohne Öffnungen wie in Abbildung 5c, deren Beplankung aus einer starren Platte besteht, die an ihren 4 Rändern allseits schubsteif mit starren Rippen verbunden ist, verteilt sich der *Schubfluß*  $s_{res} = s_0$  in Abbildung 6 an allen 4 Rändern konstant über die *Verbundlängen*  $l_{v,i} = a, b$ ,  $i = 1, \dots, 4$ . Die Verdrehungen der Rippen können ungehindert der Verdrehung der Platte folgen, so dass für alle 4 Ränder gilt  $s_{g0} = 0$ .

Für eine solche Tafel

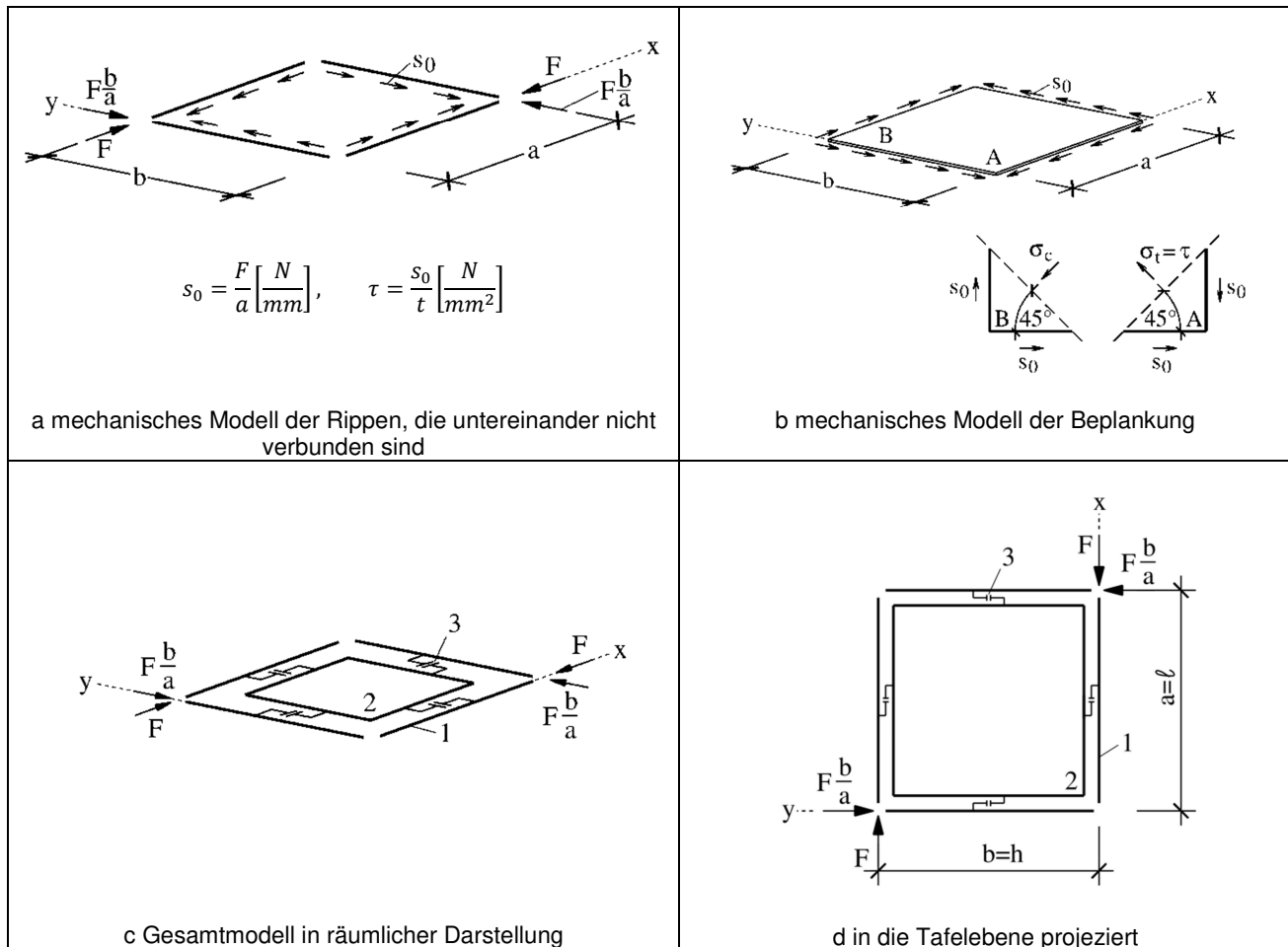
- mit den Abmessungen  $a = b = 1000 \text{ mm}$ ,
- mit einem Querschnitt  $60 \times 140 \text{ mm}^2$  der Randrippen und
- mit einem Verbund, bestehend aus Verbindungsmitteln mit einem Verschiebungsmodul  $K_u = 500 \text{ N/mm}$ , einem Abstand  $a_1 = 50 \text{ mm}$  untereinander und einem charakteristischen Wert der Tragfähigkeiten des einzelnen Verbindungsmittels  $R_k = 500 \text{ N}$

<sup>5</sup>Aufgrund der wissenschaftlichen Relevanz ist dieser Abschnitt in gekürzter und inhaltlich nicht vollständiger Form bereits von Kessel, Anheier und Sieder (2018a) veröffentlicht. Da er für den Gesamtkontext dieser Arbeit jedoch unerlässlich ist, muss er an dieser Stelle wiedergegeben werden.

werden im Folgenden elastische und voll plastische Grenzzustände mit dem Stab-Verbund-Modell von Hall (2012) berechnet und beschrieben, wobei

- die Zahl der Platten der Beplankung,
- die Art der Verbindung der Rippenabschnitte der Gurte im Bereich von Plattenstößen und
- die Konstruktion mit oder ohne Stoßrippen

variiert werden.



1 Rippen

2 Platten der Beplankung

3 Symbol für längenbezogene Verbindung von Platte und Rippe, beansprucht durch Schubfluss  $s_0$  in N/mm parallel zum Plattenrand

**Abbildung 6: Mechanisches Modell einer rechteckigen Tafel mit Beplankung aus einer Platte**

## 2.2 Rechteckige Tafel mit Beplankung aus einer Platte

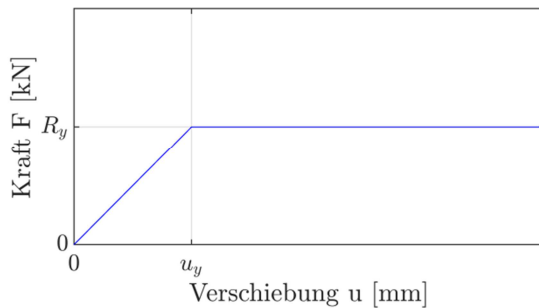
Für eine rechteckige Tafel mit Beplankung aus einer Platte sind in Abbildung 8 die Ergebnisse einer Berechnung mit Hilfe des Stab-Verbund-Modells dargestellt, die einen charakteristischen Wert der Tragfähigkeit der Tafel liefert

$$R_{k,el} = R_{k,pl} = \frac{R_k \cdot a}{a_1} = \frac{500 \cdot 1000}{50} = 10000 \text{ N.}$$

Das Tragverhalten dieser Tafel lässt sich in idealer Weise durch das Schubfeldträgermodell beschreiben, da die Tafel folgende Eigenschaften besitzt:



- starre Rippen und Platten,
- in den Tafelecken Rippen untereinander nicht verbunden,
- Rippen im Bereich von Plattenstößen nur für die Normalkraft  $N$  durchlaufend, d.h. Querkraft- und Momentengelenke der Rippen im Bereich von Plattenstößen (bezogen auf die Tafeln in Abbildung 10, Abbildung 15 und Abbildung 19),
- kein Druckkontakt der Bauteile, d.h. sich im statischen Modell durchdringende Bauteile,
- Krafteinleitung und Lagerung ausschließlich durch Druck und Zug in Richtung der Rippenachsen, elastisches, ideal plastisches Materialmodell des Verbundes von Rippen und Platten (s. Abbildung 7).

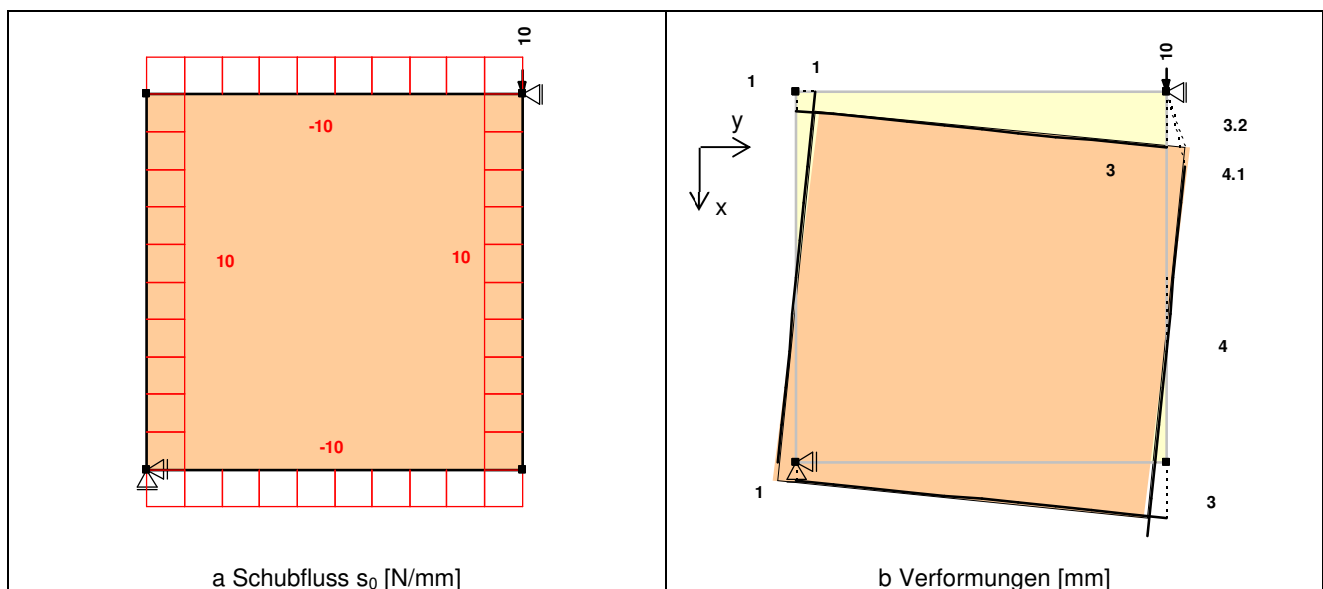


**Abbildung 7: elastisches, ideal plastisches Kraft-Verschiebungsdiagramm**

Dann verschieben sich nach Kessel und Schönhoff (2001) und Kessel (2003) die Rippen in  $x$ -Richtung gegenseitig auf dem charakteristischen Niveau, wie in Abbildung 8, um

$$u_{x,u} = \frac{2a_1}{K_u} \frac{b}{a} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) R_{k,el} = \frac{100}{500} \frac{1000}{1000} \left( \frac{1}{1000} + \frac{1}{1000} \right) 10000 = 4 \text{ mm}.$$

Dabei handelt es sich um eine rein elastische Verschiebung.

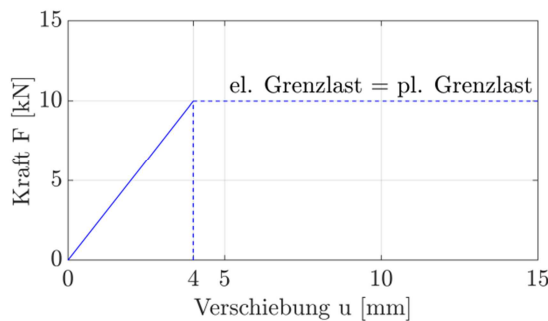


**Abbildung 8: Elastischer und voll plastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus einer Platte nach Hall (2012)**

Diese Tafel könnte auch als eine Wandtafel mit Kopf- und Fußrippe in  $x$ -Richtung interpretiert werden. Dann beträgt die Wandlänge  $\ell = a$  und die Wandhöhe  $h = b$ .

Bei Annahme eines elastischen, ideal plastischen Verbundverhaltens sind die Beanspruchungen im *elastischen* und im *voll plastischen Grenzzustand* gleich. Die Verformungen in beiden

Zuständen sind rein elastisch. Eine weitere Kraftsteigerung ist nicht möglich. Es folgt schließlich in diesem Idealfall ein kinematischer Zustand oder Bruchzustand der Tafel. Ein *Grenzzustand übermäßiger Verformungen* existiert nicht.



**Abbildung 9: Kraft-Weg-Diagramm mit elastischem und voll plastischem Grenzzustand bei einer vertikalen Verschiebung von 4 mm**

Ein sprödes Versagen der Rippen, die hier nicht auf Biegung beansprucht werden, kann von vornherein ausgeschlossen werden. Ein sprödes Versagen der Platte auf Schub wird durch die Wahl ausreichender Dicke ausgeschlossen. Dann besitzt die Tafel dennoch kein ausgeprägt duktilen Verhalten, wenn für den Verbund von Platte und Rippen ein elastisches, ideal plastisches Materialmodell gewählt wird, wie in Abbildung 9 zu erkennen ist.

Das Verhalten von rechteckigen Tafeln, die vom zuvor beschriebenen Idealzustand abweichen, hat bereits Hall (2012) an Wandtafeln bestehend aus 4 Rippen und einer Platte untersucht. Er zeigt, dass bei Abweichungen in Form von gelenkiger Verbindung der Rippen untereinander oder von ausschließlicher Lagerung senkrecht zur Stabachse der Fußrippe Beanspruchungen  $s_{90}$  des Verbundes senkrecht zum Plattenrand auftreten. In beiden Fällen weichen dann elastischer und voll plastischer Grenzzustand voneinander ab. Bei gelenkiger Verbindung der Rippen tritt der voll plastische Grenzzustand bei einer Last ein, die fast 20% größer ist als die elastische Grenzlast und fast 15% größer als die Grenzlast ohne Verbindung der Rippen. Die Steifigkeit ist entsprechend größer. Bei Lagerung der Fußrippe senkrecht zu ihrer Achse ist die voll plastische Grenzlast  $\frac{2}{3}$  größer als die elastische. Sie beträgt aber nur noch 25 % der Grenzlast bei Lagerung der Rippen in Richtung ihrer Stabachsen mit entsprechend geringerer Steifigkeit.

**Tabelle 2: Zur Einschätzung der Duktilität rechteckiger Tafeln mit Beplankung aus einer Platte**

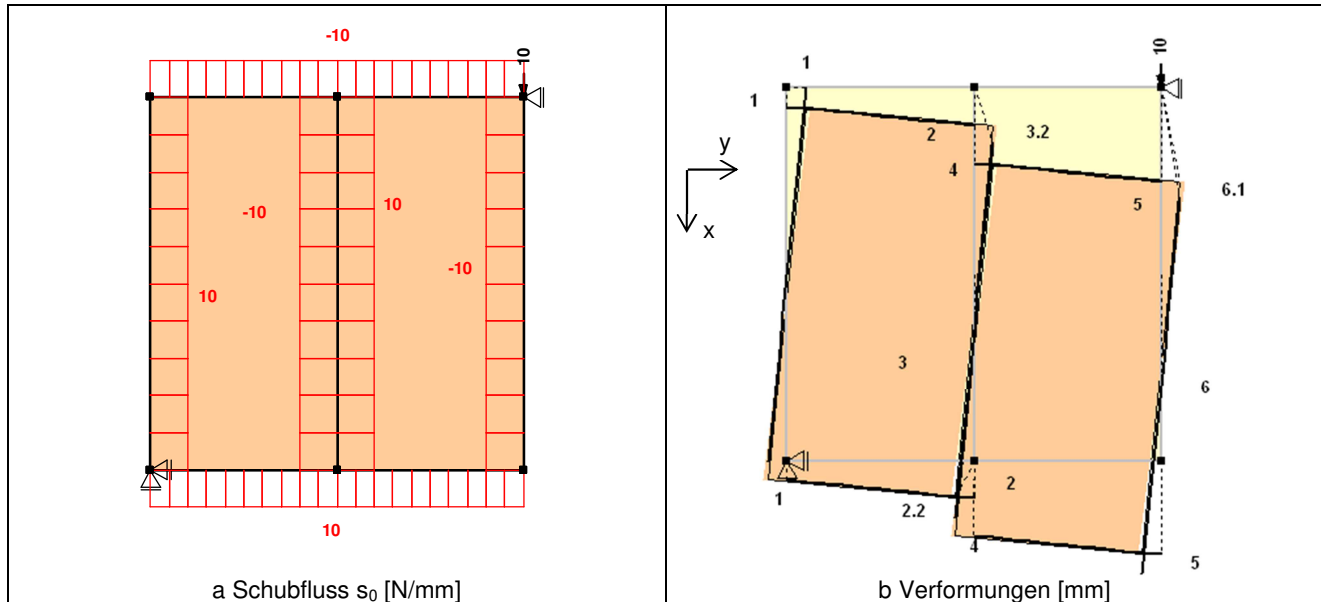
1.1	1.2	1.3
ideale Wandtafel	Wandtafel mit gelenkiger Verbindung der 4 Rippen in den Tafelecken	Wandtafel mit Lagerung der Fußrippe senkrecht zur Stabachse
praxisnah	praxisfern für Tafeln mit Rippen in einer Ebene (einlagige Anordnung)	praxisfern für geschlossene und praxisnah für offene Tafeln
$s_{90} = 0$	$s_{90} \neq 0$	$s_{90} \neq 0$
Voll plastische gleich elastische Grenzlast $R_{k,pl} = R_{k,el}$	Voll plastische Grenzlast größer Grenzlast der idealen Wandtafel	Voll plastische Grenzlast kleiner Grenzlast der idealen Wandtafel
plötzlicher Übergang in kinematischen Zustand auf hohem Lastniveau	schwache Duktilität auf hohem Lastniveau	ausgeprägte Duktilität auf niedrigem Lastniveau
$s_{90}$ nicht vorhanden	$s_{90}$ für Gleichgewicht nicht erforderlich	$s_{90}$ für Gleichgewicht erforderlich
-	Lastniveau bleibt erhalten	Lastniveau fällt deutlich ab

## 2.3 Rechteckige Tafel mit Beplankung aus mehreren Platten

In der Praxis sind die Abmessungen der Platten meistens deutlich kleiner als die Abmessungen der Tafel. Dadurch entstehen Plattenstöße, wie von Kessel (2003) beschrieben, die möglichst schubsteif ausgeführt werden sollten. Die schubsteife Verbindung der beiden Plattenränder erfolgt indirekt über eine zusätzliche gemeinsame Rippe als Verbindungselement mit einem Querschnitt

60 x 140 mm<sup>2</sup>. Diese Rippe wird auch als *Stoßrippe* bezeichnet. Die beiden Rippen in y-Richtung erhalten im Bereich des Plattenstoßes ein Querkraft- und Momentengelenk. Sie sind also nur für die Normalkraft N durchlaufend.

Das Beispiel in Abbildung 10 hat dieselben Abmessungen wie das Beispiel mit Beplankung aus einer Platte: Tafellänge  $\ell = a$ , Tafelhöhe  $h = b$  und Materialeigenschaften  $K_u$ ,  $a_1$  und  $R_k$ . Die Plattenlänge  $\ell_p$  beträgt wie zuvor  $\ell = a$  und die Plattenhöhe  $h_p$  jetzt jedoch  $h/2 = b/2$ .



**Abbildung 10: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 2 Platten, einer zusätzlichen Stoßrippe und Rippen über den Plattenstoß für die Normalkraft N durchlaufend**

Die elastische Grenzlast entspricht der Grenzlast der Tafel mit Beplankung aus einer Platte. Die Verformungen in x-Richtung sind jedoch wegen der zusätzlichen Schubfuge infolge des Plattenstoßes um 50% größer

$$u_{x,u} = \frac{2a_1}{K_u} \frac{h}{\ell} \left( \frac{1}{\ell} + \frac{1}{h_p} \right) R_{k,el} = \frac{100}{500} \frac{1000}{1000} \left( \frac{1}{1000} + \frac{1}{500} \right) 10000 = 6 \text{ mm}.$$

Aus konstruktiven und aus statischen Gründen werden Tafeln, anders als in Abbildung 10, mit allseits biegesteif durchlaufenden Randrippen wie in Abbildung 11 hergestellt.

Die elastische Grenzlast dieser Tafel beträgt nur 78% der idealen Grenzlast in Abbildung 10. Die Verformungen der Rippen in y-Richtung in Abbildung 11f lassen nur eine Starrkörperdrehung erkennen. Daraus kann geschlossen werden, dass der verwendete Rippenquerschnitt von 60 x 140 mm<sup>2</sup> so gut wie keine Verkrümmungen erfährt und als nahezu starr angesehen werden kann. Die gegenseitige Verschiebung der Rippen in x-Richtung ist wegen des im Bereich des Plattenstoßes fehlenden Querkraftgelenks der Rippen in y-Richtung überproportional geringer

$$u_{x,u} = 4,4 \text{ mm} < 0,78 \cdot 6 \text{ mm} = 4,7 \text{ mm}.$$

Von besonderer Bedeutung für die Modellbildung ist der Verlauf der Biegemomente in den Rippen, die sich dann einstellen, wenn  $s_{90} \neq 0$ . In Abbildung 11e ist zu erkennen, dass sich im Bereich des Plattenstoßes ein Nulldurchgang einstellt. Dort könnte also zur Vereinfachung des statischen Modells ein Gelenk gewählt werden, ohne dass diese Maßnahme Einfluss auf die Beanspruchungen und Verformungen hätte.

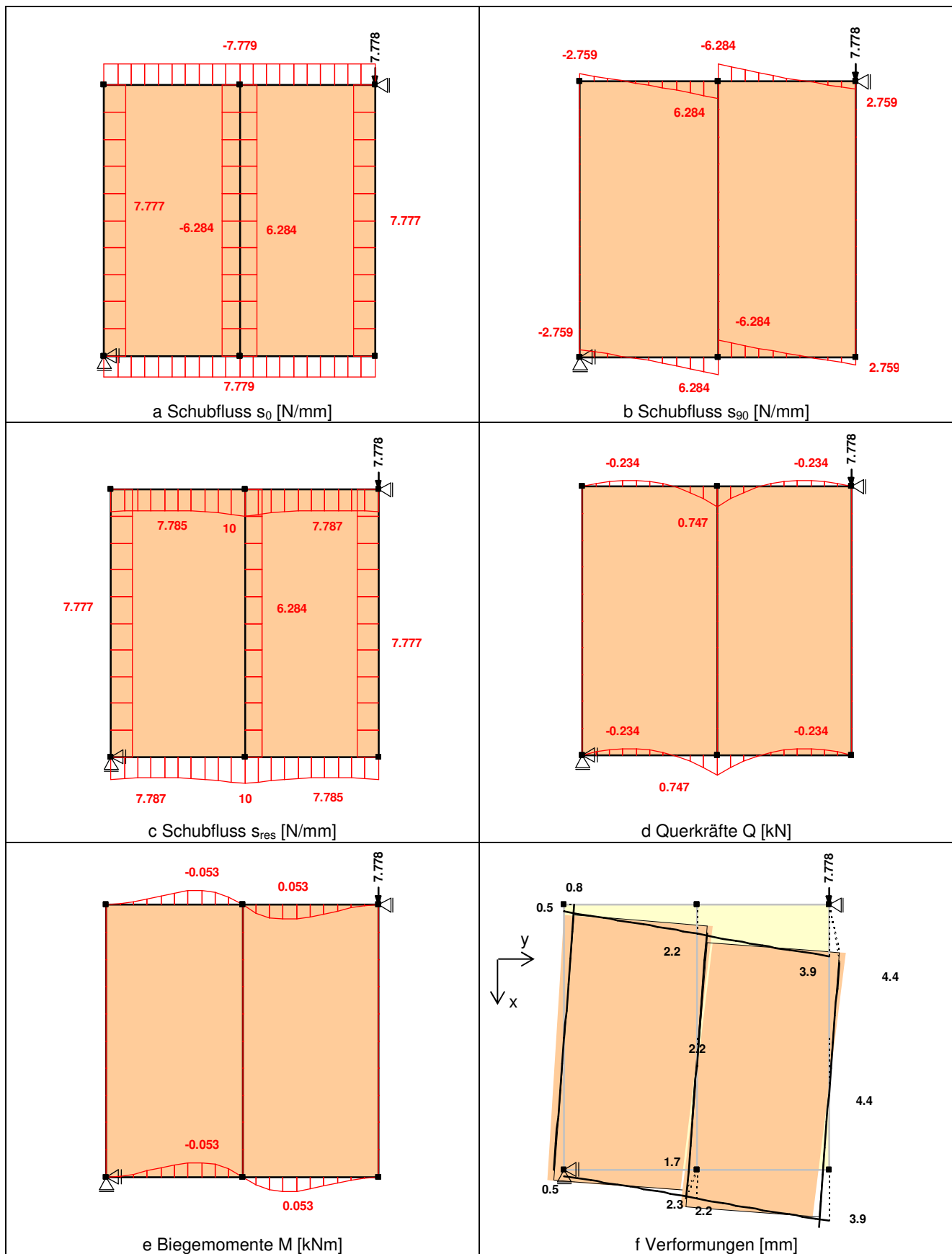
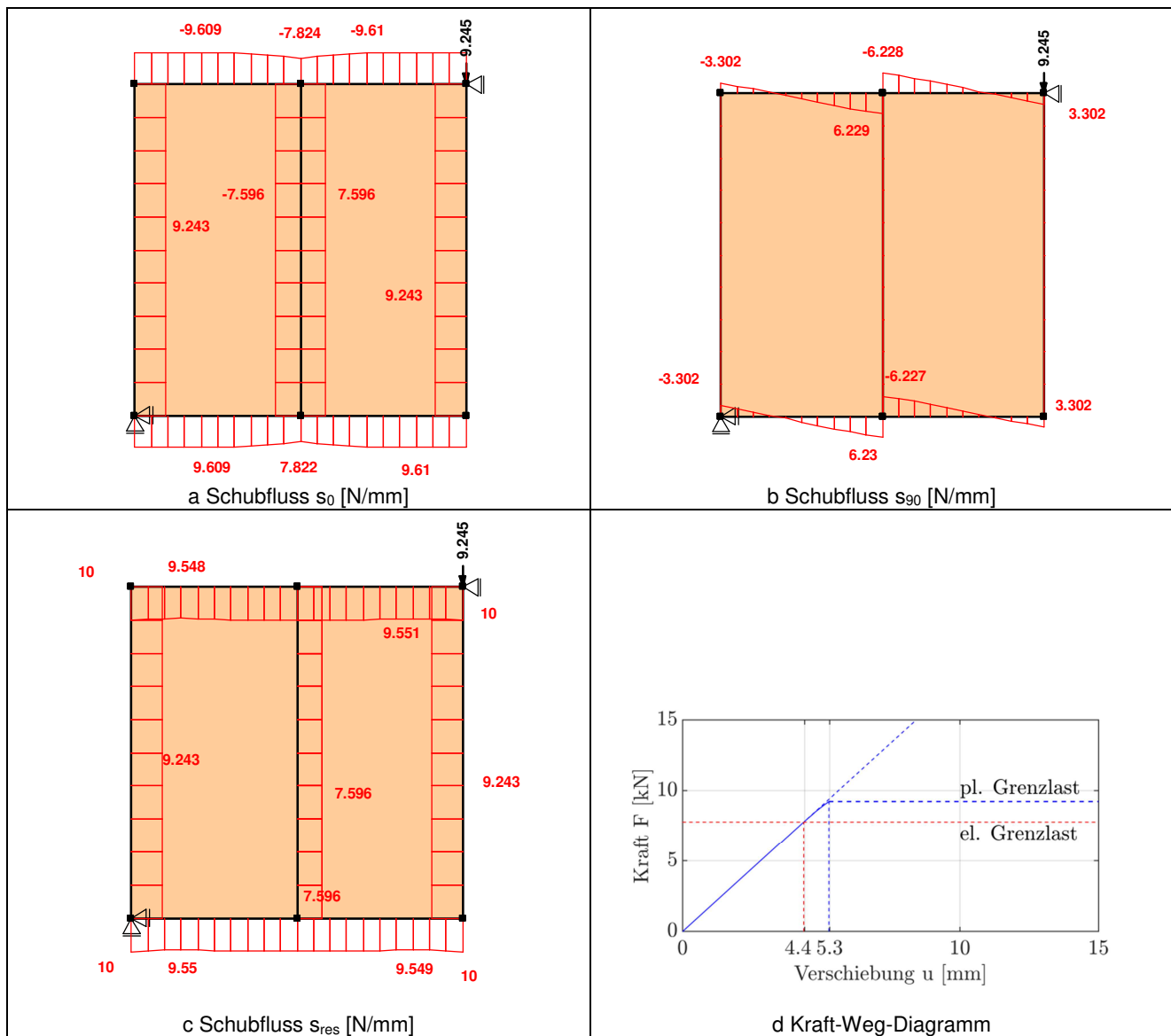


Abbildung 11: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 2 Platten, einer Stoßrippe und zusätzlich allseits biegesteif durchlaufenden Randrippen



**Abbildung 12: Voll plastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 2 Platten, einer Stoßrippe und allseits biegesteif durchlaufenden Randrippen<sup>6</sup>**

In Abbildung 12d wird der durch das Vorhandensein von  $s_{90}$  verursachte Unterschied von elastischer und voll plastischer Grenzlast deutlich, der in Abbildung 9 nicht vorhanden ist. Außerdem ist die voll plastische Grenzlast dieses Beispiels geringer als die elastische und voll plastische Grenzlast in Abbildung 9 bei um ein Drittel größeren Verschiebungen.

Durch die Einführung allseits für  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  durchlaufender *Randrippen* in Abbildung 11 ergibt sich ein innerlich statisch unbestimmtes Modell der Tafel. Verursacher sind die beiden fehlenden Querkraftgelenke im Bereich des Plattenstoßes. Das fehlende Momentgelenk wirkt sich nicht aus, da im Bereich des Plattenstoßes das Biegemoment in den Rippen aus Gründen der Verträglichkeit verschwindet. Dieses Modell wird wieder statisch bestimmt, indem auf die Stoßrippe verzichtet wird. Dadurch entstehen in Abbildung 13 zwei benachbarte freie Plattenränder.

<sup>6</sup> Die voll plastischen Grenzwerte konnten nicht vollständig ausiteriert werden, da der Iterationsprozess noch nicht optimiert werden konnte.

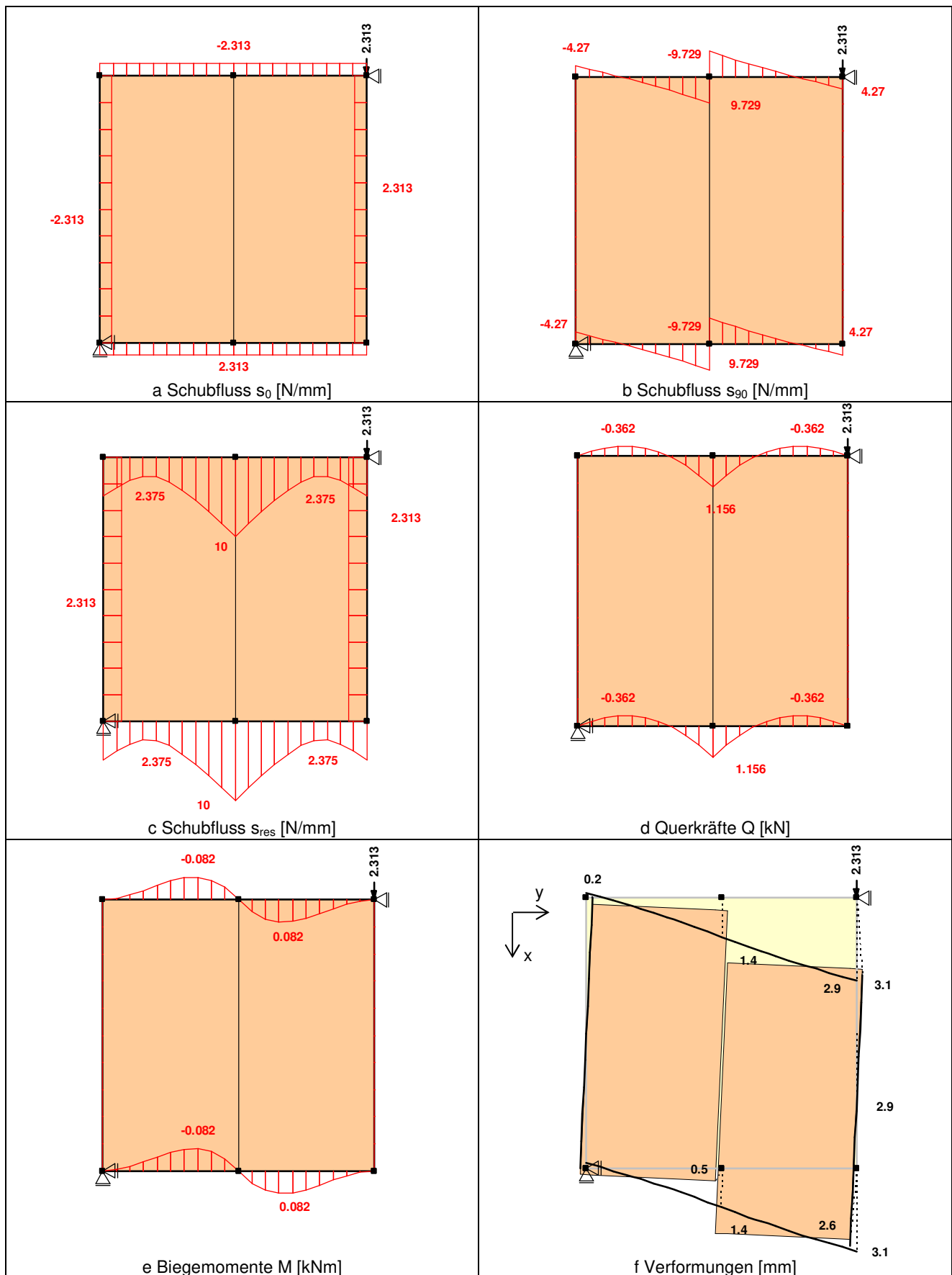
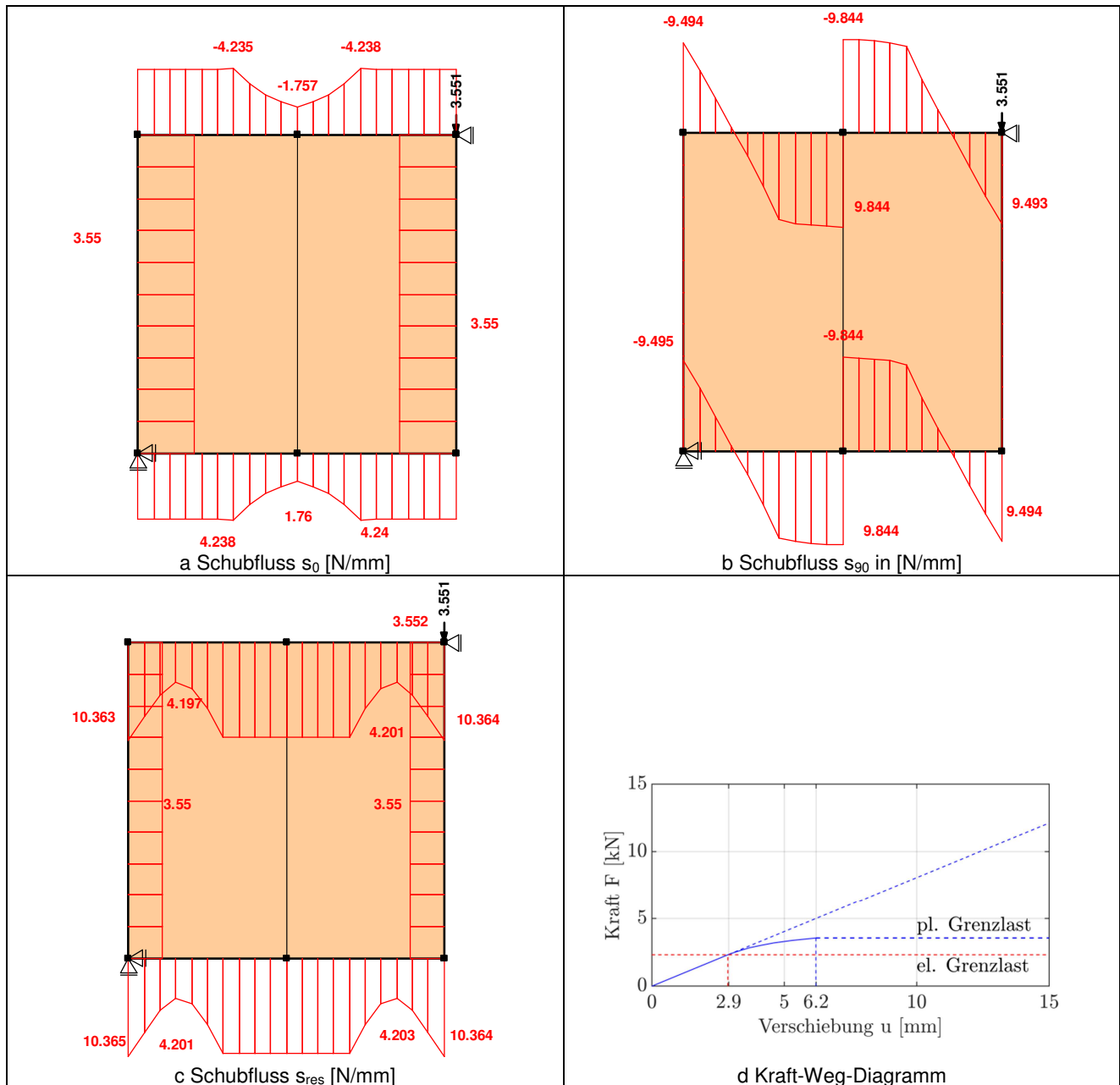


Abbildung 13: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 2 Platten und allseits biegesteif durchlaufenden Randrippen, ohne Stoßrippe und mit zwei freien Plattenrändern

Nach Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a) kann die elastische Verschiebung in Abbildung 13f abgeschätzt werden

$$u_{x,u} = \left[ \frac{h+\ell}{h_p} + 2 \left( \frac{h}{h_p} \right)^2 \right] \frac{s_0 a_1}{K_u} = \left[ \frac{1000+1000}{500} + 2 \left( \frac{1000}{500} \right)^2 \right] \frac{2,3 \cdot 50}{500} = 2,8 \text{ mm}.$$



**Abbildung 14: Voll plastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 2 Platten und allseits biegesteif durchlaufenden Randrippen ohne Stoßrippe und mit zwei freien Plattenrändern<sup>7</sup>**

In Abbildung 14d wird der durch das Vorhandensein von  $s_{90}$  verursachte Unterschied von elastischer und voll plastischer Grenzlasterlast von 50% deutlich, der in Abbildung 9 nicht vorhanden ist. Außerdem ist die voll plastische Grenzlasterlast 60% geringer als die voll plastische Grenzlasterlast in Abbildung 12 bei um fast 20% größeren Verschiebungen.

<sup>7</sup>Die voll plastischen Grenzwerte konnten nicht vollständig ausiteriert werden, da der Iterationsprozess noch nicht optimiert werden konnte.

Die Tafel in Abbildung 13 ist im elastischen Grenzzustand deutlich weicher als alle Tafeln zuvor und sie zeigt in Abbildung 14 die bis hierhin ausgeprägteste Duktilität. Der Grund hierfür ist, dass die Beanspruchung  $s_{90}$  des Verbundes für das Gleichgewicht der Tafel zwingend erforderlich ist.

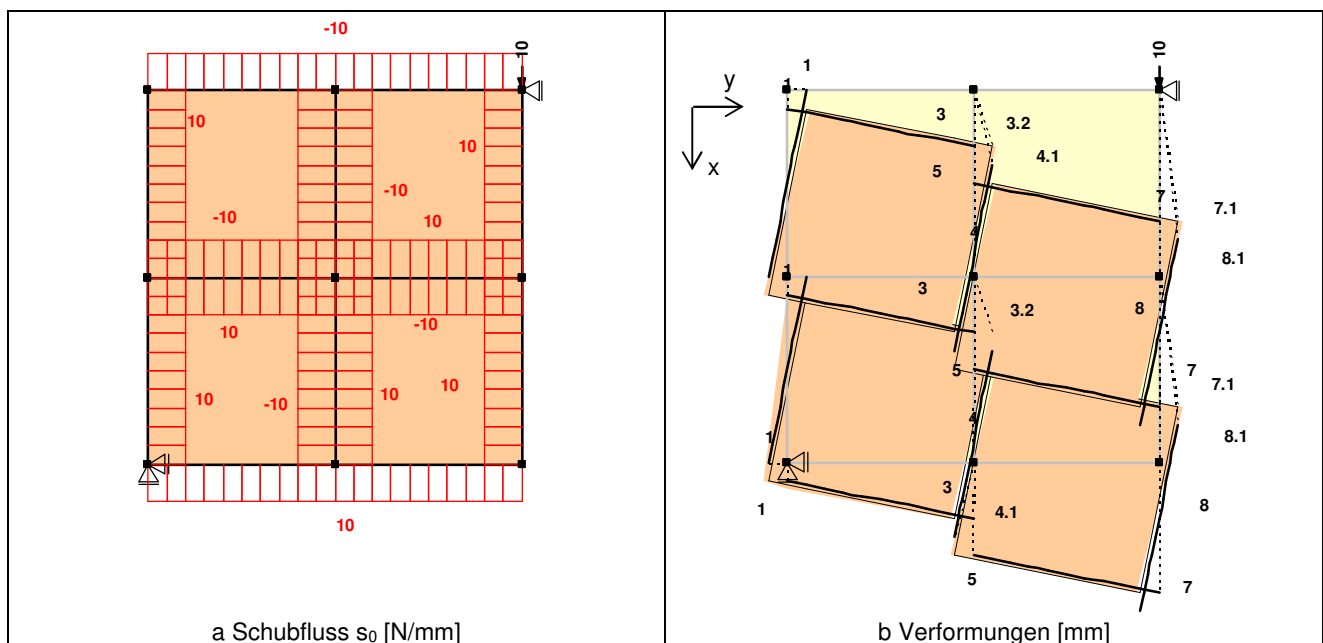
Das Beispiel in Abbildung 15 hat wieder dieselben Abmessungen, Tafellänge  $\ell = a$ , Tafelhöhe  $h = b$ , Materialeigenschaften  $K_u$ ,  $a_1$  und  $R_k$  wie das Beispiel mit Beplankung aus einer Platte. Die Plattenlänge  $\ell_p$  beträgt jetzt  $\ell/2$  und die Plattenhöhe  $h_p$  beträgt weiterhin  $h/2$ . Dadurch muss die zuvor bereits vorhandene Stoßrippe geteilt und zwei zusätzliche Stoßrippen angeordnet werden, und auch die Randrippen in x-Richtung erhalten im Bereich des Plattenstoßes ein Querkraft- und Momentengelenk.

Die elastische Grenzlast dieser Tafel in Abbildung 15 entspricht der Grenzlast der Tafel mit Beplankung aus einer Platte. Die Verformungen sind jedoch wegen der zusätzlichen Schubfugen doppelt so groß.

$$u_{x,u} = \frac{2a_1}{K_u} \frac{h}{\ell} \left( \frac{1}{h_p} + \frac{1}{\ell_p} \right) R_{k,el} = \frac{100}{500} \frac{1000}{1000} \left( \frac{1}{500} + \frac{1}{500} \right) 10000 = 8 \text{ mm}.$$

Der voll plastische Grenzzustand dieser Tafel mit 4 Platten und durchlaufender Kopf-, Innen- und Fußrippe unterscheidet sich nur unwesentlich von dem der Tafel mit 2 Platten in Abbildung 12.

Wenn die 3 Rippen in y-Richtung biegesteif durchlaufen, wird der Einbau der beiden dazwischen liegenden Stoßrippen sehr aufwendig. Das führt dazu, dass sie weggelassen werden. Dadurch entstehen dort jeweils zwei freie Plattenränder, wie in Abbildung 16 zu erkennen ist.



**Abbildung 15: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 4 Platten, zusätzlichen Stoßrippen und Rippen über den Plattenstoß für die Normalkraft  $N$  durchlaufend**



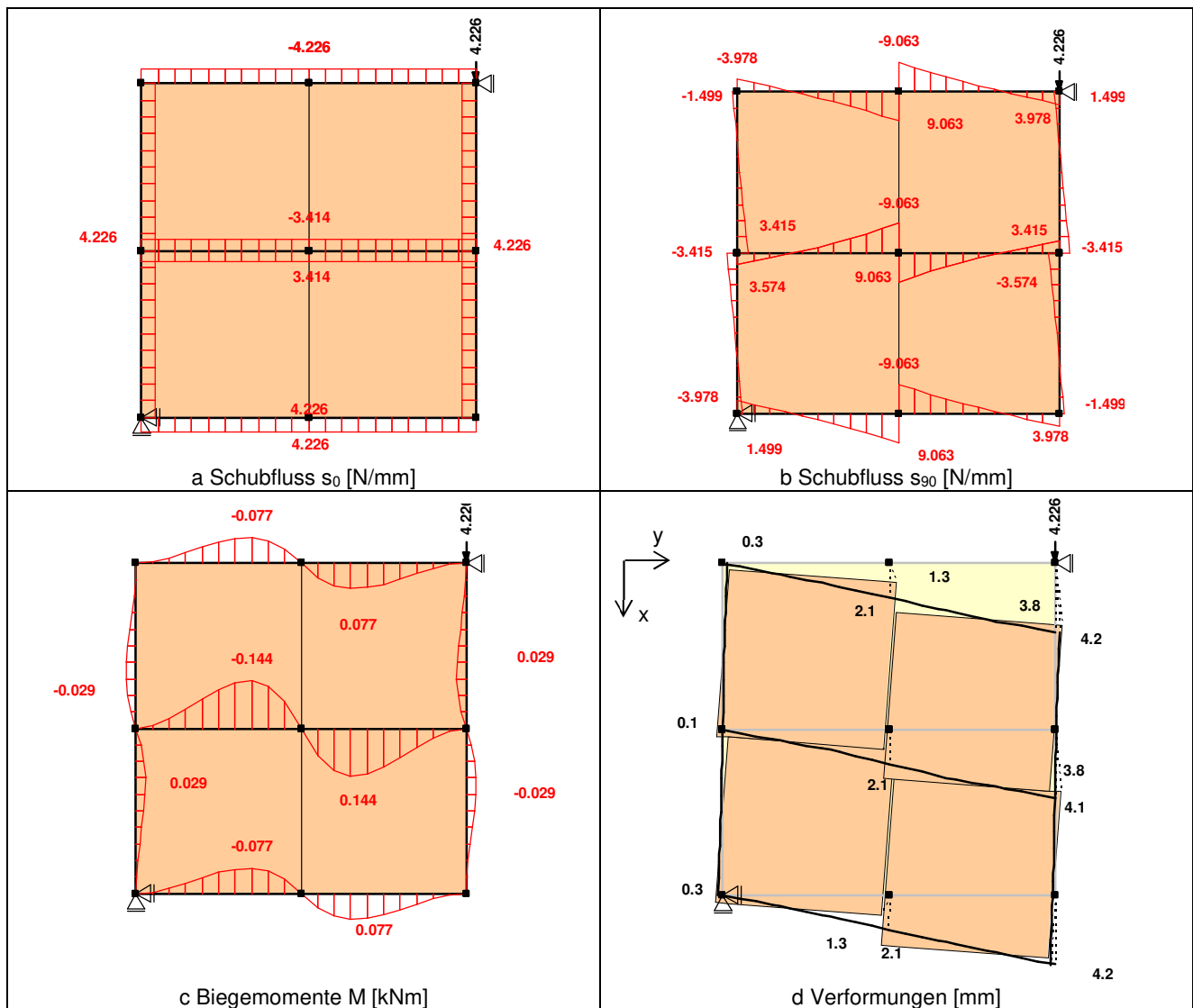


Abbildung 16: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 4 Platten und 3 biegesteif durchlaufenden Rippen in y-Richtung ohne Stoßrippen und mit freien Plattenrändern

Da in DIN EN 1995-1-1:2010-12 die versetzte gegenüber der unversetzten Anordnung von Platten mit dem Hinweis auf viele Literaturstellen bevorzugt wird, wird im Folgenden der Einfluss eines Versatzes auf die elastische Grenzlaster aufgezeigt.

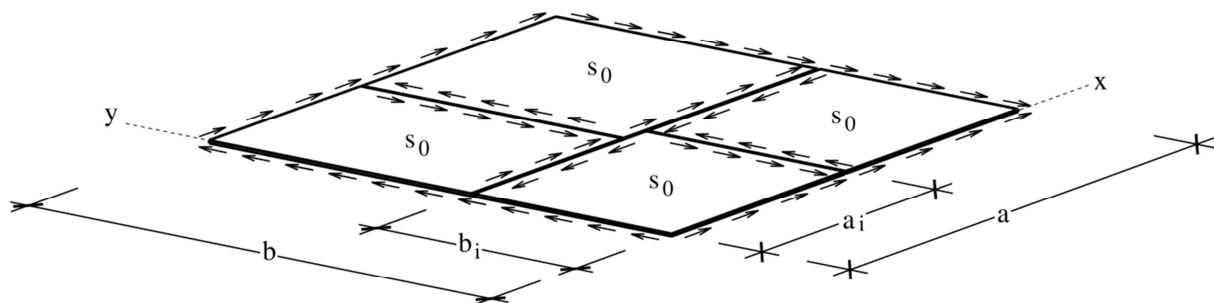
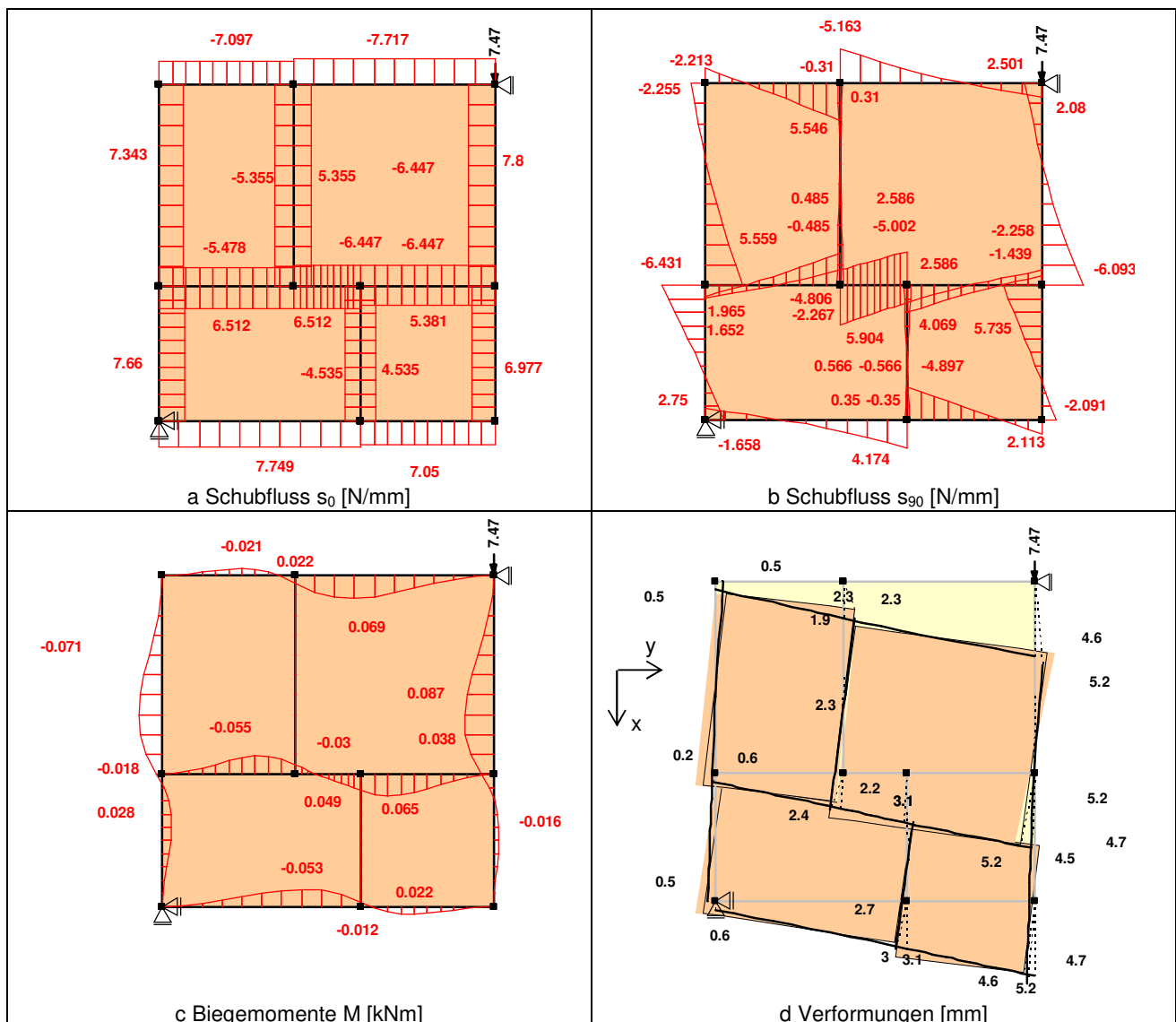


Abbildung 17: Schubfeldmodell einer Tafel, bestehend aus acht einzelnen Randrippen, vier einzelnen Innenrippen und einer Beplankung aus vier Platten

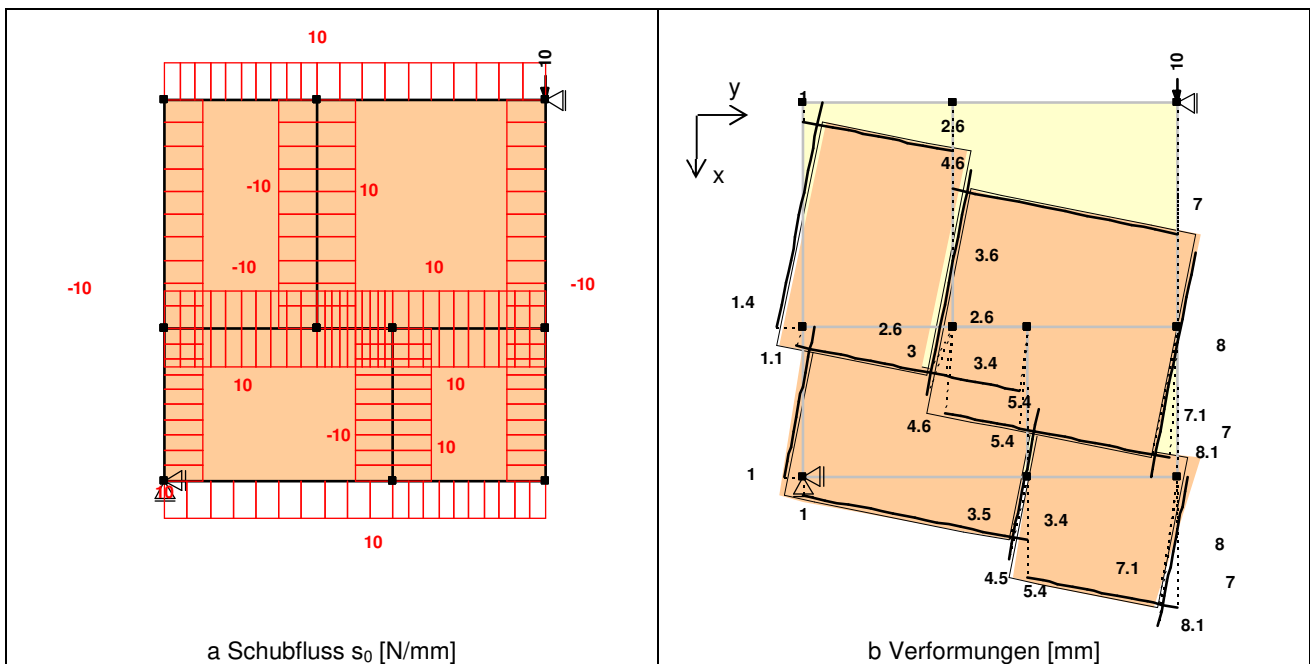
Besteht die Beplankung einer Tafel ohne Öffnungen aus mehreren Platten wie in Abbildung 17, behindern die Platten im Versatzbereich gegenseitig ihre Verdrehung, da sie über eine gemeinsame Rippe indirekt verbunden sind, so dass neben den Verbundbeanspruchungen  $s_0$  immer auch Verbundbeanspruchungen  $s_{90}$  auftreten, wie in Abbildung 18b zu erkennen ist.



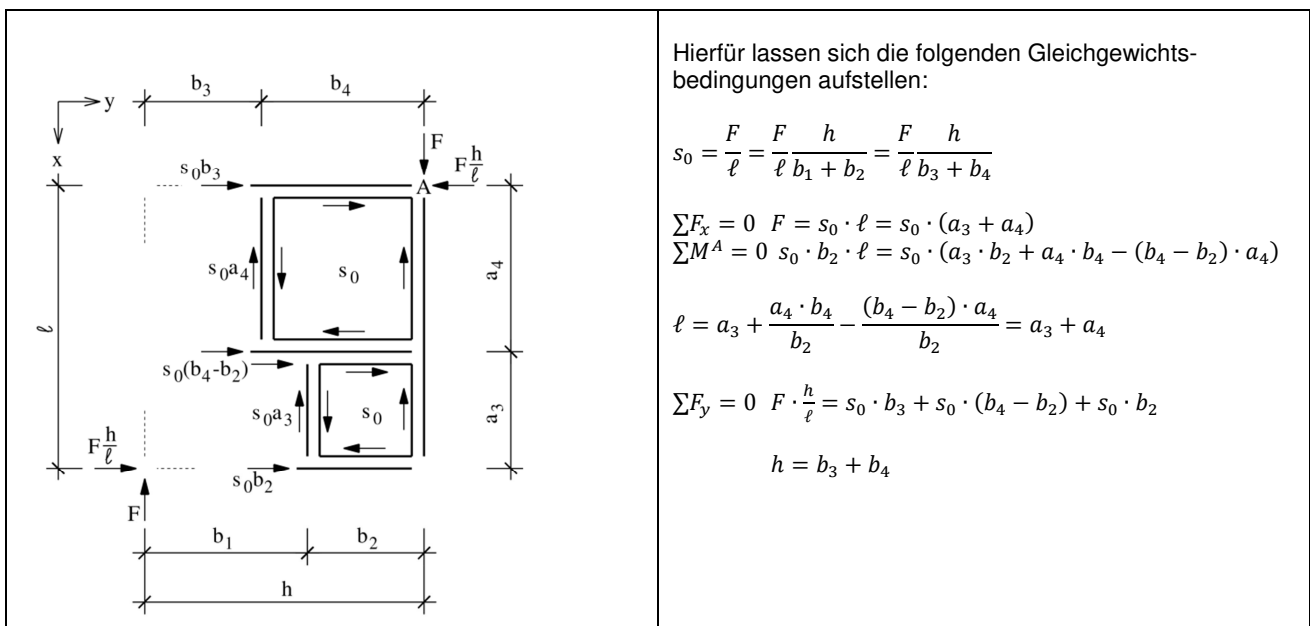
**Abbildung 18: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 4 Platten mit versetztem Plattenstoß und durchlaufender nahezu starrer Kopf-, Innen- und Fußrippe**

Die Verbundbeanspruchungen  $s_{90}$  mindern die elastische Grenzlast erheblich. Es lässt sich jedoch zeigen, dass auch ohne diese Beanspruchung ein Gleichgewichtszustand möglich ist, der sich auf einem wesentlich höheren Niveau der elastischen Grenzlast ähnlich dem bei Platten ohne Versatz einstellen kann. In Abbildung 19 ist eine zugehörige Lösung dargestellt, die jedoch erst durch einen Kunstgriff in der Modellierung möglich wird, indem statt einer Rippe, verbunden mit zwei Platten, zwei Rippen mit je einer Platte verbunden wurden. Diese wurden in Richtung ihrer Rippenachsen gekoppelt und senkrecht dazu entkoppelt. Dieser Kunstgriff erzeugt einen Gleichgewichtszustand, wie er in Abbildung 20 dargestellt ist.

Da die Summe der Verbundlängen der Tafeln in Abbildung 19 gleich der Summe in Abbildung 15 ist, ist auch die Verformung  $u_x$  gleich.



**Abbildung 19: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 4 Platten mit versetztem Plattenstoß und nicht durchlaufenden Rippen**



**Abbildung 20: Gleichgewicht am abgeschnittenen rechten Teil einer Tafel mit Beplankung aus 4 Platten mit versetztem Plattenstoß und nicht durchlaufenden nahezu starren Kopf-, Innen- und Fußrippen**

Zusammenfassend sind die Ergebnisse der von Kessel, Anheier und Sieder (2018b) untersuchten Tafeln in Tabelle 3 und die in diesem Abschnitt zusätzlich untersuchten Tafeln in Tabelle 4 gegenübergestellt. Auch bei versetzter Plattenanordnung bestätigen sich deren Schlussfolgerungen.

Kessel, Anheier und Sieder (2018b) haben „auf analytischem Weg gezeigt, dass eine Steigerung der Tragkraft über den elastischen Grenzzustand hinaus – elastisches, ideal-plastisches Verbundverhalten vorausgesetzt – für Tafeln, deren Verbünde nur durch  $s_0$  beansprucht werden, nicht möglich ist. Eine Steigerung der Tragkraft über den elastischen Grenzzustand hinaus ist nur für Tafeln möglich, deren Verbünde aus Gleichgewichtsgründen auch durch  $s_{90}$  beansprucht werden. Das Tragkraftniveau solcher Tafeln, z. B. mit freien Plattenrändern, die für die Praxis

große Bedeutung haben, liegt jedoch im voll plastischen Grenzzustand deutlich unter dem Tragkraftniveau der zuerst genannten Tafeln. Die für Holztafeln üblicherweise angenommene Duktilität ergibt sich somit nicht aus den Bereichen der Tafeln, die als ideale Schubfelder die Lasten abtragen, sondern genau aus den Bereichen, in denen sich selbige nicht ausbilden lassen. In Bauwerken in Holztafelbauart, bei denen eine große Duktilität erforderlich ist, ist es somit sogar zweckmäßig, nicht alle Bereiche als ideale Schubfelder auszubilden. Um diese Bereiche weiterhin wirtschaftlich bemessen zu können, ist die Ausnutzung plastischer Reserven vorteilhaft.“

Eine vollständige Ausnutzung plastischer Reserven ist aufgrund der damit verbundenen großen Verschiebung im Hinblick auf verformungsempfindliche Konstruktionen nicht sinnvoll, so dass es als zweckmäßig erachtet wird eine Grenzverschiebung einzuführen. (s. auch Tabelle 1)

**Tabelle 3: Zur Einschätzung der Duktilität rechteckiger Tafeln mit Beplankung aus mehreren Platten, Beplankung aus 2 und 4 Platten, nicht versetzt**

2.1	2.2	2.3
Rippen im Bereich von Plattenstößen nur für Normalkräfte durchlaufend (Querkraft- und Momentengelenke)	Rippen für Normalkräfte, Querkräfte und Momente durchlaufend	Rippen für Normalkräfte, Querkräfte und Momente durchlaufend, mit freien Plattenrändern
praxisfern	praxisnah	praxisnah
$s_{90} = 0$	$s_{90} \neq 0$	$s_{90} \neq 0$
Voll plastische gleich elastische Grenzlast, Lastniveau wie bei Beplankung aus einer Platte, Spalte 1.1 in Tabelle 2	Voll plastische Grenzlast kleiner als Grenzlast in Spalte 2.1	Voll plastische Grenzlast deutlich kleiner als Grenzlast in Spalte 2.1
plötzlicher Übergang in kinematischen Zustand auf hohem Lastniveau	schwache Duktilität auf hohem Lastniveau	ausgeprägte Duktilität auf niedrigem Lastniveau
$s_{90}$ nicht vorhanden	$s_{90}$ für Gleichgewicht nicht erforderlich	$s_{90}$ für Gleichgewicht erforderlich

**Tabelle 4: Zur Einschätzung der Duktilität rechteckiger Tafeln mit Beplankung aus mehreren Platten, Beplankung aus 2 und 4 Platten, versetzt**

3.1	3.2
Rippen im Bereich von Plattenstößen nur für Normalkräfte durchlaufend (Querkraft- und Momentengelenke)	Rippen für Normalkräfte, Querkräfte und Momente durchlaufend
praxisfern	praxisnah
$s_{90} = 0$	$s_{90} \gg 0$
Voll plastische gleich elastische Grenzlast, Lastniveau wie bei Beplankung aus einer Platte, Spalte 1.1 in Tabelle 2	Voll plastische Grenzlast wegen $s_{90}$ kleiner Grenzlast der idealen Tafel, Spalte 1.1 in Tabelle 2
plötzlicher Übergang in kinematischen Zustand auf hohem Lastniveau	schwache Duktilität auf geschätzt hohem Lastniveau
$s_{90}$ nicht vorhanden	$s_{90}$ für Gleichgewicht nicht erforderlich



$$P_0 = \int_{-\ell_v/2}^{\ell_v/2} s_0 dx \quad (1)$$

$$P_{90} = \int_{-\ell_v/2}^{\ell_v/2} s_{90} dx \quad (2)$$

$$M = \int_{-\ell_v/2}^{\ell_v/2} s_{90} x dx \quad (3)$$

Im Ausgangszustand haben die Rippenachse und der Plattenrand dementsprechend dieselbe Lage. Die Ordinate  $x$  beschreibt einen Ort auf der Rippenachse bzw. dem Plattenrand.

Die Rippen werden entsprechend des erweiterten Schubfeldträgermodells über die Verbundlänge  $\ell_v$  als dehn- und biegestarr angesehen, so dass sich infolge dieser Steifigkeiten keine nichtlinearen Verläufe der Verbundbeanspruchungen ergeben.

Zudem werden, anders als bei Hall (2012), der Verlauf der Verbundbeanspruch  $s_0$  als konstant über die Verbundlänge und der Verlauf der Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  in elastischen Bereichen als linear und in plastischen Bereichen als konstant angesehen (vgl. Abbildung 23), so dass im voll plastischen Grenzzustand die Verläufe mit denen von Anheier (2013) identisch sind.

### 3.2 Alleinige Beanspruchung des Verbundes durch $s_{90}$

Die Kraft  $P_{90}$  senkrecht zur Rippenachse und zum Plattenrand bewirkt eine Verschiebung  $u_{90,0}$ , und das Moment  $M$  bewirkt eine Verdrehung  $\varphi$  der starren Rippe gegenüber dem Rand der starren Platte. Dann gilt

$$u_{90}(x) = u_{90,0} + \varphi x. \quad (4)$$

Für das elastische, ideal plastische Stoffgesetz des Verbundes lässt sich schreiben

$$s_{90}(x) = \begin{cases} k(u_{90,0} + \varphi x) & \text{für } s_{90}(x) < s_{pl} \\ s_{pl} & \text{sonst} \end{cases} \quad (5)$$

mit der bezogenen Steifigkeit  $k = K / a_1$  des Verbundes in  $\text{N/mm}^2$ .

Dann gilt für die äquivalente Verbundgröße  $P_{90}$  allein bei Erreichen der Fließgrenze  $s_{pl}$

$$P_{90,y} = P_{90,pl} = s_{pl} \ell_v \quad (6)$$

und für die äquivalente Verbundgröße  $M$  allein ergibt sich das Fließmoment

$$M_y = \frac{1}{6} s_{pl} \ell_v^2 \quad (7)$$

und im voll plastischen Zustand

$$M_{pl} = \frac{1}{4} s_{pl} \ell_v^2. \quad (8)$$

Das Verfahren zur Bestimmung der Grenzzustände für die Kombination von  $P_{90}$  und  $M$  kann analog zum Verfahren von Chen und Atsuta (1976) zur Bestimmung der Querschnittstragfähigkeit gewählt werden. Dann folgt

- für den elastischen Grenzzustand – erstes Fließen an einem oder beiden Verbundrändern mit  $x = \pm \ell_v/2$ , siehe Abbildung 23a,

$$m_1 = \frac{M_1}{M_y} = 1 - \frac{P_{90,1}}{P_{90,y}} = 1 - p_{90,1}, \quad (9)$$

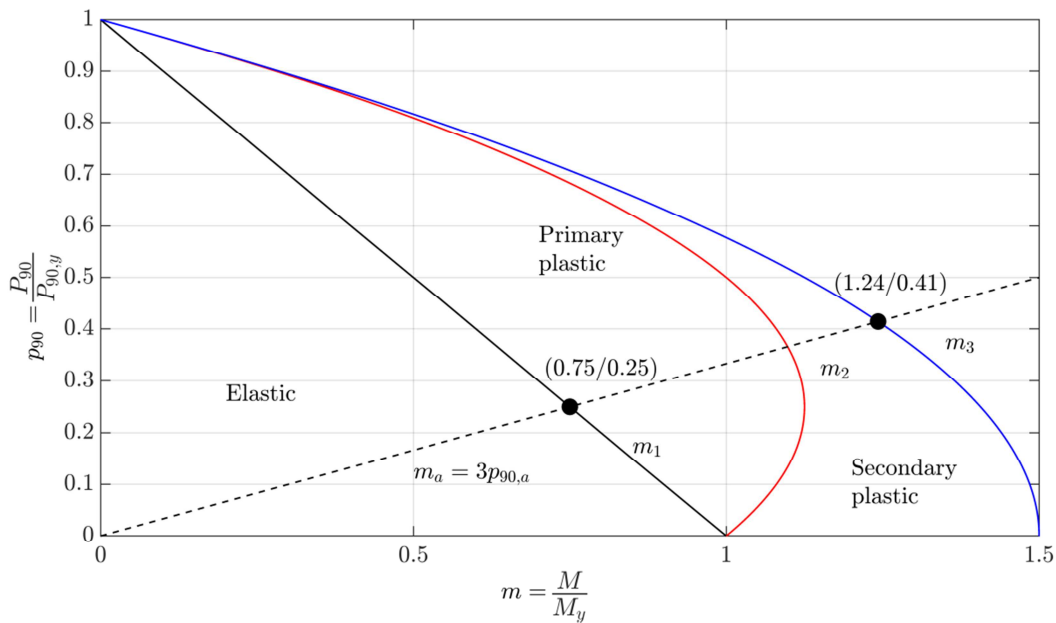
- für den ersten plastischen Grenzzustand – Fließen eines Verbundabschnittes beginnend an einem der beiden Verbundränder mit  $x < \ell_v/2$  oder  $x > -\ell_v/2$  und zweites Fließen am anderen Verbundrand, siehe Abbildung 23b,

$$m_2 = \frac{M_2}{M_y} = 1 + \frac{P_{90,2}}{P_{90,y}} - 2 \left( \frac{P_{90,2}}{P_{90,y}} \right)^2 = 1 + p_{90,2} - 2p_{90,2}^2 \quad (10)$$

- und für den voll plastischen Grenzzustand – Fließen von zwei Verbundabschnitten auf insgesamt gesamter Verbundlänge  $\ell_v$ , siehe Abbildung 23d,

$$m_3 = \frac{M_3}{M_y} = \frac{3}{2} \left\{ 1 - \left( \frac{P_{90,3}}{P_{90,y}} \right)^2 \right\} = \frac{3}{2} \{ 1 - p_{90,3}^2 \}. \quad (11)$$

Die zu den Interaktionen von  $m_i$  und  $p_{90,i}$  gehörigen Graphen finden sich in Abbildung 22 und Beispiele der zugehörigen Verteilungen von  $s_{90}$  über  $\ell_v$  in Abbildung 23.



**Abbildung 22: Interaktionskurven des elastischen und der plastischen Grenzzustände des Verbundes**

Die Definition der Fließverdrehung  $\varphi_y$  erfolgt mit Hilfe von Gleichung (5) für  $u_{90,0} = 0$  beim Eintritt des ersten Fließens an beiden Verbundrändern

$$s_{pl} = k\varphi_y \frac{\ell_v}{2} \rightarrow \varphi_y = \frac{2s_{pl}}{k\ell_v} \quad (12)$$

und die der Fließverschiebung  $u_{90,0,y}$  für  $\varphi = 0$

$$s_{pl} = ku_{90,0,y} \rightarrow u_{90,0,y} = u_{90,y} = u_y = \frac{s_{pl}}{k}. \quad (13)$$

Chen und Atsuta (1976) folgend, gilt dann mit

$$\bar{\varphi} = \frac{\varphi}{\varphi_y}, \quad \bar{u}_{90} = \frac{u_{90}}{u_{90,0,y}}, \quad \bar{u}_{90,0} = \frac{u_{90,0}}{u_{90,0,y}} \quad (14)$$

bei Erreichen der ersten Fließgrenze für die bezogene Verdrehung und Verschiebung

$$\bar{\varphi}_1 = m_1 = 1 - \frac{P_{90,1}}{P_{90,y}}, \quad \bar{u}_{90,0} = \frac{P_{90,1}}{P_{90,y}}. \quad (15)$$

Nach einigen Umformungen folgt schließlich

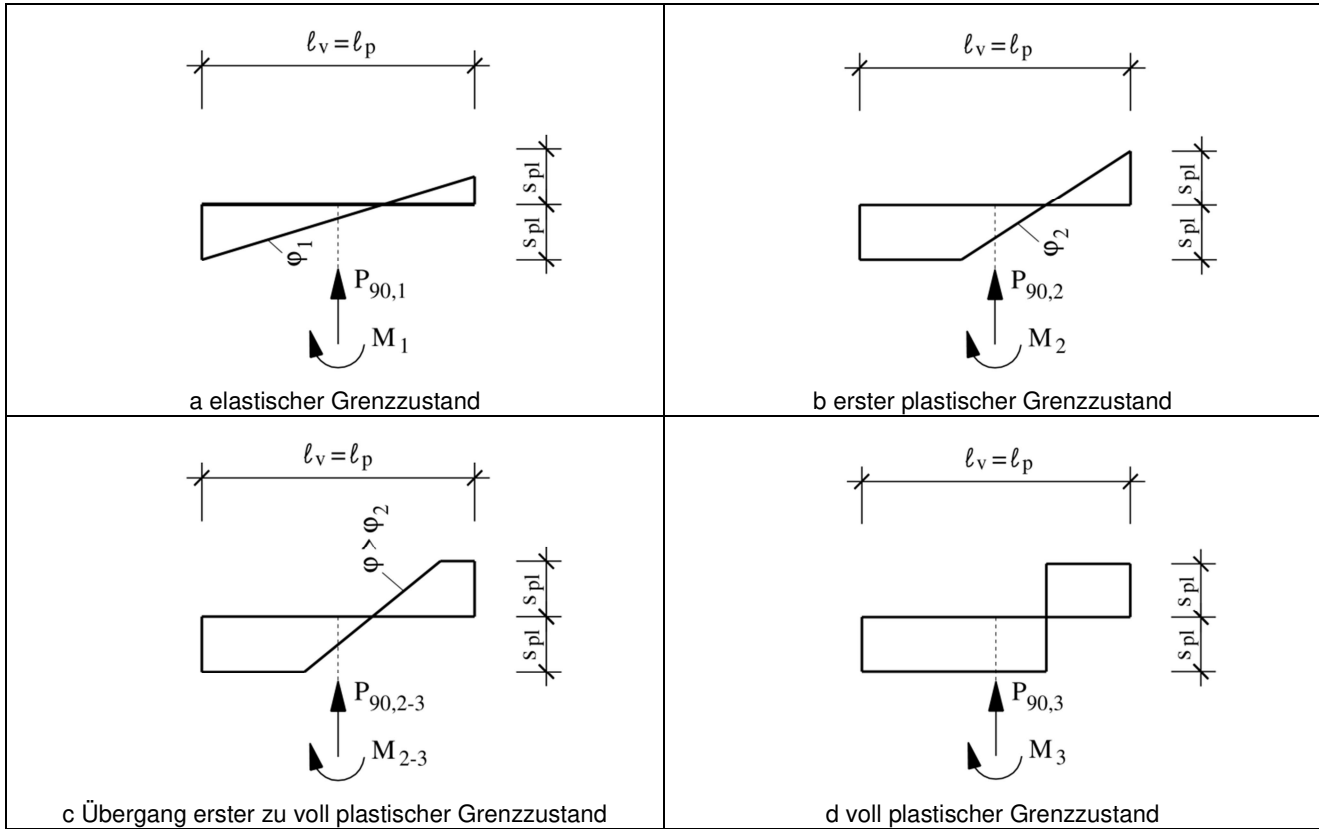
$$\varphi_1 = \frac{2}{k\ell_v} \left( s_{pl} - \frac{P_{90,1}}{\ell_v} \right), \quad u_{90,0,1} = \frac{P_{90,1}}{k\ell_v}. \quad (16)$$

Bei Erreichen der 2. Fließgrenze folgt für die bezogene Verdrehung und Verschiebung

$$\bar{\varphi}_2 = \frac{1}{1 - \frac{P_{90,2}}{P_{90,y}}}, \quad \bar{u}_{90,0} = \frac{P_{90,2}}{P_{90,y}} \quad (17)$$

und schließlich

$$\varphi_2 = \frac{2s_{pl}}{k\ell_v \left( 1 - \frac{P_{90,2}}{s_{pl}\ell_v} \right)}, \quad u_{90,0,2} = \frac{P_{90,2}}{k\ell_v}. \quad (18)$$



**Abbildung 23:** Beispiele für den Verlauf von  $s_{90}$  in den elastischen und plastischen Grenzzuständen des Verbundes

Für die Zustände  $\varphi > \varphi_2$  gilt

$$m_{2-3} = m_3 - \frac{1}{2\bar{\varphi}^2} = \frac{M_3}{M_y} - \frac{2s_{pl}^2}{k^2\ell_v^2\varphi^2} \quad (19)$$



Die Verbundgrößen  $P_{90,3}$  und  $M_3$  im voll plastischen Grenzzustand lassen sich auch mit Hilfe des einfachen Modells in Abbildung 24 bestimmen.

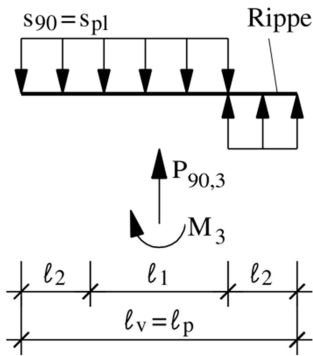


Abbildung 24: Modell für den voll plastischen Zustand

Mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen für die Rippe in Abbildung 24

$$P_{90,3} = s_{pl} \ell_1 \quad (20)$$

$$M_3 = s_{pl} \ell_2 (\ell_1 + \ell_2) \quad (21)$$

und der Geometriebedingung:

$$\ell_v = \ell_1 + 2\ell_2 \quad (22)$$

lässt sich wie zuvor in Gleichung (11) schreiben

$$m_3 = \frac{M_3}{M_y} = \frac{3}{2} \left\{ 1 - \left( \frac{\ell_1}{\ell_v} \right)^2 \right\} = \frac{3}{2} \{ 1 - p_{90,3}^2 \}. \quad (23)$$

### 3.3 Beanspruchung des Verbundes durch $s_0$ und $s_{90}$

Die in Gleichung (1) definierte äquivalente Verbundgröße  $P_0$  steht im Gleichgewicht mit den Normalkräften des Rippenabschnitts in seinen Randknoten  $j$  und  $j+1$

$$P_0 = -N_{j+1} + N_j. \quad (24)$$

Zusätzlich zu den Verschiebungen  $u_{90}(x)$  bewirkt nun die Kraft  $P_0$  parallel zur Rippenachse und zum Plattenrand eine konstante Verschiebung  $u_0$  der starren Rippe gegenüber dem Rand der starren Platte

$$u_0(x) = u_0, \quad (25)$$

so dass die Rippe neben der Starrkörperdrehung  $\varphi$  die Starrkörperverschiebung

$$u_{res}(x) = \sqrt{u_0^2 + (u_{90,0} + \varphi x)^2} \quad (26)$$

erfährt und es gilt mit  $s_0(x) = s_0$

$$s_{res}(x) = \sqrt{s_0^2 + s_{90}(x)^2}. \quad (27)$$

Für das elastische, ideal plastische Stoffgesetz des Verbundes lässt sich auch schreiben

$$s_{res}(x) = \begin{cases} k u_{res}(x) & \text{für } s_{res}(x) < s_{pl} \\ s_{pl} & \text{sonst} \end{cases} \quad (28)$$

mit der Steifigkeit  $k$  des Verbundes in  $\text{N/mm}^2$ .

Dann gilt für die äquivalente Verbundgröße  $P_0$  allein bei Erreichen der Fließgrenze  $s_{pl}$

$$P_{0,y} = P_{0,pl} = s_{pl} \ell_v, \quad (29)$$

Zur Berücksichtigung der Interaktion von  $s_{90}$  und  $s_0$  müssen die in den Gleichungen (9) bis (11) angegebenen Grenzzustände modifiziert werden.

Für den voll plastischen Grenzzustand ergeben sich mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen für die Rippe in Abbildung 24 mit  $s_{90} \neq s_{pl}$

$$P_{90,3} = s_{90} \ell_1 \quad (30)$$

$$M_3 = s_{90} \ell_2 (\ell_1 + \ell_2) \quad (31)$$

Mit Hilfe der Geometriebedingungen folgt das Verhältnis von  $s_{90}$  zu  $s_{pl}$ :

$$\frac{s_{90}}{s_{pl}} = \frac{m_3}{3} + \sqrt{\left(\frac{m_3}{3}\right)^2 + p_{90,3}^2} \quad (32)$$

Die bezogene Verbundgröße  $p_{0,3}$  bestimmt sich zu:

$$p_{0,3} = \frac{P_{0,3}}{P_{0,y}} = \frac{s_0 \cdot \ell_v}{s_{pl} \cdot \ell_v} = \frac{s_0}{s_{pl}} \quad (33)$$

Die Anwendung dieses Prinzips auf den elastischen und den ersten plastischen Grenzzustand und Interaktion der bezogenen Verbundgrößen entsprechend Gleichung (27) ergibt die folgenden Interaktionsgleichungen:

- für den elastischen Grenzzustand – erstes Fließen an einem oder beiden Verbundrändern mit  $x = \pm \ell_v/2$

$$(m_1 + p_{90,1})^2 + p_{0,1}^2 = 1 \quad (34)$$

- für den ersten plastischen Grenzzustand – Fließen eines Verbundabschnittes beginnend an einem der beiden Verbundränder mit  $x < \ell_v/2$  oder  $x > -\ell_v/2$  und zweites Fließen am anderen Verbundrand

$$\left( \frac{m_2 - p_{90,2}}{2} + \sqrt{\left( \frac{m_2 - p_{90,2}}{2} \right)^2 + 2 \cdot p_{90,2}^2} \right)^2 + p_{0,2}^2 = 1 \quad (35)$$

- und für den voll plastischen Grenzzustand – Fließen von zwei Verbundabschnitten auf insgesamt gesamter Verbundlänge  $\ell_v$

$$\left( \frac{m_3}{3} + \sqrt{\left( \frac{m_3}{3} \right)^2 + p_{90,3}^2} \right)^2 + p_{0,3}^2 = 1. \quad (36)$$

Die zu den Interaktionen der Zustände 1, 2 und 3 gehörigen Graphen finden sich in Abbildung 25 und Abbildung 26.

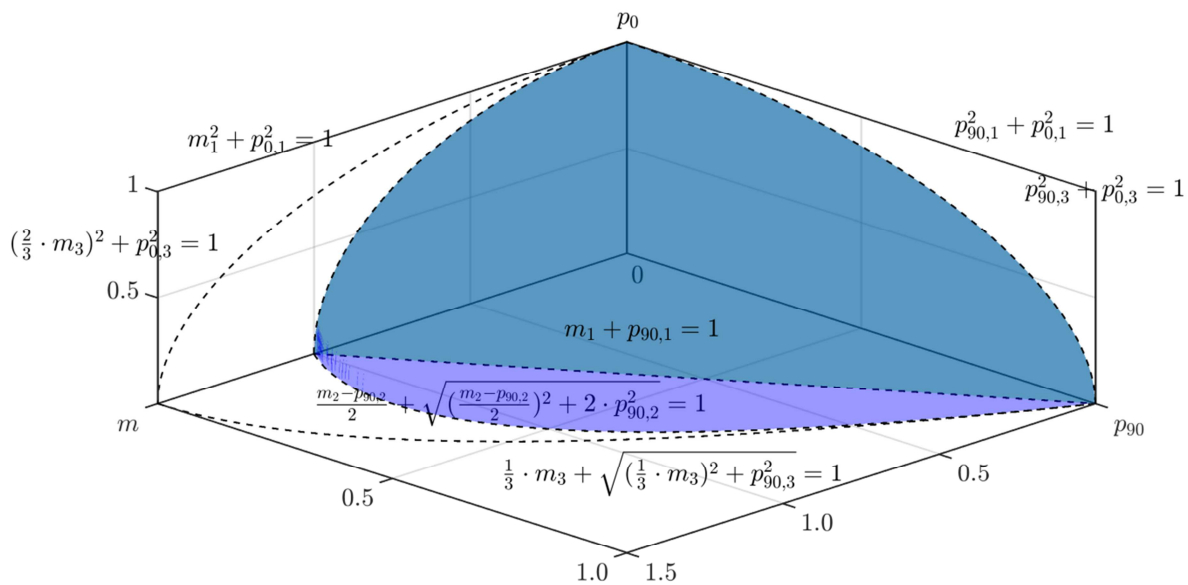


Abbildung 25: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen des elastischen und des ersten plastischen Grenzzustandes

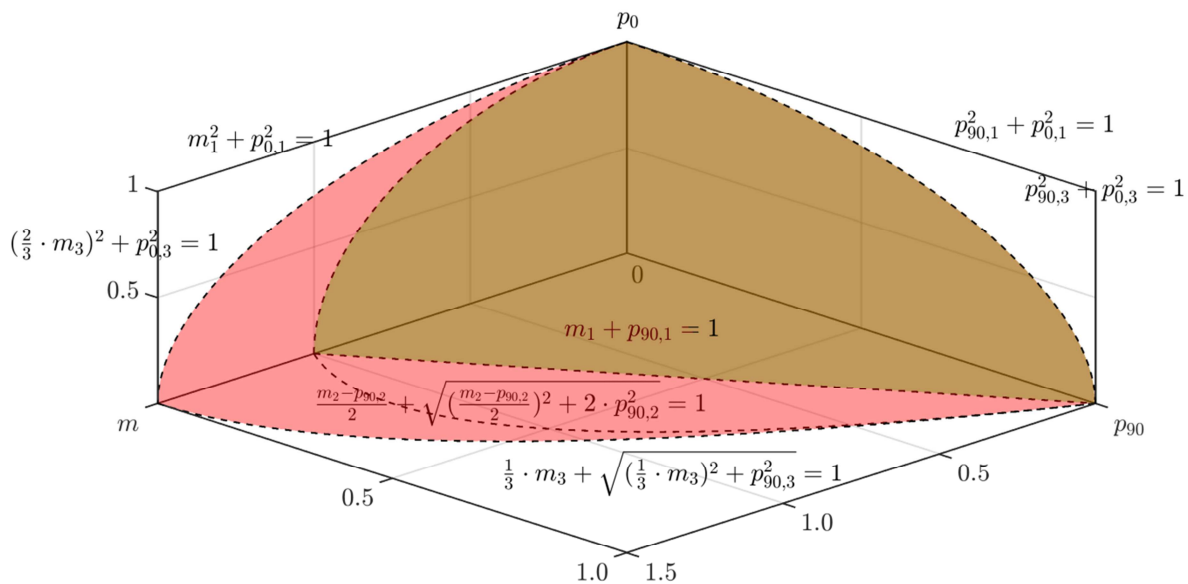


Abbildung 26: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen des elastischen und voll plastischen Grenzzustandes

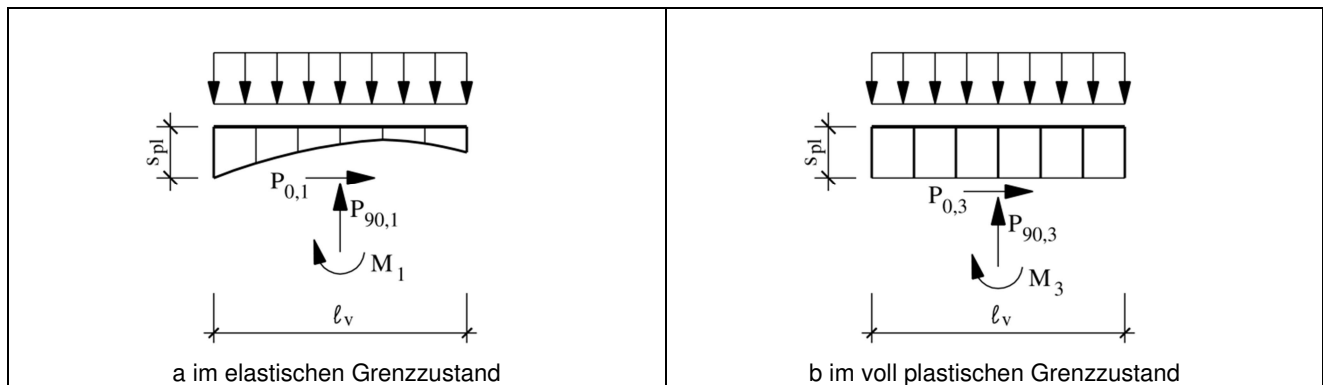


Abbildung 27: Beispiele für den Verlauf von  $s_{res}$  in den Grenzzuständen des Verbundes

### 3.4 Gleichgewicht von Verbundgrößen und Rippenschnittgrößen für spezielle Lagerungsfälle eines Rippenabschnitts

In einer Holztafel stehen die zuvor eingeführten Verbundgrößen  $P_0$ ,  $P_{90}$  und  $M$  im Gleichgewicht mit der äußeren Einwirkung  $q$ , die auf den Rippenabschnitt der Länge  $\ell_v = \ell_p$  einwirkt, mit der Auflagerreaktion  $A$  und mit den Schnittgrößen  $M_{j+1}$ ,  $N_j$ ,  $N_{j+1}$ ,  $N_{j+2}$ ,  $Q_j$ ,  $Q_{j+1}$  und  $Q_{j+2}$  an den jeweiligen Abschnittsenden, wie in Abbildung 28 bis Abbildung 32 für einige wichtige Fälle dargestellt. Der Knoten  $j$  ist dabei der auflagnernächste Knoten der Rippenkette.

Die in Abbildung 28 bis Abbildung 32 angegebenen Verhältnisse der Verbundgrößen  $M/P_{90}$  gelten unabhängig vom elastisch/plastischen Verlauf von  $s_{90}$  über die Verbundlänge  $\ell_v$ .

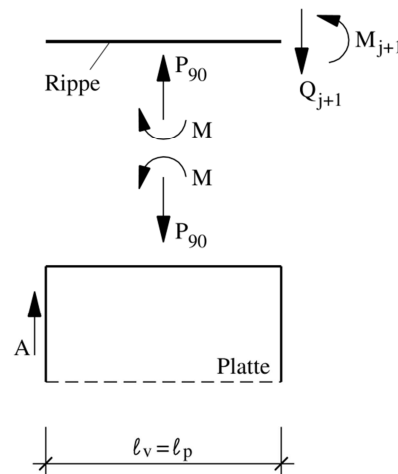
	<p>Aus äußerem Gleichgewicht folgt</p> $Q_{j+1} = A$ $M_{j+1} = A\ell_v$ <p>Aus innerem Gleichgewicht folgt</p> $\left. \begin{aligned} P_{90} &= Q_{j+1} = A \\ M &= M_{j+1} - Q_{j+1} \frac{\ell_v}{2} = A \frac{\ell_v}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{M_a}{P_{90,a}} = \frac{\ell_v}{2}.$ <p><math>M_a</math>, <math>P_{90,a}</math> siehe Tabelle 5</p>
--	---

Abbildung 28: Verbund eines Rippenabschnitts mit freiem Ende mit einem Teil einer Auflagerplatte

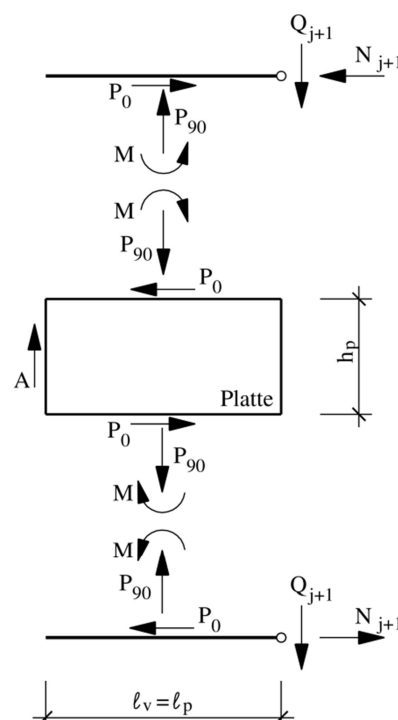
	<p>Aus äußerem Gleichgewicht folgt</p> $Q_j = 0 \text{ (freies Ende),}$ $Q_{j+1} = \frac{A}{2},$ $N_j = 0 \text{ (freies Ende),}$ $N_{j+1} = \frac{A\ell_v}{h_p}.$ <p>Aus innerem Gleichgewicht folgt</p> $\left. \begin{aligned} P_{90} &= Q_{j+1} = \frac{A}{2} \\ M &= Q_{j+1} \frac{\ell_v}{2} = A \frac{\ell_v}{4} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{M_b}{P_{90,b}} = \frac{\ell_v}{2}.$ $P_0 = \frac{A\ell_v}{h_p}$ <p><math>M_b</math>, <math>P_{90,b}</math> siehe Tabelle 5</p>
---	---

Abbildung 29: Verbundbeanspruchungen einer Auflagerplatte mit zwei Rippen

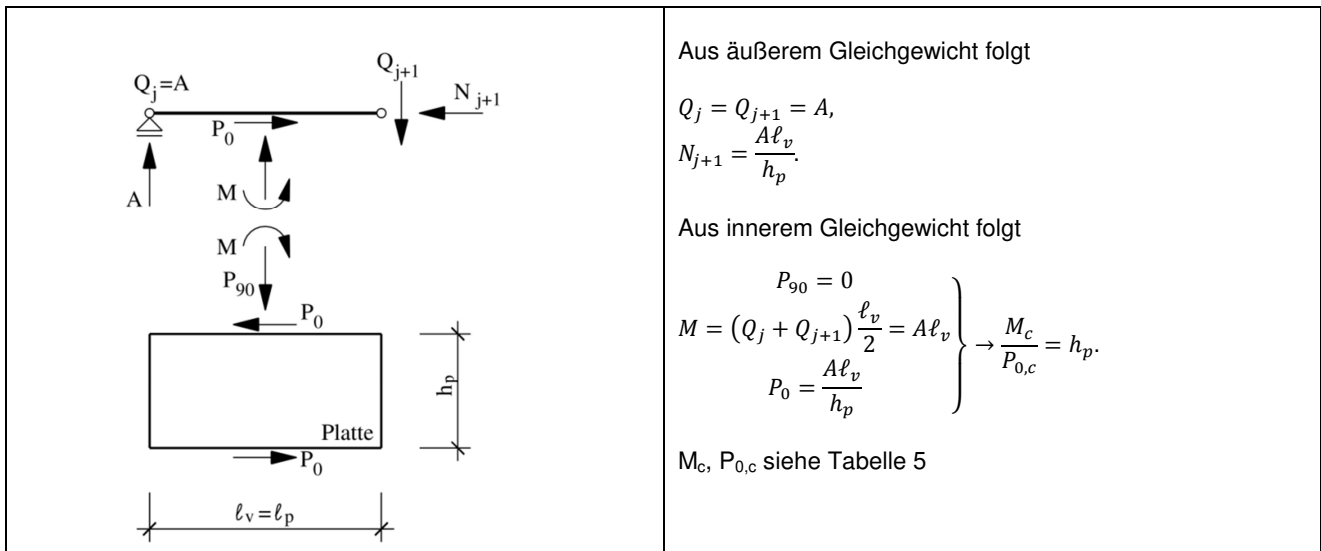


Abbildung 30: Verbund eines am Rand gelagerten Rippenabschnitts mit der dem Auflager am nächsten gelegenen Platte

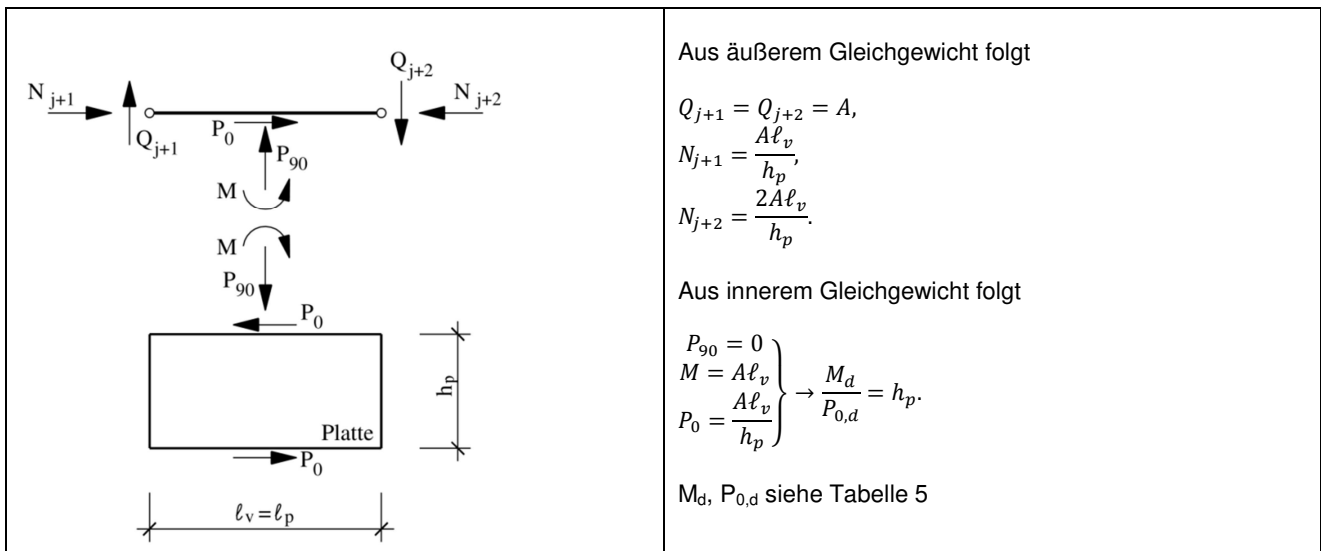


Abbildung 31: Verbund eines Rippenabschnitts mit einem Teil einer nicht auflagenahen Platte

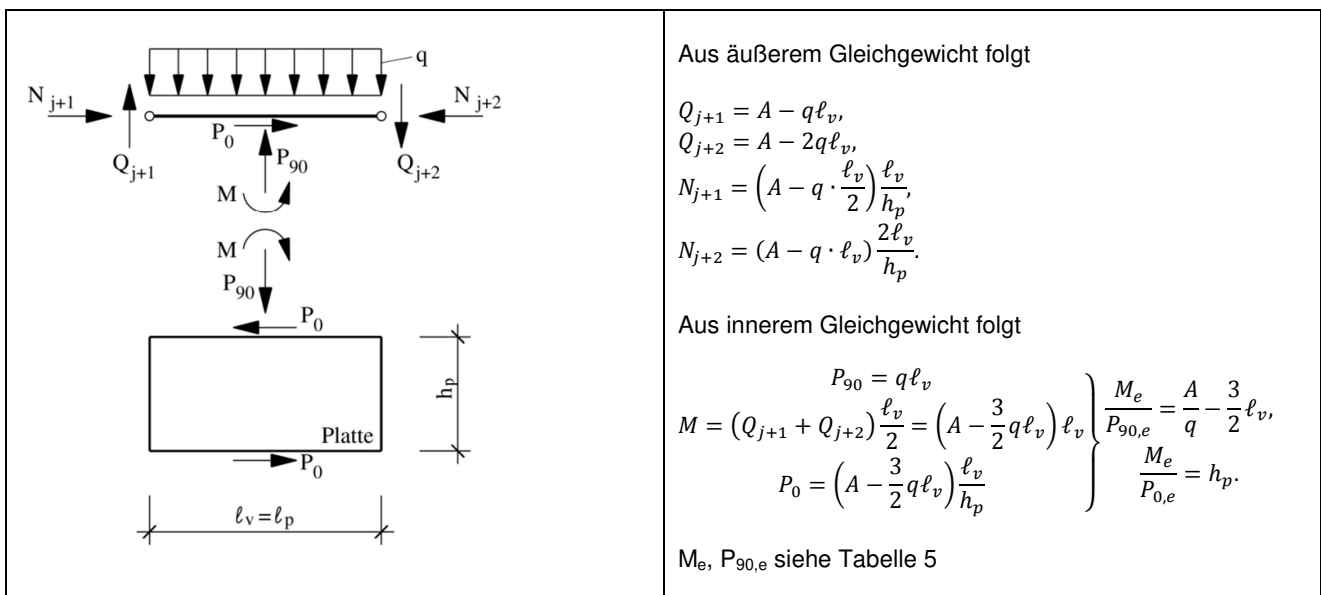


Abbildung 32: Verbund eines durch q belasteten Rippenabschnitts mit einem Teil einer nicht auflagenahen Platte

Für den in Abbildung 32 dargestellten allgemeinen Fall ist eine Auswertung des elastischen und des voll plastischen Grenzzustands für die Tafel in Abbildung 21 mit  $A = ql/2$ , für  $\ell = 6\ell_v$  und für  $h_p = \ell_v/2$  in Abbildung 33 eingetragen. Die Auswertung führt zu den 3 Verhältnissen der bezogenen Verbundgrößen  $m/p_0 = 3$ ,  $p_0/p_{90} = 3$  und  $m/p_{90} = 9$ .

Der Schnittpunkt der räumlichen Resultierenden mit der Hüllfläche für den elastischen Grenzzustand nach Gleichung (34) liefert die bezogenen Verbundgrößen im elastischen Grenzzustand:

$$p_0; p_{90}; m = 0,287; 0,096; 0,862.$$

Daraus folgt mit  $s_{pl} = 10 \text{ N/mm}$  und  $\ell_v = 1000 \text{ mm}$ :

$$P_{90} = p_{90} s_{pl} \ell_v = 0,096 \cdot 10 \cdot 1000 = 960 \text{ N} \approx 959 \text{ N nach Hall.}$$

$$P_0 = p_0 s_{pl} \ell_v = 0,287 \cdot 10 \cdot 1000 = 2870 \text{ N} \approx 2878 \text{ N nach Hall.}$$

$$M = \frac{p_{90} s_{pl} \ell_v^2}{6} = 0,862 \cdot 10 \cdot \frac{1000^2}{6} = 143667 \text{ Nmm} \approx 143900 \text{ Nmm nach Hall.}$$

Im voll plastischen Zustand ergibt sich der Schnittpunkt der räumlichen Resultierenden mit der Hüllfläche im voll plastischen Grenzzustand nach Gleichung (36) an der Stelle:

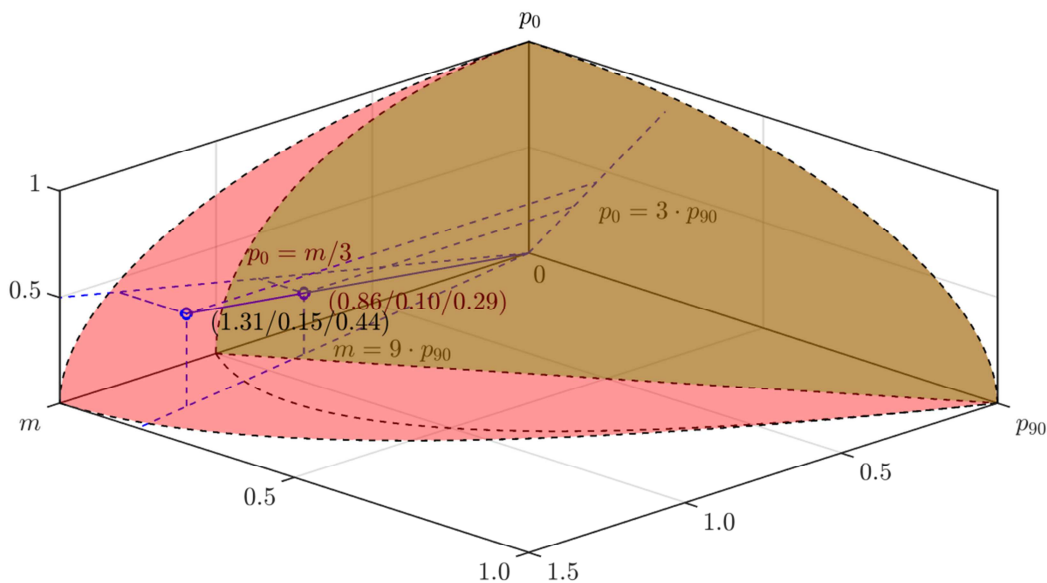
$$p_0; p_{90}; m = 0,438; 0,146; 1,313$$

und damit

$$P_{90} = p_{90} s_{pl} \ell_v = 0,146 \cdot 10 \cdot 1000 = 1459 \text{ N} \approx 1440 \text{ N nach Hall}$$

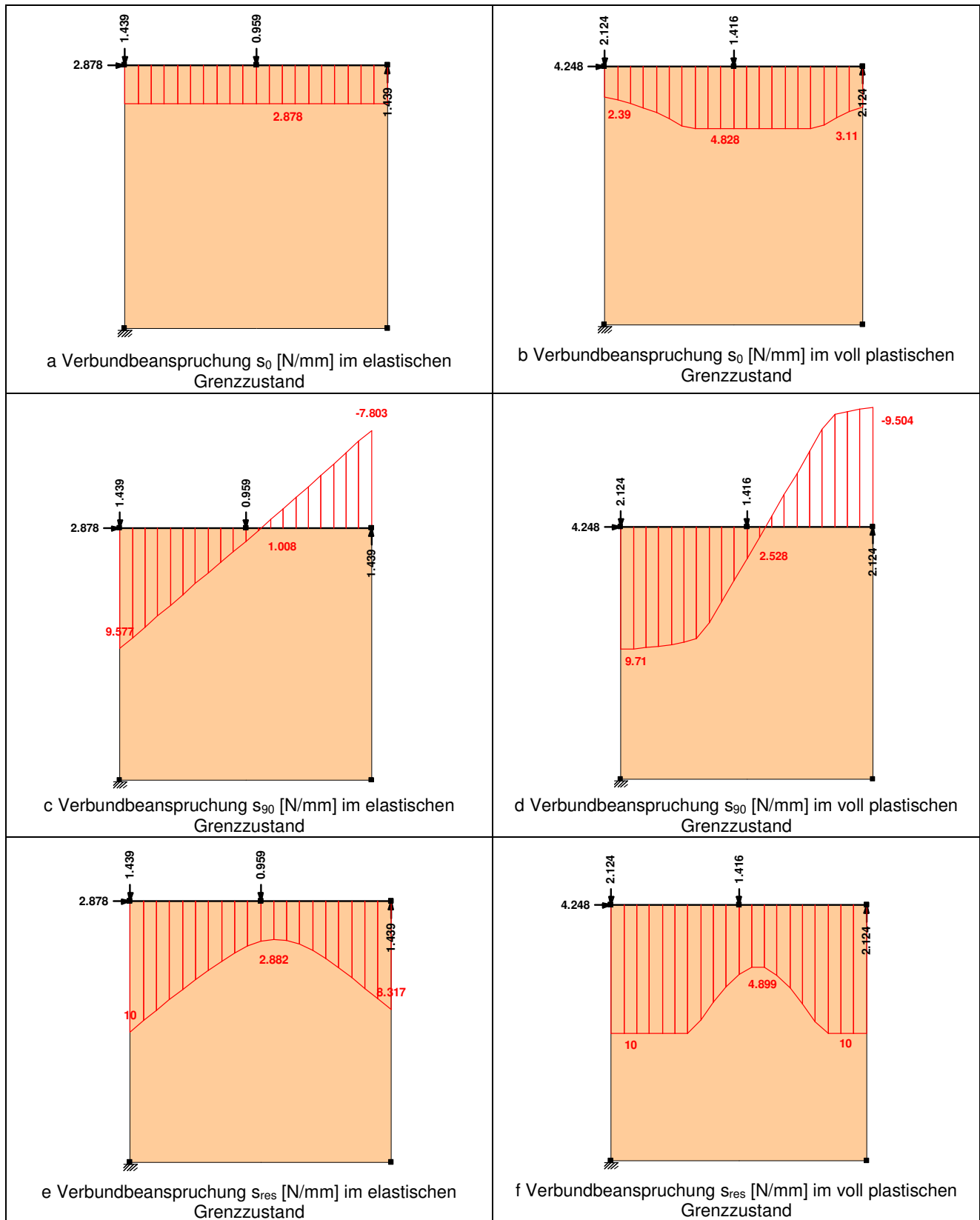
$$P_0 = p_0 s_{pl} \ell_v = 0,438 \cdot 10 \cdot 1000 = 4380 \text{ N} \approx 4333 \text{ N nach Hall}$$

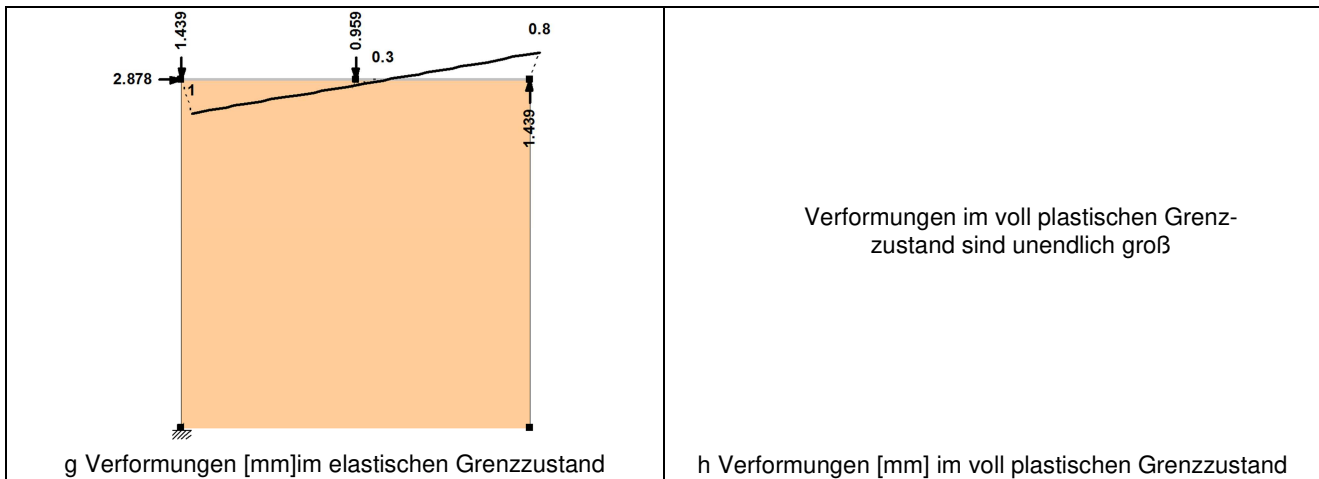
$$M = \frac{p_{90} s_{pl} \ell_v^2}{6} = 1,313 \cdot 10 \cdot \frac{1000^2}{6} = 218900 \text{ Nmm} \approx 216700 \text{ Nmm nach Hall.}$$



**Abbildung 33:** Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen des elastischen und voll plastischen Grenzzustandes für das Beispiel des Abbildung 32 dargestellten allgemeinen Falls mit  $A = ql/2$ , für  $\ell = 6\ell_v$  und für  $h_p = \ell_v/2$

Zum Vergleich sind die Ergebnisse nach Hall (2012) dargestellt, die trotz der nichtlinearen Verläufe eine gute Übereinstimmung darlegen. Zum voll plastischen Grenzzustand nach Hall (2012) ist an dieser Stelle anzumerken, dass dieser nicht exakt ermittelt werden konnte, da der Iterationsprozess noch optimiert werden muss:





**Abbildung 34:** Elastischer und voll plastischer Grenzzustand für das Beispiel der Abbildung 32 dargestellten allgemeinen Falls mit  $A = q\ell/2$ , für  $\ell = 6\ell_v$  und für  $h_p = \ell_v/2$  nach dem Stab-Verbund-Modell von Hall (2012)

### 3.5 Verhältnis von voll plastischen zu elastischen Verbundschnittgrößen für Beanspruchung durch $s_{90}$

Zunächst gilt mit den Gleichungen (6) und (7) für das Verhältnis der Verbundschnittgrößen unabhängig vom elastisch/voll plastischen Zustand des Verbundes

$$\frac{m}{p_{90}} = \frac{M}{M_y} \frac{P_y}{P_{90}} = \frac{6}{\ell_v} \frac{M}{P_{90}} \quad (37)$$

Daraus ergeben sich für die in Abbildung 28 bis Abbildung 32 angegebenen speziellen Verhältnisse  $M/P_{90}$  die in Tabelle 5 berechneten speziellen Verhältnisse von plastischen zu elastischen Verbundschnittgrößen.

**Tabelle 5:** Verhältnisse von voll plastischen zu elastischen Verbundschnittgrößen  $p_{90,3}/p_{90,1}$  und  $m_3/m_1$  (für  $A = q\ell/2$  und  $p_0 = 0$ ) entsprechend Abbildung 28 bis Abbildung 32

a	$\frac{M_a}{P_{90,a}} = \frac{\ell_v}{2}$	$m_a = 3p_{90,a}$	$3p_{90,a,1} = 1 - p_{90,a,1}$ $3p_{90,a,3} = \frac{3}{2}(1 - p_{90,a,3}^2)$	$p_{90,a,1} = \frac{1}{4}$ $p_{90,a,3} = \sqrt{2} - 1$	$\frac{p_{90,a,3}}{p_{90,a,1}} = 1,66$ $\frac{m_{a,3}}{m_{a,1}} = 1,66$
b	$\frac{M_b}{P_{90,b}} = \frac{\ell_v}{2}$	$m_b = 3p_{90,b}$	$3p_{90,b,1} = 1 - p_{90,b,1}$ $3p_{90,b,3} = \frac{3}{2}(1 - p_{90,b,3}^2)$	$p_{90,b,1} = \frac{1}{4}$ $p_{90,b,3} = \sqrt{2} - 1$	$\frac{p_{90,b,3}}{p_{90,b,1}} = 1,66$ $\frac{m_{b,3}}{m_{b,1}} = 1,66$
c	$\frac{M_c}{P_{90,c}} = \infty$	$p_{90,c} = 0$		$m_{c,1} = 1$ $m_{c,3} = \frac{3}{2}$	$\frac{m_{c,3}}{m_{c,1}} = 1,5$
d	$\frac{M_c}{P_{90,c}} = \infty$	$p_{90,d} = 0$		$m_{d,1} = 1$ $m_{d,3} = \frac{3}{2}$	$\frac{m_{d,3}}{m_{d,1}} = 1,5$
e	$\frac{M_e}{P_{90,e}} = \frac{A}{q} - \frac{3}{2}\ell_v$	$m_e = \left(3\frac{\ell}{\ell_v} - 9\right)p_{90,e}$	$3 \cdot \left(\frac{\ell}{\ell_v} - 3\right)p_{90,e,1} = 1 - p_{90,e,1}$ $\left(3\frac{\ell}{\ell_v} - 9\right)p_{90,e,3} = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}p_{90,e,3}^2$	$p_{90,e,1} = \frac{1}{3\frac{\ell}{\ell_v} - 8}$ $p_{90,e,3} = \frac{1}{\frac{\ell}{\ell_v} - 3 + \sqrt{\left(\frac{\ell}{\ell_v} - 3\right)^2 + 1}}$	$\frac{p_{90,e,3}}{p_{90,e,1}} = 1,66$ $\frac{p_{90,e,3}}{p_{90,e,1}} = 1,62$ (für $\ell = 4\ell_v$ ) (für $\ell = 6\ell_v$ )

Für den Fall in Zeile a der Tabelle 5 (siehe Abbildung 28) ist der Graph (Gerade) der bezogenen Verbundgrößen  $m_a = 3p_a$  in Abbildung 22 eingetragen. Aus den Schnittpunkten der Gerade mit den Graphen  $m_1$  und  $m_3$  lassen sich die in der rechten Spalte der Tabelle 5 angegebenen Verhältnisse graphisch bestimmen.



## 4 Konzept der experimentellen Untersuchungen

Die experimentellen Untersuchungen von Kessel und Anheier (2017a) sowie von Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b) hatten die Aufgabe, das physikalisch nichtlineare Verformungsverhalten des Verbundes einer querbeanspruchten Rippe mit einer Platte zu klären. Die Berechnung des Tragverhaltens einer Holztafel vereinfacht sich wesentlich, wenn der Einfluss der elastischen und plastischen Verformungen von Rippen und Platten vernachlässigt werden kann. Dann kann die Verformung des Verbundes durch eine gegenseitige Starrkörperverschiebung  $u$  und gleichzeitige Starrkörperverdrehung  $\varphi(x)$  von Rippe und Platte beschrieben werden. Zur Klärung der Voraussetzungen für dieses Verhalten bei Holztafeln wurden Material und Abmessungen für Rippe, Platte und Verbindungsmittel so ausgewählt, dass sie jeweils für sich als starr, steif oder weich klassifiziert werden können.

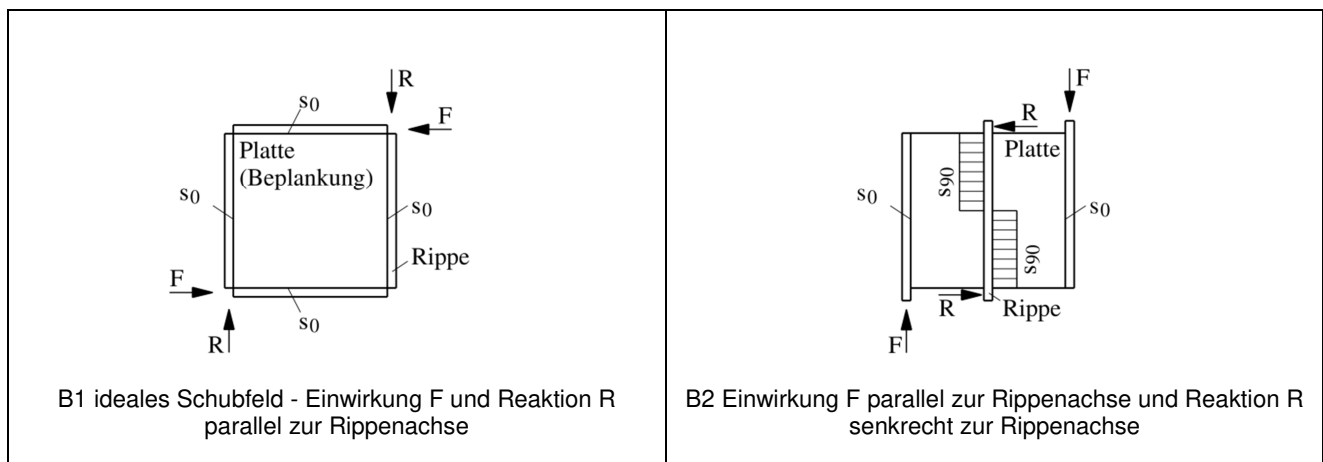
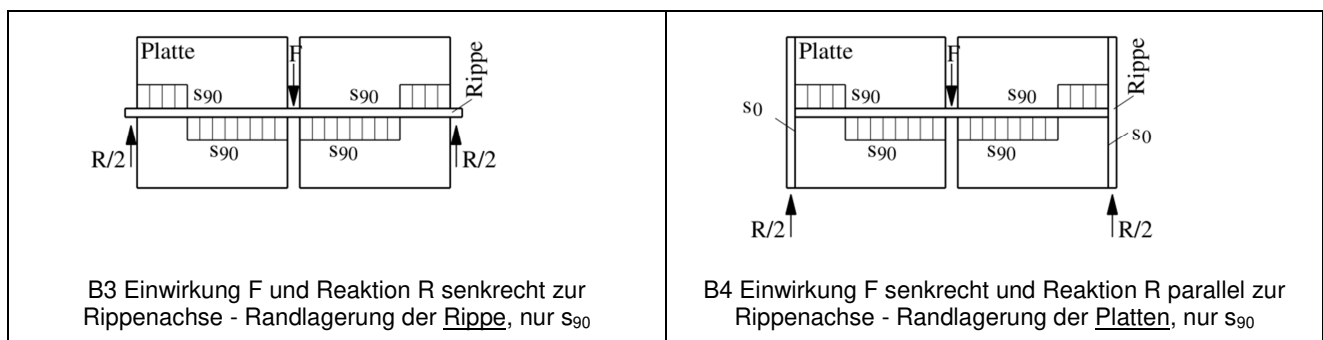


Abbildung 35: Rippen verbunden mit einem Plattenpaar

Die in Abbildung 35 und Abbildung 36 dargestellten Beanspruchungssituationen B erzeugen die Kräfte F und Reaktionen R. Dabei wirken F und R entweder senkrecht oder parallel zu den Rippenachsen. An Stellen, wo sich Rippenachsen kreuzen, gibt es keine Verbindungen der Rippen untereinander. Die Kräfte F und Reaktionen R werden aus konstruktiven Gründen prinzipiell in die Rippen eingeleitet und nicht in die Platten. Zum Vergleich wurde zusätzlich der Versuchskörper B5 mit Einleitung der Kräfte in die Platten untersucht.

Unabhängig von dem durch F und R erzeugten äußeren Gleichgewicht sind in Abbildung 35 und Abbildung 36 Hinweise auf zu erwartende innere Verbundbeanspruchungen  $s_{90}$  und  $s_0$  zu finden. Die Situationen B1 und B2 sollen zu einem besseren Verständnis der Ergebnisse der eigentlich für die Anwendung wichtigen Situationen B3 bis B5-G führen, die Grundsysteme von Tafeln mit freien Plattenrändern darstellen.



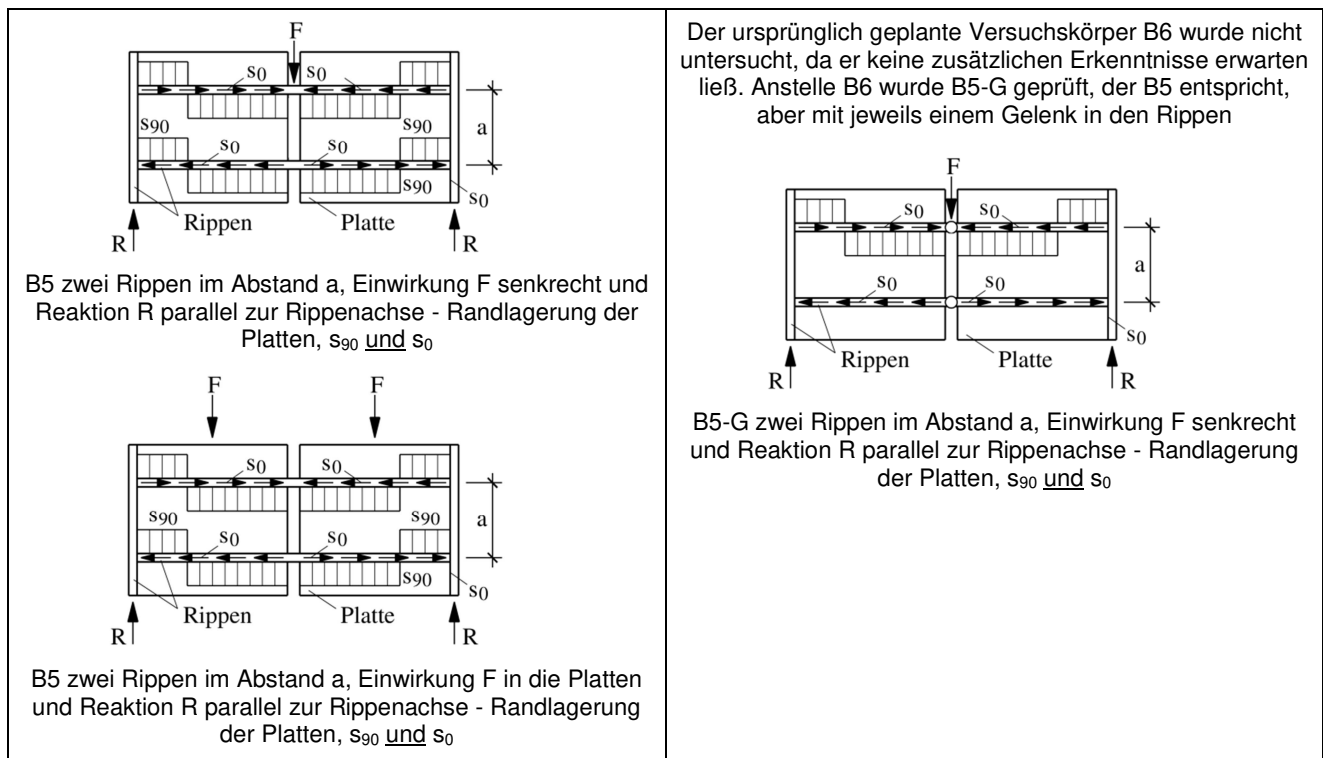


Abbildung 36: Rippen verbunden mit zwei nicht schub- und biegesteif verbundenen Plattenpaaren

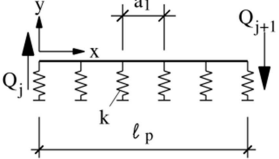
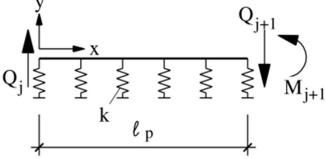
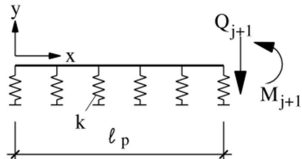
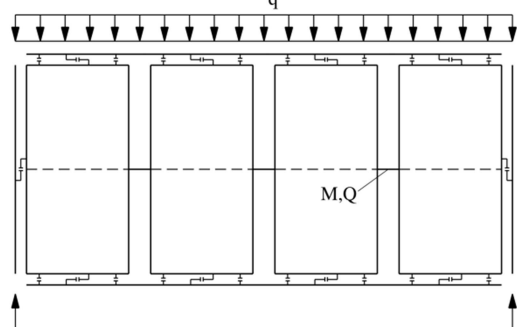
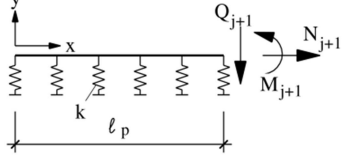
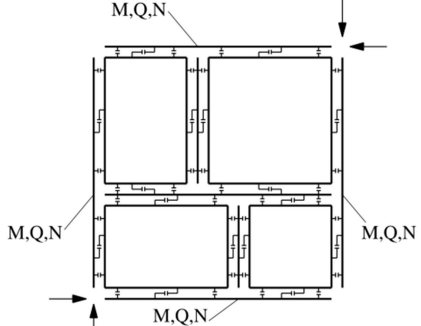
Die idealisierten Verläufe der Beanspruchung  $s_{90}$  des Verbundes in Abbildung 35 und Abbildung 36 beschreiben den Traglastzustand. Ergebnisse der Versuche sind u. a. die tatsächlichen Verläufe von  $s_{90}$  in Abhängigkeit der Lastniveaus von  $F$ . Zu ihrer Bestimmung wurden die Verbindungsmittel an einigen Versuchskörpern freigelegt. Der Ort des Richtungswechsels von  $s_{90}$  ist auf diese Weise relativ genau bestimmbar. Aufgrund von Symmetrien und äußerer statischer Bestimmtheit der Versuchskörper lassen sich dann die maximalen Ordinaten von  $s_{90}$  bestimmen.

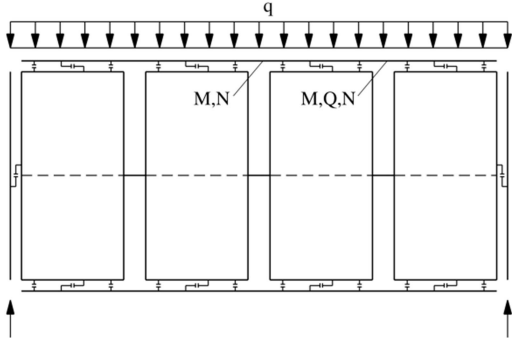
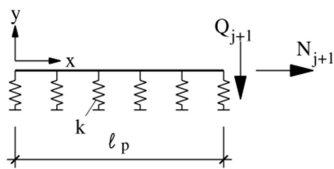
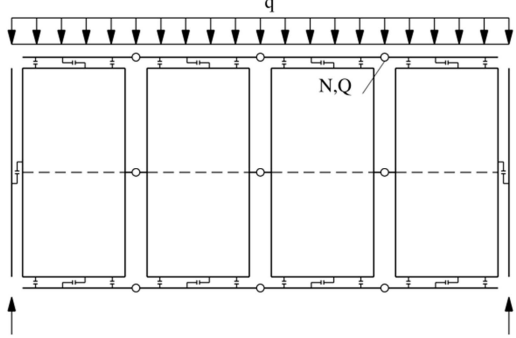
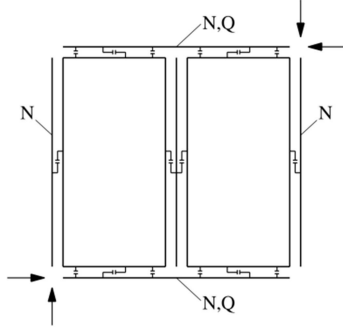
In den jeweils weg- und kraftgesteuerten Versuchen wird die Abhängigkeit von der durch  $F$  erzeugten Einwirkung und der Verschiebung  $u$  bzw. der Verdrehung  $\varphi$  bis zum Versagen geklärt. Ergebnisse jedes Versuches sind neben dem Verlauf der Beanspruchung  $s_{90}$  des Verbundes senkrecht zur Rippenachse die elastische Grenzlast, die Grenzlast übermäßiger Verformung und die Versagenslast. Ein Überblick der Versuchskörper findet sich in Anhang F.

Tabelle 6: Aufgaben und Anwendungen der Versuchskörper<sup>8</sup>

Bezeichnung	Beanspruchungssituation, Aufgaben bzw. erwartete Erkenntnisse	Anwendungen
B1	Elastischer gleich voll plastischer Grenzzustand	<p>Tafeln, die die Anforderungen an die Anwendbarkeit des Schubfeldträgerverfahrens erfüllen</p>

<sup>8</sup> Bei den dargestellten Anwendungen wird immer von einer Lasteinleitung in die Platten oder in eine parallel zur Lastrichtung angeordnete Rippen ausgegangen.

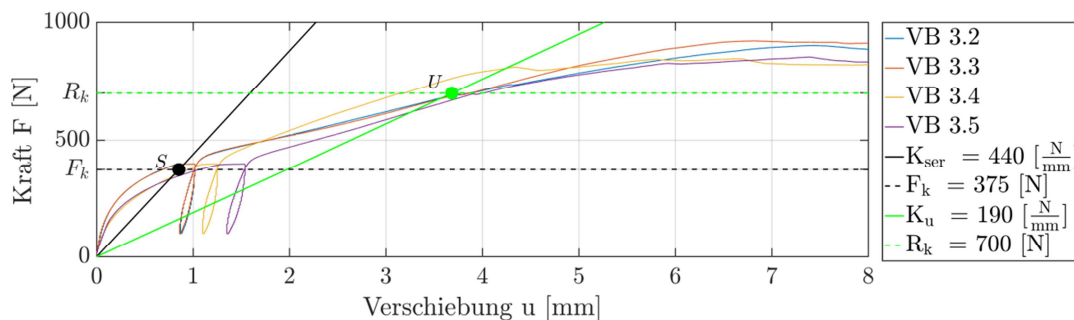
Bezeichnung	Beanspruchungssituation, Aufgaben bzw. erwartete Erkenntnisse	Anwendungen
B2	<p>Der Verbund wird nur durch ein Moment <math>Q\ell_p</math> beansprucht.</p>  <p><math>Q_j = Q_{j+1} = Q</math></p> <p>Einfluss der Biegesteifigkeit der Rippe auf die Verteilung von <math>s_{90}</math> über die Verbundlänge <math>\ell_v = \ell_p</math></p>	
B3	<p>Rippe als einseitig eingespannter und verschieblicher Biegeträger</p>  <p>Einfluss der Lagerung von Rippe und Platte auf die Verteilung von <math>s_{90}</math> bei zwei freien Plattenrändern</p>	<p>Rippe, die über den Plattenstoß biegesteif durchläuft, ohne Ausfuchung (Rippe am Rand direkt und Platte nicht gelagert)</p>
B4	<p>Rippe als einseitig eingespannter und beidseitig verschieblicher Biegeträger</p>  <p>Einfluss der Lagerung von Rippe und Platte auf die Verteilung von <math>s_{90}</math> bei einem freien Plattenrand</p>	<p>Rippe, die über den Plattenstoß biegesteif durchläuft, mit Ausfuchung (Rippe am Rand nicht gelagert und Platte am Rand gelagert)</p> <p>Am Übergang zwischen zwei Platten ergeben sich bei der dargestellten Deckentafel zusätzlich zu den Querkraften durch die unterschiedlichen gegenseitigen Verdrehungen der Platten gegeneinander immer geringfügige (aber i.d.R. durch die geringen Unterschiede der Verdrehungen vernachlässigbare) Momente an den Plattenstößen.</p> 
B5	<p>Lagerung der Rippe wie bei B4 mit zusätzlichen Gurtkräften</p>  <p>Einfluss der Lagerung von Rippe und Platte auf die Verteilung von <math>s_{90}</math> bei einem freien Plattenrand</p>	<p>1. Am Plattenstoß müssen bei biegesteif durchlaufenden Kopf- und Fußrippen und versetzten Platten M, N und Q übertragen werden.</p> 

Bezeichnung	Beanspruchungssituation, Aufgaben bzw. erwartete Erkenntnisse	Anwendungen
		<p>2. Rippe, die über den Plattenstoß biegesteif durchläuft, mit Ausfachung (Rippe am Rand nicht gelagert und Platte am Rand gelagert)</p> <p>Zusätzlich zu Anwendungsfall B4 treten in den Ober- und Unterurten Normalkräfte auf, so dass sich eine Interaktion der Schnittgrößen <math>N</math>, <math>Q</math> und <math>M</math> an Plattenstößen ergibt.</p> 
B5-G	<p>Rippe wie bei B5 mit Gelenk im Bereich des Plattenstoßes</p>  <p>Einfluss der Lagerung von Rippe und Platte auf die Verteilung von <math>s_{90}</math> bei einem freien Plattenrand</p>	<p>1. Rippenabschnitte gelenkig verbunden mit Ausfachung (Rippe am Rand nicht und Platte am Rand gelagert), Prüfung der Zulässigkeit eines Gelenks im statischen Modell durch Vergleich mit B5</p> <p>Durch die Wahl des statischen Modells können an den Plattenstößen nur <math>N</math> und <math>Q</math> übertragen werden. Die geringen auftretenden Momente bei durchlaufenden Rippen können zu Gunsten eines statisch bestimmten Modells, das eine hinreichend genauen Abbildung des Tragverhaltens gewährleistet, vernachlässigt werden.</p>  <p>2. Am Plattenstoß müssen bei biegesteif durchlaufenden Kopf- und Fußrippen <math>N</math> und <math>Q</math> übertragen werden. Aufgrund der Symmetrie ergibt sich das Moment zu Null:</p> 

## 5 Stoff- und Rechenmodelle des Verbundes von Rippe und Platte

### 5.1 Stoffmodell eines einzelnen Verbindungsmittels als Teil des Verbundes

Die experimentellen Untersuchungen von Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b) wurden an Kleintafeln durchgeführt, deren Verbund von Rippe und Platte mit Nägeln  $d = 2,1$  mm hergestellt wurde. Steifigkeit und Tragfähigkeit des Verbundes wurden mit Gipsfaserplatten, mitteldichten Holzfaserplatten und OSB-Platten bestimmt. Dabei betrugen alle Randabstände der Nägel von den Plattenrändern mehr als  $20d$  und die Beanspruchung der Nägel erfolgte parallel zur Rippenachse. Beispielhaft sind in Abbildung 37 die Kraftwegdiagramme für die mitteldichte Holzfaserplatte wiedergegeben.



**Abbildung 37:** Kraft-Verschiebung-Diagramm der 4 Prüfkörper VB 3.2-3.5 für die Verbindung einer DWD-Platte  $t=16$  mm mit einer Rippe aus C24 durch einen Nagel  $d = 2,1$  mm (aus Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b), geändert)

Darin markiert U (ultimate) den Zustand des Nagels auf dem Niveau von  $R_k$ , dem charakteristischen Niveau der Beanspruchbarkeit, und S (service) markiert den Zustand des Nagels auf dem Niveau von  $F_k$ , dem charakteristischen Niveau der Beanspruchung. Die Verschiebungswerte auf diesen Niveaus wurden durch Mittelwertbildung aus den jeweils vier Messgrößen bestimmt. Die Gerade durch S beschreibt die Steifigkeit des Nagels in der Nähe von S durch den Verschiebungsmodul  $K_{ser}$  und die Gerade durch U die Steifigkeit des Nagels in der Nähe von U durch den Verschiebungsmodul  $K_u$ .

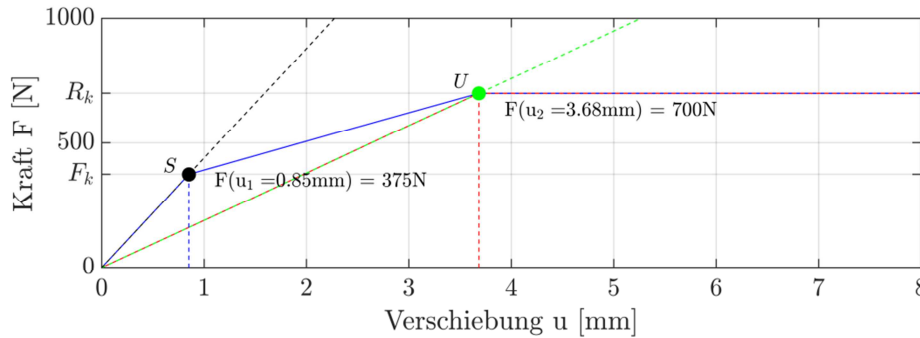
Zur analytischen Beschreibung des Tragverhaltens von Holztafeln wird zum einen die charakteristische Tragfähigkeit  $R_k$  und zum anderen der Verschiebungsmodul  $K$  in N/mm benötigt. Während sich  $R_k$  als Einzelwert durch Anwendung statistischer Regeln direkt aus den Versuchsergebnissen errechnen lässt, können für die Funktion der Steifigkeit  $K$  unterschiedliche Darstellungen (Graphen) je nach Anforderung an die Qualität der Ergebnisse gewählt werden. In Abbildung 38 sind zwei modellhafte Funktionen  $F(u)$  dargestellt, die für die weiteren Untersuchungen opportun erscheinen.

Wenn der Rechenaufwand zur Beschreibung des Tragverhaltens einer Tafel möglichst gering sein soll, ist die in Abbildung 38 dargestellte einfache abschnittsweise lineare Funktion  $F_1$  und konstante Funktion  $F_2$  mit den zwei konstanten Steigungen der Kraft-Weg-Funktion

$$\text{Stoffmodell 1: } \begin{cases} \frac{dF_1}{du} = K_u = 190 \frac{N}{mm} & \text{für } F < R_k = 700 \text{ N} \\ \frac{dF_2}{du} = 0 & \text{für } F = R_k \end{cases}$$

vorteilhaft.  $R_k$  ist dann die Fließkraft des Nagels als stabförmiges Verbindungsmittel. Diese Funktion wird als das linear elastische, ideal plastische Stoffgesetz bezeichnet. Hierzu ist kritisch

anzumerken, dass in der Regel die Beanspruchung  $s_{res}(x)$  des Verbundes sowohl über die Verbundlänge  $\ell_v$  als auch von Verbundlänge zu Verbundlänge und von Platte zu Platte veränderlich ist. Durch die beschriebene Funktion wird also die Steifigkeit einer Holztafel unterschätzt.



**Abbildung 38: Funktionen zur Beschreibung des Verformungsverhaltens eines Nagels  $d = 2,1$  mm einer Verbindung einer DWD-Platte  $t = 16$  mm mit einer Rippe aus C24**

Die Qualität der Ergebnisse lässt sich verbessern, wenn die in Abbildung 38 ebenfalls dargestellten alternativen abschnittsweise linearen bzw. konstanten Funktionen  $F_{1,2,3}$  mit den drei konstanten Steigungen

$$\text{Stoffmodell 2: } \begin{cases} \text{elastisch:} & K_{ser} = 440 \text{ N/mm} \text{ für } F \leq F_k = 375 \text{ N} \\ \text{plastisch mit Verfestigung:} & K_{su} = 115 \text{ N/mm} \text{ für } F_k < F < R_k \\ \text{ideal plastisch:} & 0 \text{ für } F = R_k \end{cases}$$

verwendet werden. Diese Funktionen werden als bilineares Stoffgesetz bezeichnet. Der Aufwand der Berechnung steigt dadurch deutlich an.

Eine mögliche nichtlineare Funktion zur Beschreibung des Zusammenhangs von Kraft und Weg eines Nagels mit im einfachsten Fall linear veränderlicher Steifigkeit wird hier nicht in Betracht gezogen, da zu erwarten ist, dass der Aufwand durch den Nutzen nicht zu rechtfertigen ist.

## 5.2 Modelle des Verbundes der Länge $\ell_v$

### 5.2.1 Stoffmodell

Die in Abschnitt 3.1 äquivalenten Verbundgrößen  $P_0$ ,  $P_{90}$  und  $M$  ergeben sich aus der über die Verbundlänge  $\ell_v$  konstanten Verbundbeanspruchung  $s_0$  und der veränderlichen Verbundbeanspruchung  $s_{90}(x)$ . Die dann in Abschnitt 3.3 für die Kombination von  $P_0$ ,  $P_{90}$  und  $M$  angegebenen Grenzzustände basieren auf einem linear elastischen, ideal plastischen Stoffgesetz für die resultierende Verbundbeanspruchung in Gleichung (28). Die in diesem Gesetz verwendete Steifigkeit  $k$  in  $\text{N/mm}^2$  ergibt sich aus dem zuvor als Modell 1 bezeichneten, linear elastischen, ideal plastischen Stoffgesetz des einzelnen Verbindungsmittels. Das Stoffmodell für den Verbund lautet nun für die Steifigkeit  $k = k_u$

$$\text{Stoffmodell 1V: } \begin{cases} k_u = \frac{K_u}{a_1} = \frac{190}{38} = 5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} & \text{für } s_{res}(x) < s_{pl} = \frac{R_k}{a_1} = \frac{700}{38} = 18,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \\ k_u = 0 & \text{für } s_{res}(x) = s_{pl} \end{cases}$$

mit  $a_1 = 38$  mm als Abstand der Verbindungsmittel untereinander.

### 5.2.2 Rechenmodelle

Zur Berechnung der gegenseitigen Verdrehung von starrer Rippe und starrer Platte infolge eines Verbundmomentes  $M = M_y$ , wie es zum Beispiel bei Prüfkörpertyp B2 entsprechend Tabelle 6 auftritt, stehen die folgenden Rechenmodelle zur Verfügung:

- In Rechenmodell 1V ergibt sich nach Gleichung (16) mit Hilfe des Stoffmodells 1V  $\varphi_1 = \varphi_y = \frac{2s_{pl}}{k_u \ell_v}$ .
- In Rechenmodell 2.1 werden die einzelnen Verbindungsmittel des Verbundes betrachtet. Für die Verbindungsmittelkraft  $F_{max} < R_k$  lässt sich bekanntermaßen mit Hilfe des Stoffmodells 1 schreiben

$$F_{max} = K_u u_{90,max} = K_u \varphi_1 r_{max} = \frac{r_{max} M_y}{I_p} = r_{max} \frac{\frac{1}{6} s_{pl} \ell_v^2}{I_p} \quad (38)$$

$$\rightarrow \varphi_1 = \frac{s_{pl} \ell_v^2}{6 K_u I_p}$$

mit der Verschiebung  $u_{90,max}$  und dem Abstand  $r_{max}$  des äußersten Verbindungsmittels vom Schwerpunkt des Verbundes und mit dem polaren Trägheitsmoment  $I_p$ .

- In Rechenmodell 2.2 werden die einzelnen Verbindungsmittel des Verbundes betrachtet und das der Wirklichkeit nähere Stoffmodell 2 verwendet.
- In Rechenmodell 3V wird die „elastische Rippe mit Verbund“ als „elastisch gebetteter Balken“ beschrieben.

### 5.2.3 Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.1 im elastischen Bereich

Das polare Trägheitsmoment  $I_p$  hat für eine gerade Anzahl  $2n$  von Verbindungsmitteln mit  $r_i = \frac{a_i}{2} + (i-1)a_i$  und  $\ell_v = 2na_1$  die Größe

$$I_p = \ell_v^2 \left( \frac{n}{6} - \frac{1}{24n} \right). \quad (39)$$

Wird der 2. Summand in der Klammer der Gleichung (39) vernachlässigt, dann lassen sich Rechenmodell 1V und 2.1 ineinander überführen, denn es folgt zum Beispiel für das Verbundmoment  $M = M_y$

$$\rightarrow \varphi_1 = \frac{s_{pl} \ell_v^2}{6 K_u I_p} = \frac{s_{pl} \frac{\ell_v^2}{a_1}}{6 k I_p} = \frac{2n s_{pl} \ell_v}{6 k I_p} = \frac{2s_{pl}}{k \ell_v}.$$

### 5.2.4 Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.2 im elastischen Bereich

Das in Abbildung 39 behandelte Beispiel besteht aus einem Verbund von Rippe mit beidseitiger Platte mit einer Anzahl von 15 Verbindungsmittelpaaren im Abstand von  $a_1 = 38$  mm. Die Verbundlänge beträgt dann 570 mm. Die Beanspruchbarkeit  $R_k$  eines Verbindungsmittelpaars ergibt sich zu 1400N und dessen Fließverschiebung  $u_y$  ergibt sich zu 3,68 mm (s. auch Abbildung 38)

In diesem Fall handelt es sich um einen Verbund mit einer ungeraden Anzahl  $2n+1$  von Verbindungsmitteln mit  $r_i = i a_i$  und  $\ell_v = (2n+1)a_1$ . Das polare Trägheitsmoment  $I_p$  hat dann allgemein die Größe

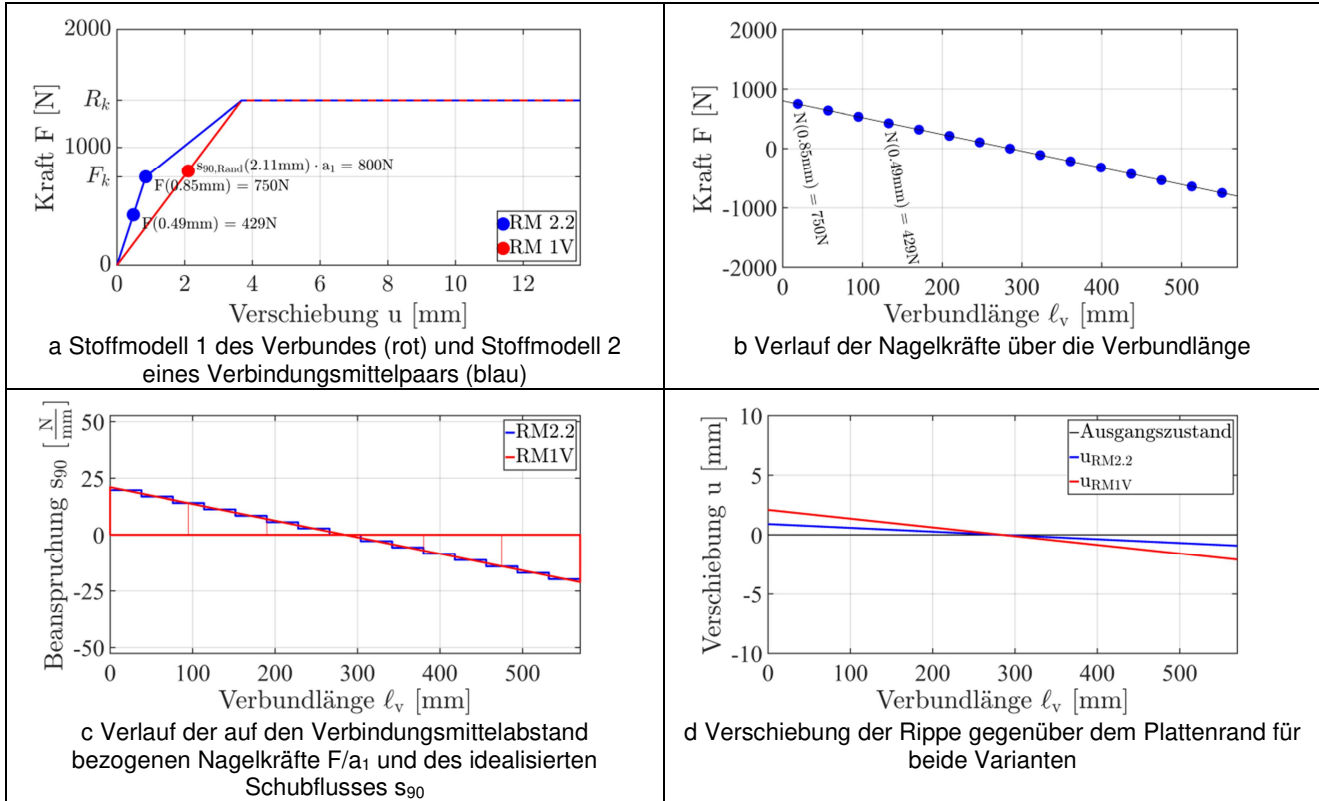
$$I_p = \ell_v^2 \frac{n(n+1)}{3(2n+1)}. \quad (40)$$

Werden in den beiden Rechenmodellen die Verbundmomente gleich groß gewählt, also

$$M_{1V} = M_{2.2},$$

so entstehen die in Abbildung 39b dargestellten Beanspruchungen  $s_{90}$ , die sich am Verbundrand unterscheiden, da

$$s_{90,1V}(x = \ell_v/2) \neq \frac{F_{2.2}(r_{max})}{a_1}.$$



**Abbildung 39: Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.2 für eine Verschiebung der äußeren Nägel von 0,85 mm**

Das äquivalente Verbundmoment  $M$  ist in beiden Fällen gleich groß, wenn die in Abbildung 39a in die beiden Stoffmodelle eingetragenen unterschiedlichen Kraftgrößen verwendet werden. Dann ergibt sich mit Rechenmodell 2.2 dessen Fließmoment (siehe Punkt S in Abbildung 38)

$$M_{2.2} = M_{y,2.2} = F_{max} \frac{I_p}{r_{max}} = 750 \frac{\ell_v^2 \frac{n(n+1)}{3(2n+1)}}{na_1} = 750 \frac{570^2 \frac{7 \cdot 8}{3 \cdot 15}}{7 \cdot 38} = 1,14 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

und mit Rechenmodell 1V

$$M_{1V} = \frac{1}{6} s_{90} \ell_v^2 = \frac{1}{6} \frac{1800}{38} 570^2 = 1,14 \cdot 10^6 \text{ Nmm}.$$

Trotz dieser Gleichheit der Ergebnisse kann das Rechenmodell 2.2 als wirklichkeitsnäher bezeichnet werden, da es die elastischen Verformungen des Verbundes in der Größe der Randverschiebung von  $0,91^9$  mm durch die größere Steifigkeit  $K_{ser}$  im unteren Kraftbereich besser

<sup>9</sup> Die Randverschiebung ergibt sich aus der Verschiebung des äußersten Verbindungsmittels durch Multiplikation mit dem Faktor  $\ell_v/(\ell_v - a_1)$



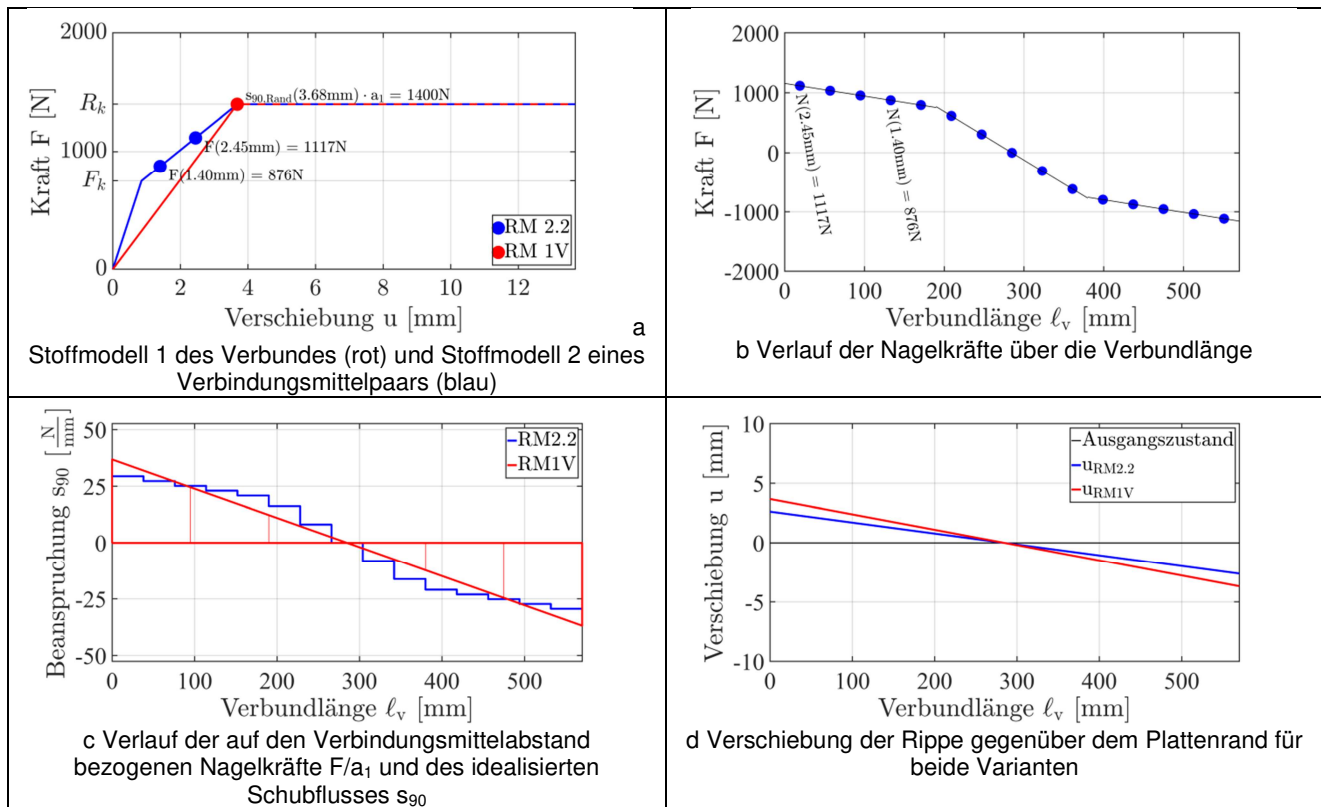
beschreibt. Das Rechenmodell 1V liefert mit einer Randverschiebung von 2,11 mm den 2,3-fachen Wert.

### 5.2.5 Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.2 im plastischen Bereich

(i) Wie in Abbildung 40a die Darstellung der Stoffmodelle und die durch Punkte gekennzeichneten, für diesen ersten Fall gewählten Kraftniveaus zeigen, verformt sich der Verbund im Rechenmodell 1V bei einer Randverschiebung  $u_{\text{Rand}} = 3,68 \text{ mm}$  noch voll elastisch. Hierzu gehört das Verbundmoment im elastischen Grenzzustand, das dem Fließmoment  $M_y$  dieses Rechenmodells entspricht,

$$M_{1V} = M_{y,1.1} = \frac{1}{6} s_{pl} \ell_v^2 = \frac{1}{6} \frac{1400}{38} 570^2 = 1,995 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \triangleq 2,0 \text{ kNm}.$$

Dieser Zustand ist auch in das Moment-Randverschiebung-Diagramm in Abbildung 44 eingetragen. Wird im Rechenmodell 2.2 das Verbundmoment  $M_{2.2} = M_{1V}$  gewählt, so verformen sich an beiden Rändern die 5 äußeren Verbindungsmittelpaare bereits plastisch, wie in Abbildung 40b zu erkennen ist. Sie erreichen jedoch noch nicht die Fließgrenze. Die inneren Verbindungsmittelpaare verformen sich noch elastisch und besitzen die wesentlich größere Steifigkeit  $K_{\text{ser}}$ .



**Abbildung 40: Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.2 für eine Verschiebung der äußeren Nägel von 2,45mm**

Die Verläufe der auf den Verbindungsmittelabstand bezogenen Nagelkräfte  $F/a_1$  und des idealisierten Schubflusses  $s_{90}$  in Abbildung 40c lassen erkennen, dass gilt

$$M_{1V} = M_{2.2} = 2a_1 \sum_{i=1}^{n=7} iF_i. \quad (41)$$

Die Randverschiebungen der beiden Rechenmodelle haben das Verhältnis  $3,68/2,63 = 1,4$ .

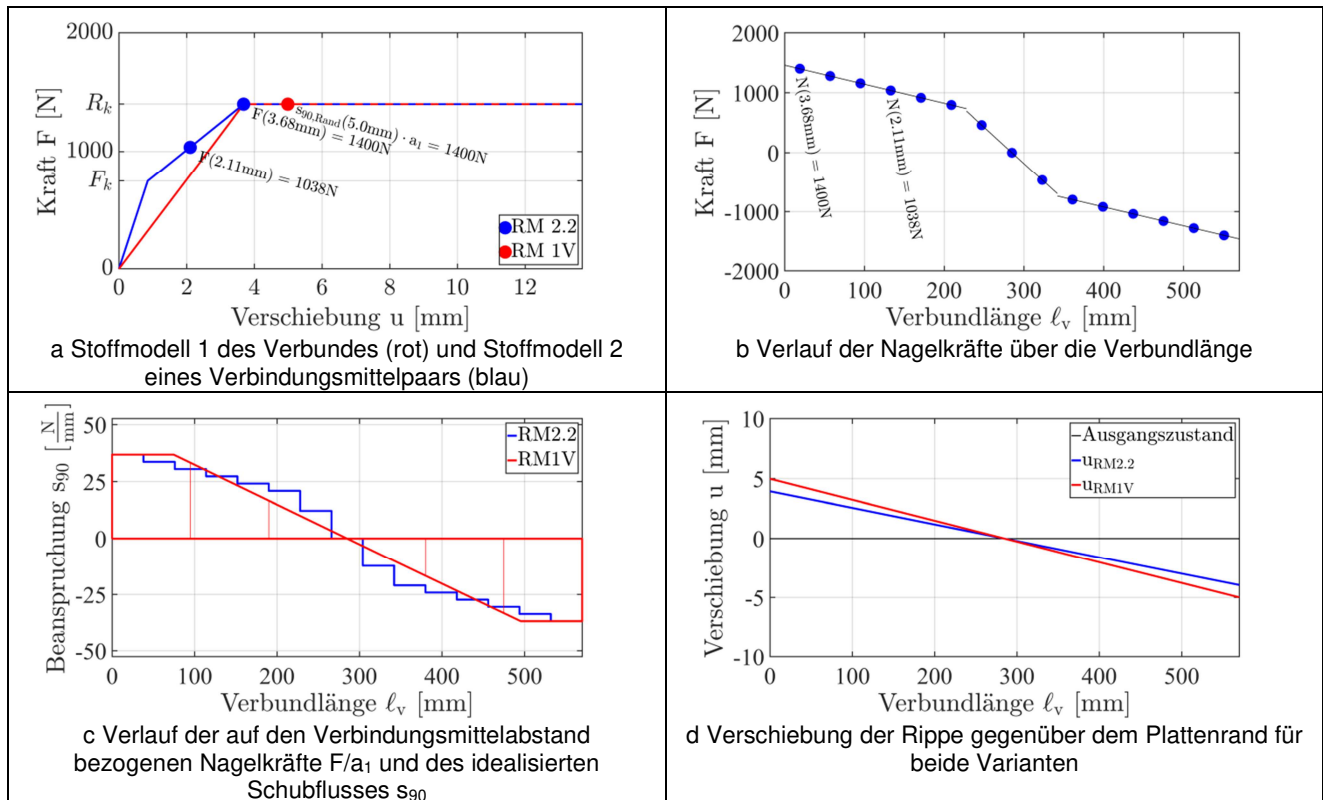
(ii) Der Verbund bei Rechenmodell 1V ist für  $u_{Rand} = 5$  mm an beiden Rändern auf einer Länge von jeweils

$$\Delta \ell_{pl} = \left(1 - \frac{u_y}{u_{Rand}}\right) \frac{\ell_v}{2} = \left(1 - \frac{3,68}{5}\right) 285 = 75 \text{ mm}$$

plastiziert. Dann ergibt sich für das Verbundmoment

$$M_{1V} = \left(\frac{\ell_v^2}{6} + \frac{\Delta \ell_{pl} \ell_v}{3} - \frac{\Delta \ell_{pl}^2}{3}\right) s_{pl} = \left(\frac{570^2}{6} + \frac{75 \cdot 570}{3} - \frac{75^2}{3}\right) \frac{1400}{38} = 2,45 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

Die Randverschiebungen der beiden Rechenmodelle haben das Verhältnis  $5,0/3,94=1,27$ .



**Abbildung 41: Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.2 für eine Verschiebung der äußeren Nägel von 3,68mm**

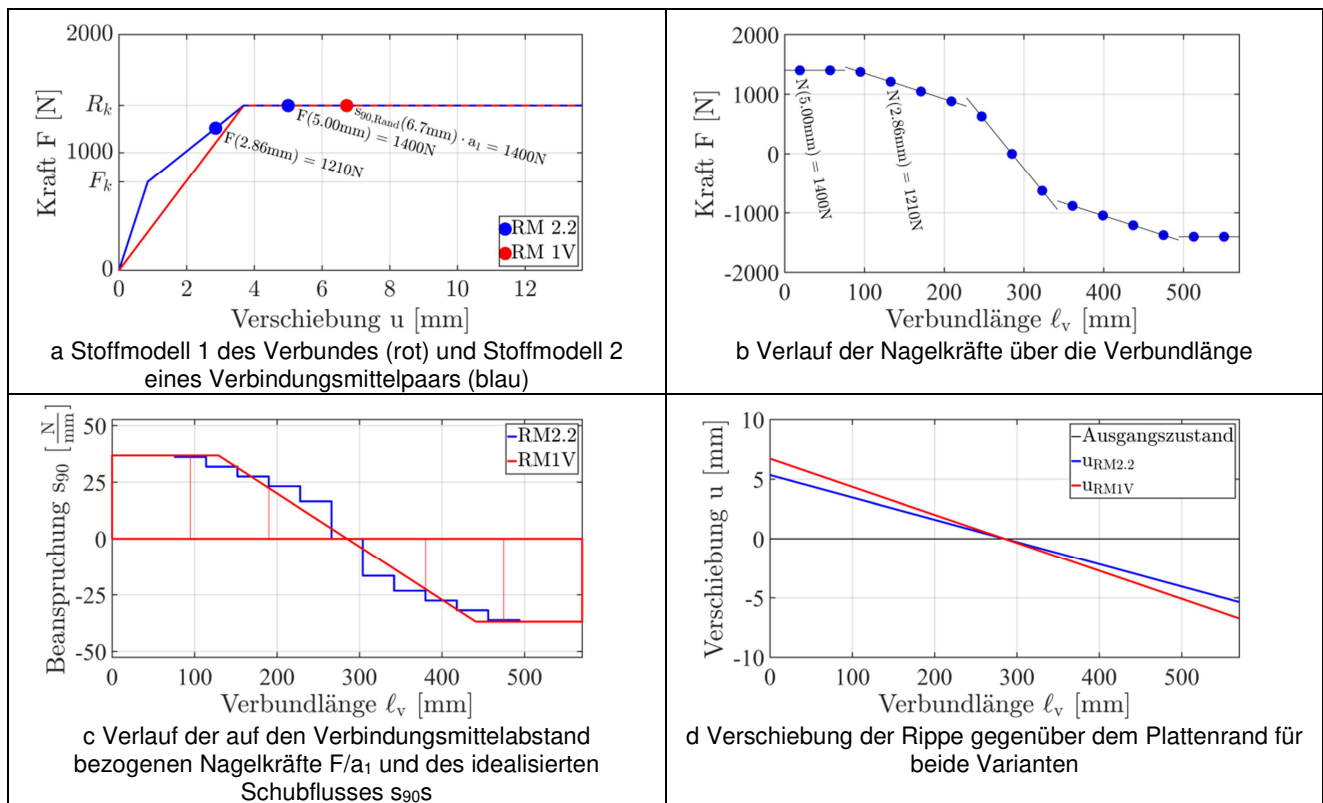
(iii) Der Verbund bei Rechenmodell 1V ist für  $u_{Rand} = 6,7$  mm an beiden Rändern auf einer Länge von jeweils

$$\Delta \ell_{pl} = \left(1 - \frac{3,68}{6,7}\right) 285 = 128,5 \text{ mm}$$

plastiziert. Dann ergibt sich für das Verbundmoment

$$M_{1V} = \left(\frac{570^2}{6} + \frac{128,5 \cdot 570}{3} - \frac{128,5^2}{3}\right) \frac{1400}{38} = 2,69 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

Die Randverschiebungen der beiden Rechenmodelle haben das Verhältnis  $6,7/5,36=1,25$ .



**Abbildung 42: Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.2 für eine Verschiebung der äußeren Nägel von 5,00 mm**

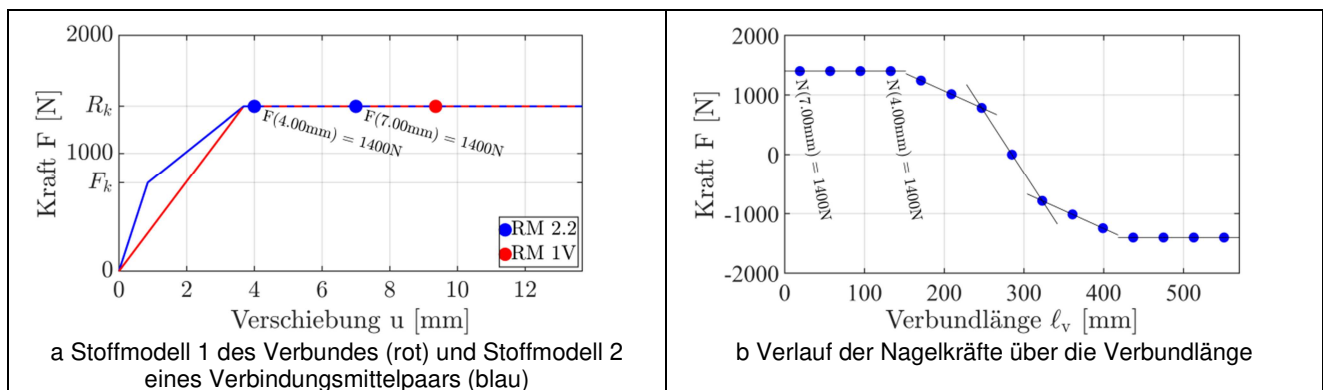
(iv) Der Verbund bei Rechenmodell 1V ist für  $u_{\text{Rand}} = 9,36$  mm an beiden Rändern auf einer Länge von jeweils

$$\Delta \ell_{pl} = \left(1 - \frac{3,68}{9,36}\right) 285 = 173 \text{ mm}$$

plastiziert. Dann ergibt sich für das Verbundmoment

$$M_{1V} = \left(\frac{570^2}{6} + \frac{173 \cdot 570}{3} - \frac{173^2}{3}\right) \frac{1400}{38} = 2,84 \cdot 10^6 \text{ Nmm}.$$

Die Randverschiebungen der beiden Rechenmodelle haben das Verhältnis  $9,36/7,5=1,25$ .





Eine Aussage über den Einfluss der Biegeverformungen auf den Verlauf der Verbundbeanspruchungen kann also nur in dem Bereich, in dem der Verbund nicht plastiziert, getroffen werden. In diesem Bereich verhält sich die steife Rippe gegenüber dem starren Plattenrand wie ein elastisch gebetteter Balken mit der Biegesteifigkeit  $EI$  und der Bettungssteifigkeit  $k$ . Wie bekannt, lautet die zugehörige Differentialgleichung der Biegelinie für eine Beanspruchung durch Einzellasten und Momente:

$$w''''(x) + \frac{k}{EI} w(x) = 0 \quad (42)$$

Die Durchbiegung  $w$  steht hier für  $u_{90}$  und  $k$  ist wie zuvor die Verbundsteifigkeit  $K/a_1$ . Es ist üblich, das Verformungsverhalten des elastisch gebetteten Balkens durch die Größe

$$a_k = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \quad (43)$$

zu charakterisieren. Der Kehrwert dieser vom Verhältnis der Steifigkeiten abhängigen Größe wird als charakteristische Länge bezeichnet. Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung lautet:

$$w(x) = e^{a_k \cdot x} \cdot (C_1 \cdot \cos(a_k \cdot x) + C_2 \cdot \sin(a_k \cdot x)) + e^{-a_k \cdot x} \cdot (C_3 \cdot \cos(a_k \cdot x) + C_4 \cdot \sin(a_k \cdot x)) \quad (44)$$

Die Koeffizienten  $C_1 - C_4$  ergeben sich durch die Randbedingungen. Für die Verbundbeanspruchung  $s_{90}(x)$  folgt dann

$$s_{90}(x) = k \cdot w(x). \quad (45)$$

Zur späteren Festlegung eines Grenzwerts, ab dem eine biegesteife Rippe in den zuvor beschriebenen Rechenmodellen 1V, 2.2 und 3 als biegestarr betrachtet werden kann, wird das charakteristische Verhältnis

$$\lambda_k = \ell_v \cdot a_k = \ell_v \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \text{ mit } I = \frac{b^3 \cdot h}{12} \quad (46)$$

verwendet. Für eine starre Rippe ist das charakteristische Verhältnis  $\lambda_k = 0$ .

Der Vergleich einer elastischen mit einer starren Rippe wird anhand von drei Beanspruchungssituationen (s. Abbildung 45) durchgeführt:

1. eine Einzelkraft am linken Rand des Verbunds:  $Q_j \neq 0$  und  $Q_{j+1} = 0$ ,
2. eine Einzelkraft links und die Hälfte dieser Einzelkraft in entgegengesetzter Richtung am rechten Rand des Verbunds:  $Q_j \neq 0$  und  $Q_{j+1} = 0,5 Q_j$ ,
3. zwei entgegengesetzte Einzelkräfte gleicher Größe an beiden Rändern des Verbundes:  $Q_j = Q_{j+1} \neq 0$ .

Ein Verzicht auf zusätzliche Momente am Rand des Verbundes lässt sich damit begründen, dass bei den untersuchten Deckentafeln rechnerisch keine nennenswerten Momente am Übergang von zwei Platten mit freien Plattenrändern übertragen werden.

Für die drei Beanspruchungssituationen ergeben sich zur Herleitung der Koeffizienten  $C_1 - C_4$  der Biegefunktion der elastischen Rippe die in Tabelle 7 angegebenen Randbedingungen. Für die Herleitung sowie die Darstellung der Koeffizienten  $C_1 - C_4$  wird auf Anhang A verwiesen.

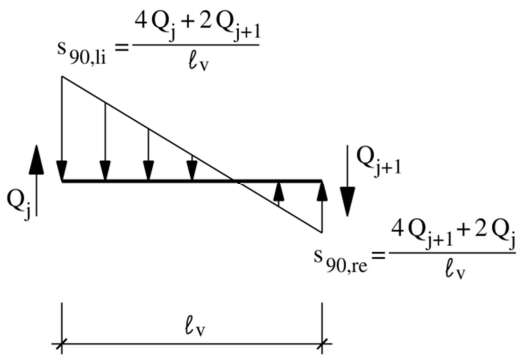


Abbildung 45: Beanspruchungssituation mit qualitativem Verlauf der elastischen Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  einer starren Rippe

Tabelle 7: Randbedingungen der Beanspruchungssituationen des elastisch gebetteten Balkens

Beanspruchungssituation 1:	$M(x=0) = 0 = -EI \cdot w''(x=0)$ $M(x=\ell_v) = 0 = -EI \cdot w''(x=\ell_v)$ $Q(x=0) = Q_j = -EI \cdot w'''(x=0)$ $Q(x=\ell_v) = 0 = -EI \cdot w'''(x=\ell_v)$
Beanspruchungssituationen 2 und 3:	$M(x=0) = 0 = -EI \cdot w''(x=0)$ $M(x=\ell_v) = 0 = -EI \cdot w''(x=\ell_v)$ $Q(x=0) = Q_j = -EI \cdot w'''(x=0)$ $Q(x=\ell_v) = Q_{j+1} = -EI \cdot w'''(x=\ell_v)$

Diese drei Beanspruchungssituationen und die daraus resultierenden Verläufe der Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  bei einer biegesteifen Rippe können in ein direktes Verhältnis zu denen einer biegestarren Rippe gesetzt werden. Dieses Verhältnis der Verbundbeanspruchung  $s_{90, \text{Rand}}$  an der Stelle von  $Q_j$  bei identischer äußerer Einwirkung lässt sich in Abhängigkeit des Parameters  $\lambda_k$  (s. Gleichung (46)) für die drei Beanspruchungssituationen darstellen. Zu beachten ist dabei, dass die Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  bei steifer Rippe nie kleiner werden kann als die bei starrer Rippe.

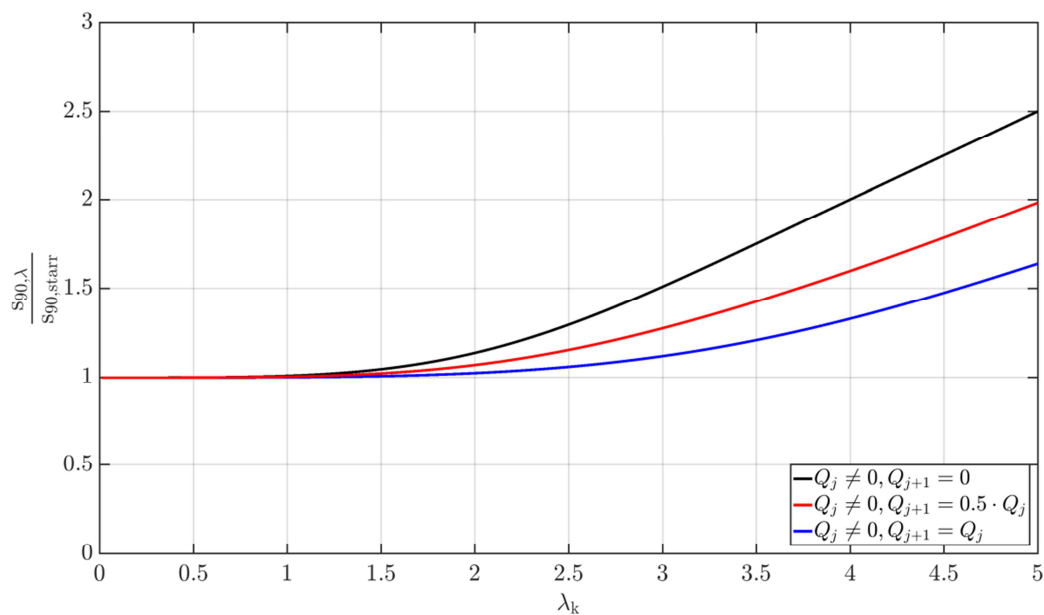


Abbildung 46: Verhältnis der Verbundbeanspruchungen der biegesteifen zur biegestarren Rippe an der Stelle der Lasteinleitung  $Q_j$

Die Ergebnisse in Abbildung 46 verdeutlichen, dass eine Aussage, ob die Rippe starr oder steif anzusehen ist, nicht nur von den Steifigkeiten und der Geometrie abhängt, sondern auch von der Beanspruchungssituation. Eine tolerierbare Erhöhung der Verbundbeanspruchung von steif gegenüber starr wird bei 10% angesehen. Aus Abbildung 46 ergeben sich für die Beanspruchungssituationen 1 – 3 die in Tabelle 8 angegebenen Grenzwerte des charakteristischen Verhältnisses  $\lambda_k$ .

**Tabelle 8: Grenzwerte des charakteristischen Verhältnisses  $\lambda_k$  für  $s_{90,\lambda}/s_{90,\text{starr}} = 1,1$  in Abbildung 46**

Beanspruchungssituation 1	$\lambda_{k,1} = 1,83$
Beanspruchungssituation 2	$\lambda_{k,2} = 2,21$
Beanspruchungssituation 3	$\lambda_{k,3} = 2,86$

Aus diesen Grenzwerten lassen sich durch Auflösung der Gleichung (46) nach der Querschnittsbreite  $b$  Mindestquerschnittsbreiten

$$b_{\min} = \sqrt[3]{\frac{\ell_v^4 3k}{\lambda_k^4 E h}} \quad (47)$$

berechnen. Für eine Rippenhöhe  $h = 240 \text{ mm}$ <sup>10</sup> aus C24 mit einem E-Modul  $E = 11000 \text{ N/mm}^2$  und für eine Verbundsteifigkeit  $k = K/a_1 = 500/50 = 10 \text{ N/mm}^2$  ergeben sich die in Tabelle 9 angegebenen Mindestquerschnittsbreiten  $b_{\min}$ .

**Tabelle 9: Mindestquerschnittsbreiten  $b_{\min}$  für die Beanspruchungssituationen 1 – 3 für  $s_{90,\lambda}/s_{90,\text{starr}} = 1,1$  und drei Verbundlängen  $\ell_v$**

	Beanspruchungssituation 1 $\lambda_{k,1} = 1,83$	Beanspruchungssituation 2 $\lambda_{k,2} = 2,21$	Beanspruchungssituation 3 $\lambda_{k,3} = 2,86$
$\ell_v = \ell_p = 1000 \text{ mm}$	$b_{\min} = 100 \text{ mm}$	$b_{\min} = 78 \text{ mm}$	$b_{\min} = 55 \text{ mm}$
$\ell_v = \ell_p = 1250 \text{ mm}$	$b_{\min} = 135 \text{ mm}$	$b_{\min} = 105 \text{ mm}$	$b_{\min} = 75 \text{ mm}$
$\ell_v = \ell_p = 2500 \text{ mm}$	$b_{\min} = 341 \text{ mm}$	$b_{\min} = 265 \text{ mm}$	$b_{\min} = 188 \text{ mm}$

In Tabelle 9 ist erkennbar, dass die Annahme, die Rippe als starr anzusehen, nur für geringe Verbundlängen zulässig ist. Zudem ist eine Unterscheidung des Grenzwertes je nach den verschiedenen Beanspruchungssituationen innerhalb einer Tafel im Rahmen einer Bemessung sehr aufwändig. Es erscheint sinnvoll, die Entscheidung über die Zulässigkeit der Annahme einer starren Rippe für die ungünstigste Beanspruchungssituation innerhalb einer Tafel zu treffen. Für diese Arbeit wird die Rippe jedoch weiterhin als starr angenommen.

Für den Fall, dass die Beanspruchungssituation 3 die ungünstigste Beanspruchungssituation innerhalb einer Tafel ist, kann aus Abbildung 47 der Beiwert  $k_s$  abgelesen werden, dessen Wert dazu dient, die bei Annahme einer starren Rippe berechnete Beanspruchung des Verbundes entsprechend der tatsächlich vorhandenen Beanspruchung der elastischen Rippe zu erhöhen. Eine allgemeine Beschränkung der Verbundlänge  $\ell_v$  und Festlegung einer zugehörigen Mindestquerschnittshöhe erscheint nicht wirtschaftlich.

Die Ergebnisse dieses Abschnitts werden mit Hilfe des Stab-Verbund-Modells am Beispiel der Beanspruchungssituation 3 (Prüfkörpertyp B2) überprüft.

Für eine Verbundlänge  $\ell_v = 1000 \text{ mm}$ , eine Verbundsteifigkeit  $k = K/a_1 = 500/50 = 10 \text{ N/mm}^2$ , eine Verbundtragfähigkeit  $s_{pl} = 20 \text{ N/mm}$  und Rippen aus C24 mit  $E = 11000 \text{ N/mm}^2$  und einer

<sup>10</sup> Die als Rippenhöhe gewählte Abmessung orientiert sich an einer üblichen Querschnittshöhe von Deckenbalken.



Querschnittshöhe  $h = 140$  mm ergibt sich für die Beanspruchungssituation 3 eine minimale Querschnittsbreite

$$b_{min} = \sqrt[3]{\frac{\ell_v^4 3k}{\lambda_k^4 E h}} = \sqrt[3]{\frac{1000^4}{2,86^4} \frac{3 \cdot 10}{11000 \cdot 140}} = 66 \text{ mm}.$$

Für ausgewählte Querschnittsbreiten von 30 mm bis 140 mm sind die Kraft-Verschiebung-Kurven in Abbildung 48 dargestellt. Es ist erkennbar, dass bereits das Modell mit einer Querschnittsbreite von  $b = 60$  mm nur minimal von dem Ergebnis einer quasi-starren Rippe mit  $b = 140$  mm abweicht.

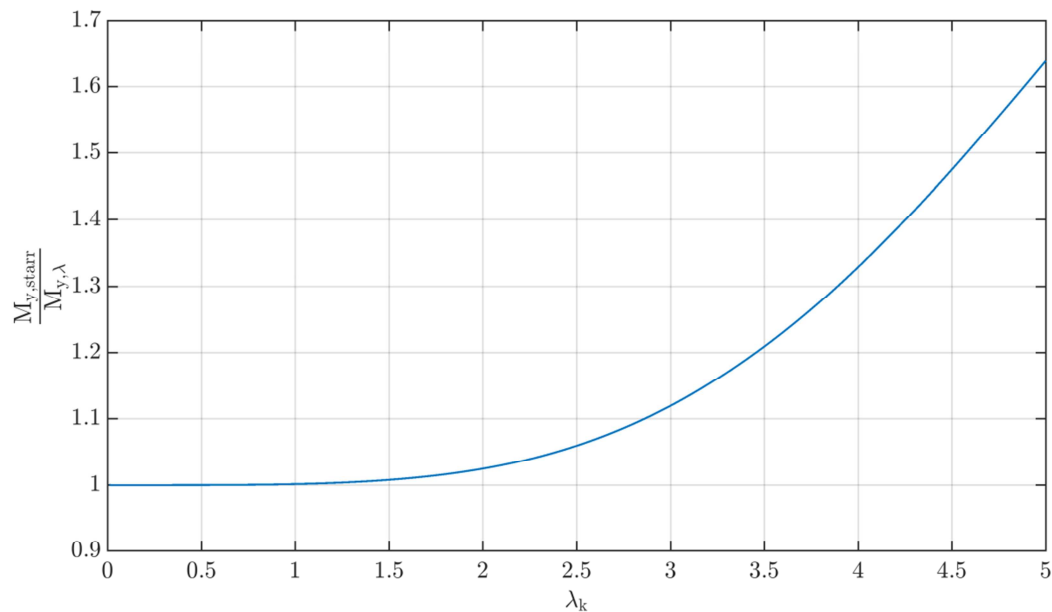


Abbildung 47: Beiwert  $k_s$  in der Beanspruchungssituation 3

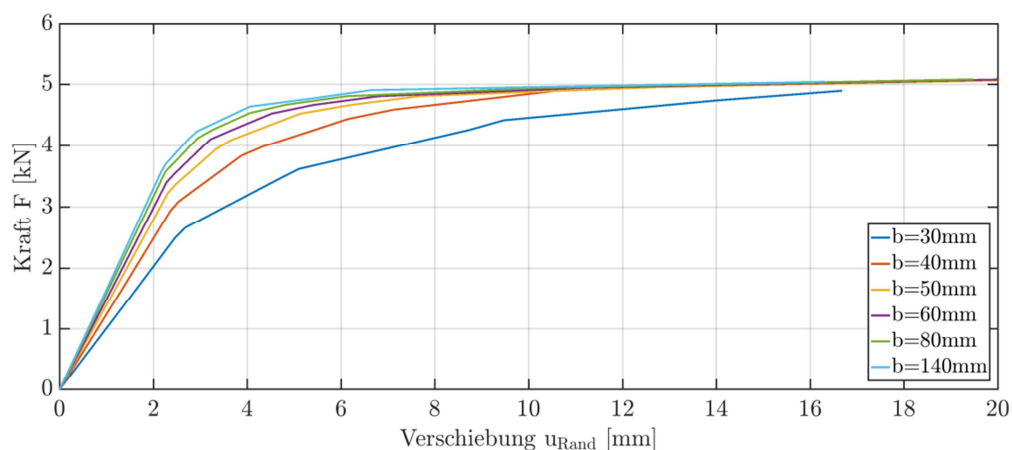


Abbildung 48: Kraft-Verschiebung-Kurven für verschiedene Querschnittshöhen der Rippe der Beanspruchungssituation 3 (Prüfkörpertyp B2)

In Abbildung 49 sind die zugehörigen elastischen und die voll plastischen Grenzlaster in Abhängigkeit des charakteristischen Verhältnisses  $\lambda_k$  dargestellt und von Punkt zu Punkt linear verbunden. Die Querschnittsbreite nimmt von links nach rechts von 140 mm auf 30 mm in Schritten von 10 mm ab. Zudem ist der Grenzwert aus Tabelle 8 dargestellt, der sich erwartungsgemäß zwischen den Rippenstärken von 60 mm und 70 mm befindet.



Die rote und die blaue gestrichelte Linie stellen die elastische und die voll plastische Grenzlast des Verbunds bei einer starren Rippe dar. Erkennbar ist jedoch, dass die voll plastische Grenzlast unabhängig von den Steifigkeiten und der Verbundlänge ist, wohingegen die elastische Grenzlast aufgrund des größer werdenden Wertes  $\lambda_k$ , der in diesem Fall auf die geringere Biegesteifigkeit der Rippe zurückzuführen ist, erst leicht und dann deutlich steiler abfällt.

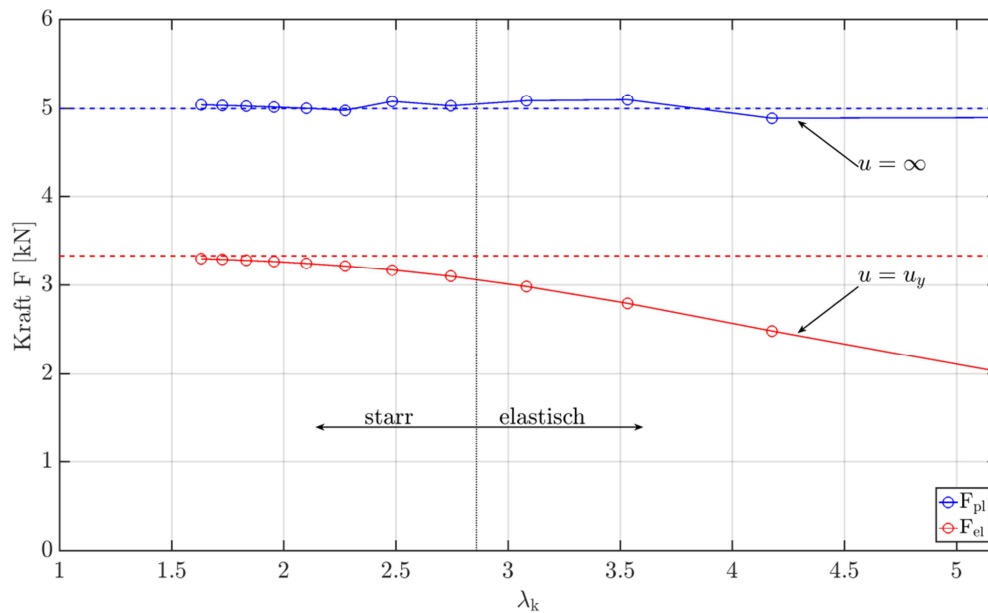


Abbildung 49: Vergleich der voll plastischen und elastischen Grenzlasten bei Beanspruchungssituation 3 mit  $\ell_v = 1000$  mm (Prüfkörpertyp B2)

### 5.3 Vergleich der Rechenmodelle mit Versuchsergebnissen

Die theoretischen Ergebnisse der in Abschnitt 5.2 beschriebenen Rechenmodelle 1V und 2.2 werden in diesem Abschnitt mit dem bei Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b) angegebenen Moment-Weg-Diagramm der Versuchskörper der Kleintafel B2 (s. auch Kapitel 4) verglichen.

In Abbildung 50 ist ein Versuchskörpertyp B2 mit einer Rippenbreite der mittleren Rippe von 140 mm dargestellt. Durch die vertikale Kraft  $F$  der linken Rippe und der Aufnahme dieser Kraft  $F$  am unteren Ende der rechten Rippe entsteht ein Kräftepaar  $R$  in der vertikalen mittleren Rippe, so dass sich die Rippe ausschließlich um einen Winkel  $\varphi$  gegenüber der Platte verdreht.

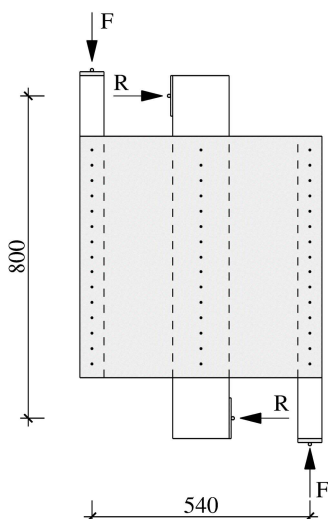
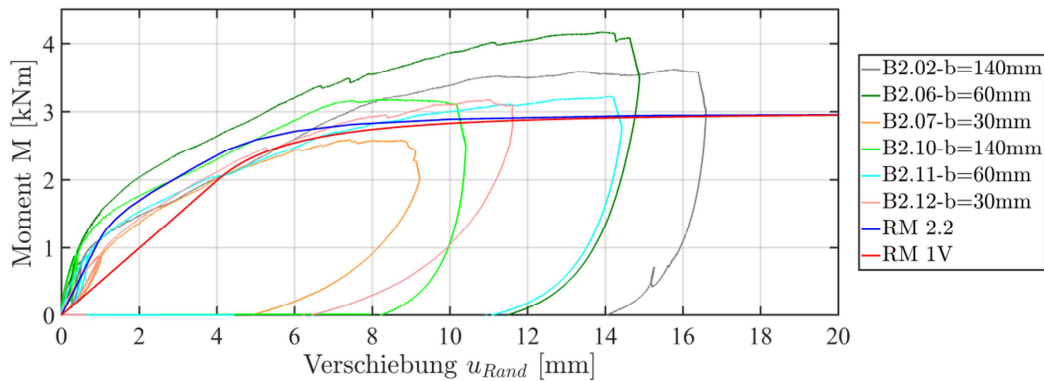


Abbildung 50: Versuchskörpertyp B2 mit einer Rippenstärke von 140 mm

Aus dem ablesbaren Kräftepaar  $R$  lassen sich die Verbundmomente  $M$ , die auf die mittlere Rippe einwirken, bestimmen und in einem Moment-Weg-Diagramm in Abbildung 51 mit den Ergebnissen der Rechenmodelle 1V und 2.2 aus Abschnitt 5.2 vergleichen<sup>11</sup>.

In Abbildung 51 ist zu erkennen, dass das Rechenmodell 2.2 das Verformungsverhalten der Kleintafel am besten beschreibt. Die Versuchsergebnisse zeigen ebenso wie das Rechenmodell, dass sich das Verfestigungsverhalten des einzelnen stabförmigen Verbindungsmittels im Stoffmodell 2 (0-S-U in Abbildung 38) auch auf den Verbund, hier den Verbund von DWD-Platten und Rippen mit 3 unterschiedlichen Querschnittsbreiten, niederschlägt. Weiterhin ist zu erkennen, dass entsprechend der Festlegung des Stoffmodells 2 das Rechenmodell 2.2 im elastischen und verfestigenden Bereich (0-S-U) Mittelwerte der Verschiebungen ergibt, während die Fließgrenze deutlich im unteren Bereich der Versuchsergebnisse liegt.

Ein Einfluss der 3 unterschiedlichen Querschnittsbreiten der Rippen auf das Verformungsverhalten des Verbundes ist nicht erkennbar. Allenfalls an den Anfangssteifigkeiten lässt sich eine gewisse Gesetzmäßigkeit erkennen. Durch die gezielte Auswahl der Hölzer mit Querschnittsbreiten von 30 mm zur Vermeidung von vorzeitigen Biegebrüchen können wahrscheinlich selbst diese Rippen bei der eher geringen Verbundlänge als starr angesehen werden.



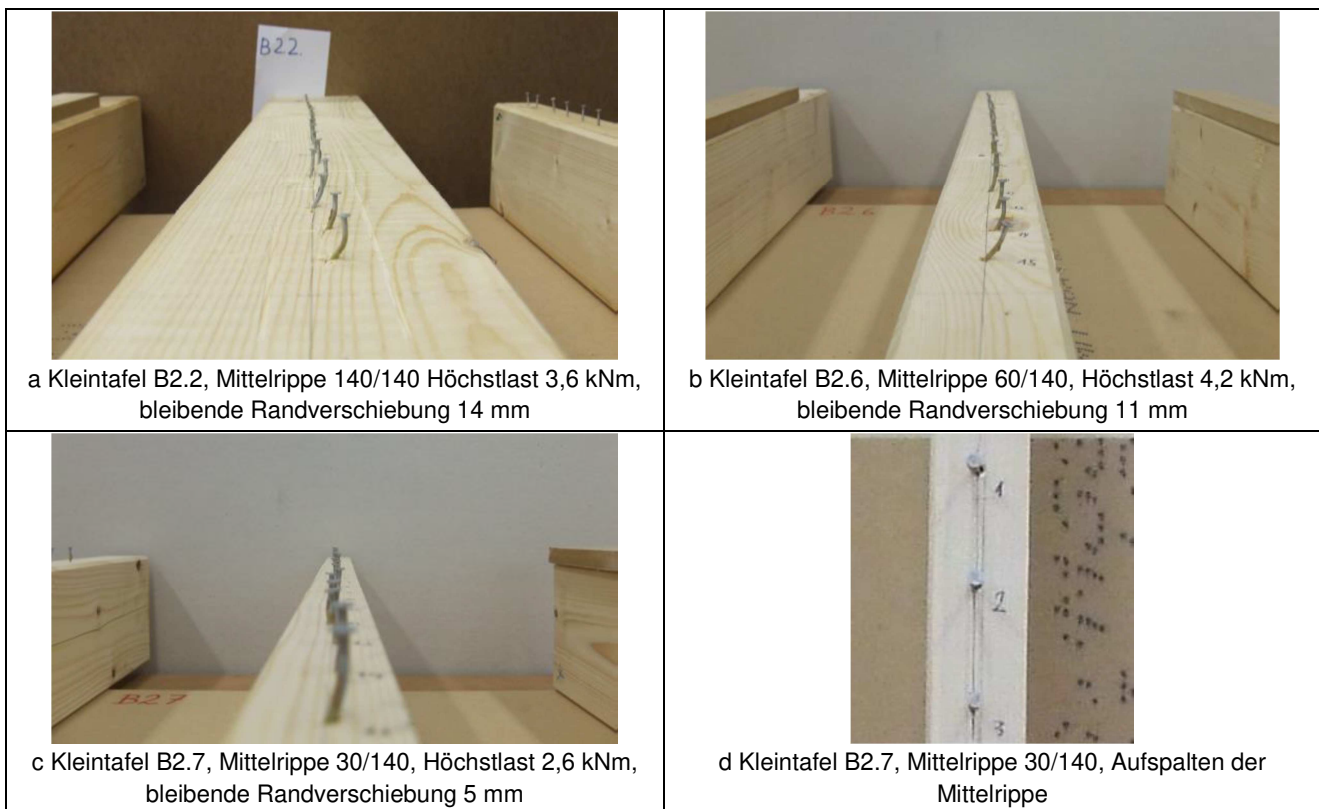
**Abbildung 51: Moment-Weg-Diagramm der Prüfkörper B2 mit DWD beplankt (aus Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b) und der Rechenmodelle 1V und 2.2**

Da die Auswertung der Nagelverformungen in Abbildung 52 einen unerwartet großen Aufwand erfordert hätte, um daraus Rückschlüsse auf den Einfluss der Querschnittsbreiten der Rippen auf den Verlauf von  $s_{90}$  über die Verbundlänge ziehen zu können, und zu erwarten war, dass die Ergebnisse dann dennoch mit großer Unsicherheit behaftet sind, wurde der Einfluss auf  $s_{90}$  nur rechnerisch untersucht.

Hierfür wurde das Stab-Verbund-Modell von Hall (2012) mit elastischen Rippen und starrer Beplankung verwendet, da das Rechenmodell 2.2 starre Rippen voraussetzt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 53 dargestellt. Zum Vergleich sind dort nochmals die Kurven der Rechenmodelle 1V und 2.2 eingetragen. Das Rechenmodell 1V liefert für Verbundmomente größer als das Fließmoment  $M_y$  die in Abschnitt 6.1 hergeleitete Funktion

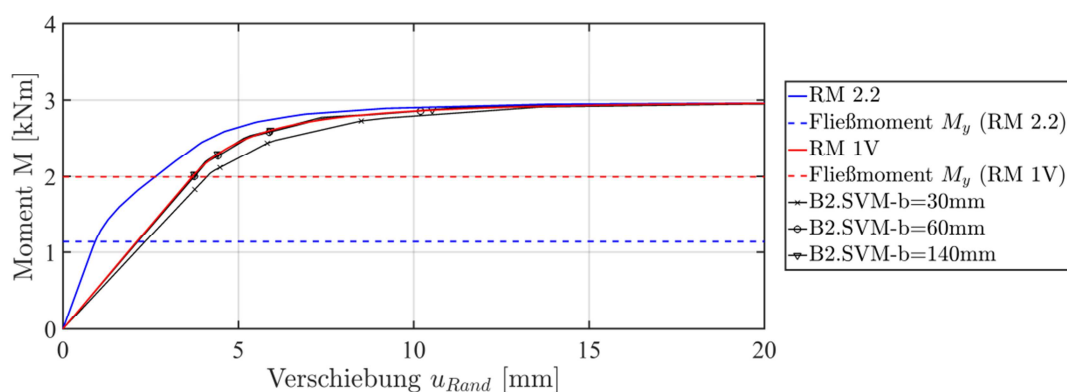
$$m = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\bar{u}_{90}^2 - 1}{\bar{u}_{90}^2} \text{ mit } m = \frac{M}{M_y} \text{ und } \bar{u}_{90} = \frac{u_{90}}{u_{90,y}}, \quad (48)$$

<sup>11</sup> Die Werte der Verschiebungen der beiden Rechenmodelle beziehen sich auf eine Verbund- und Rippenlänge von 570 mm und mussten zur Vergleichbarkeit mit den Versuchsergebnissen auf den Abstand der Wegmesstaster von ca. 620 mm, die etwas ober- und unterhalb der Platte befestigt werden mussten, extrapoliert werden.



**Abbildung 52: Verformungen der Nägel in der Mittelrippe der Prüfkörper B2 mit DWD beplankt (aus Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b))**

Rechenmodell 1V und das Stab-Verbund-Modell ergeben bei einer sehr steifen bzw. einer starren Rippe identische Moment-Verschiebungsverläufe. Bei geringeren Steifigkeiten ergeben sich leichte Abweichungen. Jedoch ist die 60er Rippe nur minimal weicher als die starre Rippe und auch die 30er Rippe weist eher geringe Abweichungen auf, so dass sich die Annahme bestätigt, die 30er Rippe für die gewählte Verbundlänge fast als starr anzusehen. Ergänzend ist der Hinweis wichtig, dass diese schlanken Rippen zunächst durchaus duktiles Verhalten zeigen, dann aber spröde versagen, wie in Abbildung 52d zu erkennen ist.

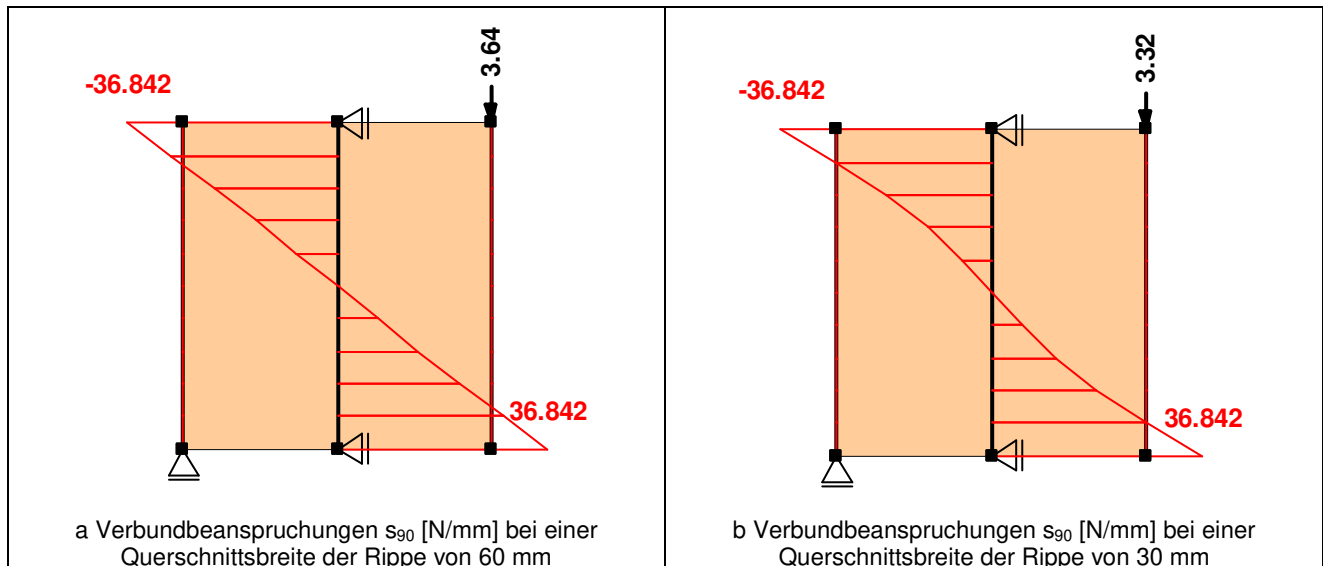


**Abbildung 53: Moment-Weg Diagramm der 3 Rechenmodelle**

Der Einfluss der geringeren Steifigkeit der 30er Rippe gegenüber der 60er Rippe auf den Verlauf der Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  lässt sich aus Abbildung 54 ablesen. Gegenüber dem linearen elastischen Verlauf der quasi starren 60er Rippe ergibt sich bei der 30er Rippe ein nichtlinearer, aber dennoch elastischer Verlauf der Verbundbeanspruchung  $s_{90}$ . Das Fließmoment für das Beispiel mit den quasi starren Rippen ist 10% größer, wie sowohl aus Abbildung 47 und Abbildung 54 entnommen werden kann:

$$\frac{M_{y,\lambda(b=60\text{mm})}}{M_{y,\lambda(b=30\text{mm})}} \approx \frac{M_{y,\text{starr}}}{M_{y,\lambda(b=30\text{mm})}} = 1,1 \approx \frac{3,64}{3,32} = 1,1$$

$$\text{mit: } \lambda_k(b = 30\text{mm}) = \ell_v \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} = 570 \cdot \sqrt[4]{\frac{10}{4 \cdot 11000 \cdot \frac{30^3 \cdot 140}{12}}} = 2,95$$



**Abbildung 54: Verbundbeanspruchungen  $s_{90}$  nach dem Stab-Verbund-Modell bei Erreichen der elastischen Grenzlaster (U in Abbildung 38)**

In Tabelle 10 sind die elastischen und (voll-)plastischen Grenzlaster der 3 Rechenmodelle zusammengestellt.

**Tabelle 10: Durch die 3 Rechenmodelle bestimmte Grenzmomente der Versuchsserie B2**

Kleintafel B2	Elastische Grenzmomente (Fließmomente) [kNm]	(Voll-)plastische Grenzmomente [kNm]
Rechenmodell 1V	2,0	2,99
Rechenmodell 2.2	1,14	2,45   2,98
Stab-Verbund-Modell b=30 mm	1,8	3,02
Stab-Verbund-Modell b=60 mm	1,97	3,03
Stab-Verbund-Modell b=140 mm	1,99	3,01

Hierzu folgende Erläuterungen:

- Rechenmodell 2.2 kennt zwei plastische Momente: Zum einen das Grenzmoment, das durch das Erreichen der Fließkraft der äußeren Verbindungsmittel definiert ist, und zum anderen das voll plastische Moment.
- Das Verhältnis von voll plastischem Grenzmoment und Fließmoment beträgt bei starren Rippen stets 1,5.
- Das Stab-Verbund-Modell liefert für die schlanke Rippe mit der Breite  $b = 30$  mm ein geringeres Fließmoment, da die in diesem Fall vorhandenen Biegeverformungen die Verbundbeanspruchungen am Verbundrand überproportional ansteigen lassen. Auf das voll plastische Grenzmoment wirkt sich dieser Effekt nicht aus.

## 6 Lokale Verformungen eines Verbundabschnitts der Länge $\ell_v$

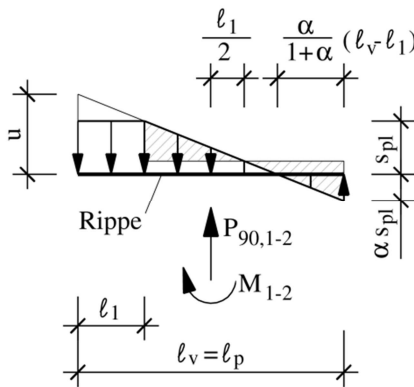
### 6.1 Alleinige Beanspruchung durch $s_{90}$

Für den elastischen Grenzzustand (Zustand 1) und den ersten plastischen Grenzzustand (Zustand 2) wurden die Verdrehungen bereits in Abschnitt 3.2 angegeben. Wird Zustand 2 überschritten, ist mit einem starken Anwachsen der Verformungen zu rechnen, bis im voll plastischen Grenzzustand (Zustand 3) die Verdrehungen über alle Grenzen wachsen. Da es gilt, übermäßige Verformungen zu vermeiden, werden im Folgenden Bestimmungsgleichungen für die Verdrehung  $\varphi$  oder die Randverschiebung  $u_{90}$  des Verbundes von Rippe und Platte, bezogen auf den Zustand 1 (Index y)

$$\bar{\varphi} = \frac{\varphi}{\varphi_y} \quad \text{mit} \quad \varphi_y = \frac{2s_{pl}}{k\ell_v} \quad \text{und} \quad \bar{u}_{90} = \frac{u_{90}}{u_{90,y}} \quad \text{mit} \quad u_{90,y} = \frac{s_{pl}}{k},$$

angegeben.

Für die Verbundgrößen  $P_{90,1-2}$  und  $M_{1-2}$  in den Beanspruchungszuständen 1-2 zwischen den Grenzzuständen 1 und 2 (Bereich „primary plastic“) ist der Verlauf der Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  beispielhaft in Abbildung 55 dargestellt.



**Abbildung 55: Beispiel für den Verlauf von  $s_{90}$  zwischen dem elastischen und ersten plastischen Grenzzustand des Verbundes**

Aus den Gleichgewichtsbedingungen

$$P_{90,1-2} = s_{pl}\ell_1 + \frac{1-\alpha}{2}s_{pl}(\ell_v - \ell_1), \quad (49)$$

$$M_{1-2} = \frac{1+\alpha}{12}s_{pl}(\ell_v - \ell_1)^2 + \frac{1}{2}s_{pl}\ell_1(\ell_v - \ell_1) - \frac{1-\alpha}{2}s_{pl}(\ell_v - \ell_1)\frac{\ell_1}{2} \quad (50)$$

ergeben sich die Größen  $\ell_1$  und  $\alpha$  zu

$$\ell_1 = \frac{3M_{1-2}}{s_{pl}\ell_v - P_{90,1-2}} - \frac{\ell_v}{2} \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{s_{pl}(\ell_v + \ell_1) - 2P_{90,1-2}}{s_{pl}(\ell_v - \ell_1)}. \quad (51)$$

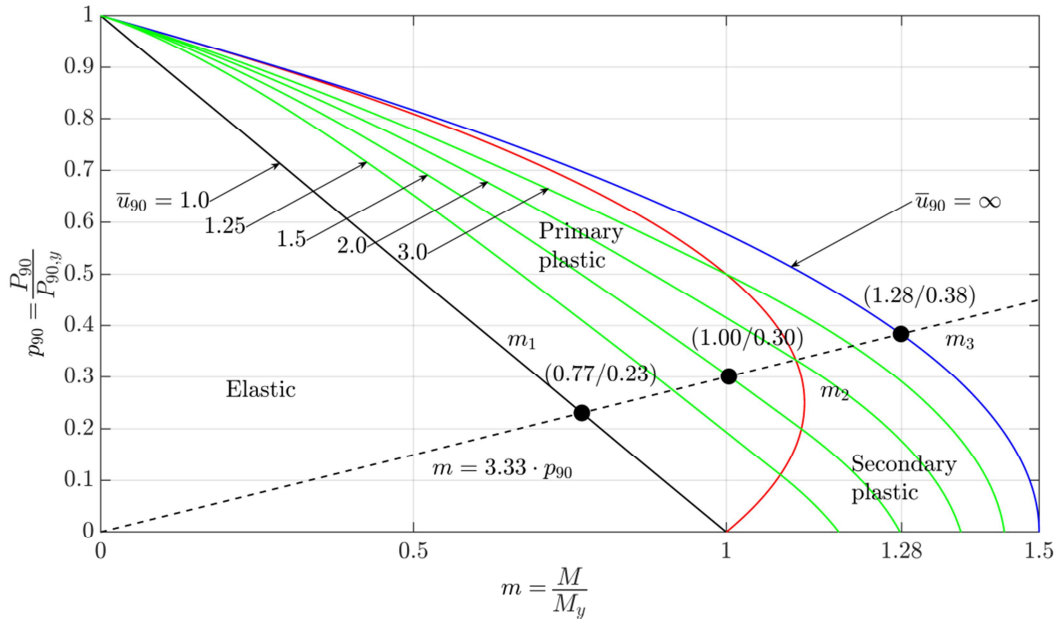
Die Verformungen lassen sich dann für kleine Drehungen durch diese beiden Größen beschreiben:

$$\bar{\varphi}_{1-2} = \frac{1+\alpha}{\ell_v - \ell_1} \frac{\ell_v}{2} \quad \text{und} \quad \bar{u}_{90,1-2} = \frac{\ell_v + \alpha\ell_1}{\ell_v - \ell_1}. \quad (52)$$

Durch Gleichsetzung und Auflösung nach  $m_{1-2}$  folgt schließlich

$$m_{1-2} = \frac{(p_{90,1-2} - 1) \left( -3\bar{u}_{90,1-2} + 1 + 2\sqrt{2\bar{u}_{90,1-2} - 2\bar{u}_{90,1-2} \cdot p_{90,1-2} - 1 + p_{90,1-2}^2 + 2p_{90,1-2}} \right)}{\bar{u}_{90,1-2} - 1} \quad (53)$$

Die Auswertung für  $\bar{u}_{90,1-2}$  ist in Abbildung 56 im Bereich „primary plastic“ dargestellt.



**Abbildung 56:** Interaktionskurven für bezogene Randverschiebungen  $\bar{u}_{90}$  in den Zwischenzuständen 1-2 (primary plastic) und 2-3 (secondary plastic) und gestrichelte Gerade für Kleintafel B4.17 in Abschnitt 6.3

Für den in Abbildung 23c dargestellten Zustand zwischen den Grenzzuständen 2 und 3 (Bereich „secondary plastic“) wurde das zugehörige bezogene Moment  $m_{2-3}$  bereits in Gleichung (19) angegeben:

$$m_{2-3} = m_3 - \frac{1}{2\bar{\varphi}_{2-3}^2} = \frac{M_3}{M_y} - \frac{2s_{pl}^2}{k^2 \ell_v^2 \varphi_{2-3}^2}$$

mit  $m_3$  nach Gleichung (11). Aufgelöst nach  $\bar{\varphi}_{2-3}$  folgt

$$\bar{\varphi}_{2-3}^2 = \frac{1}{3(1 - p_{90,2-3}^2) - 2m_{2-3}}. \quad (54)$$

Aus Geometrie folgt der Zusammenhang

$$\bar{\varphi}_{2-3}^2 = \left( \frac{1}{1 + p_{90,2-3}} \right)^2 \bar{u}_{90,2-3}^2. \quad (55)$$

Durch Gleichsetzung und Auflösung nach  $m_{2-3}$  folgt schließlich

$$m_{2-3} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{3\bar{u}_{90,2-3}^2 \cdot p_{90,2-3}^2 - 3\bar{u}_{90,2-3}^2 + p_{90,2-3}^2 + 2p_{90,2-3} + 1}{\bar{u}_{90,2-3}^2}. \quad (56)$$

Die Auswertung für  $\bar{u}_{90,2-3}$  ist in Abbildung 56 im Bereich „secondary plastic“ dargestellt. Dort ergibt sich für  $p_{90,2-3} = 0$

$$m_{2-3} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{-3\bar{u}_{90,2-3}^2 + 1}{\bar{u}_{90,2-3}^2}. \quad (57)$$

Die Auswertung liefert:

$\bar{u}_{90,2-3}$	1,25	1,5	2,0	3,0	$\infty$
$m_{2-3}$	1,18	1,28	1,375	1,44	1,5

Wenn die Randverschiebungen des Verbundes der Länge  $\ell_v$ , die größer sind als  $1,5u_y$ , als übermäßig (excessive deformations) angesehen werden, dann lassen sich die in Abbildung 57 eingetragenen Grenzmomente des Verbundes wie folgt konkretisieren:

voll plastisches Moment  $M_{u,\infty} = \frac{R_k \ell_v^2}{4 a_1}$  mit  $\lim_{F \rightarrow R_k} u_{90} = \infty$ .

Aus der Definition einer Verformungsgrenze

$$M_{u,1,5} = 1,28 \cdot M_y \quad \text{mit} \quad u_{90} = 1,5u_y$$

mit dem Fließmoment

$$M_y = \frac{R_k \ell_v^2}{6 a_1} \quad \text{mit} \quad u_{90} = u_y$$

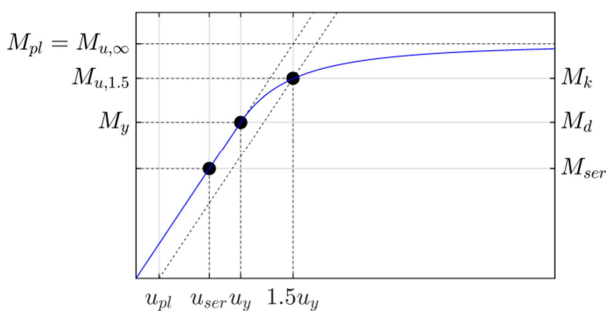
folgt das Bemessungsmoment  $M_d$  mit dem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M = 1,3$  auf der Materialseite<sup>12</sup>

$$M_d = \frac{M_{u,1,5}}{\gamma_M} = \frac{1,28 R_k \ell_v^2}{1,3 \cdot 6 a_1} \cong M_y \quad \text{mit} \quad u_{90} \cong u_y$$

und mit dem Bemessungswert  $R_d$  der Tragfähigkeit des den Verbund bewirkenden Verbindungsmittels

$$\rightarrow M_d = 1,28 \frac{R_d \ell_v^2}{6 a_1} \quad (58)$$

Die Bezeichnungen auf der linken Seite der Abbildung 57 wurden in der hier vorgestellten Theorie verwendet, während die Bezeichnungen auf der rechten Seite entsprechend der Bezeichnungsweise in den Eurocodes gewählt wurden.



**Abbildung 57: Schematisches Moment-Weg-Diagramm zur Festlegung der Grenzmomente (vgl. Abbildung 53 und Tabelle 1)**

<sup>12</sup> Bei Ermittlung der charakteristischen Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels  $R_k$  nach DIN EN 1995-1-1:2010-12 und mit der Annahme des Modifikationsbeiwerts  $k_{mod} = 1,0$  bei Windbeanspruchung.

<sup>13</sup> Nach EC5 gilt unter Beachtung einschränkender Bedingungen  $M_d = 1,2 \frac{R_d \ell_v^2}{6 a_1}$ .



## 6.2 Interaktion der Verbundbeanspruchungen $s_0$ und $s_{90}$

Entsprechend Abschnitt 3.3 müssen zur Berücksichtigung der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen  $p_0$ ,  $p_{90}$  und  $m$  die in Abschnitt 6.1 angegebenen Gleichungen dahingehend modifiziert werden, dass die Verbundbeanspruchung  $s_{90} \neq s_{pl}$  ist.

Es ergeben sich damit für den Bereich „primary plastic“ zwischen dem elastischen und dem ersten plastischen Grenzzustand die Gleichungen (49) und (50) in geänderter Form. Der Verlauf der Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  ist beispielhaft in Abbildung 55 dargestellt. Damit ergeben sich die Verbundgrößen infolge der Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  zu:

$$P_{90,1-2} = s_{90}\ell_1 + \frac{1-\alpha}{2}s_{90}(\ell_v - \ell_1) \quad (59)$$

$$M_{1-2} = \frac{1+\alpha}{12}s_{90}(\ell_v - \ell_1)^2 + \frac{1}{2}s_{90}\ell_1(\ell_v - \ell_1) - \frac{1-\alpha}{2}s_{90}(\ell_v - \ell_1)\frac{\ell_1}{2} \quad (60)$$

Für die Randverschiebung gilt weiterhin:

$$\bar{u}_{90,1-2} = \frac{\ell_v + \alpha\ell_1}{\ell_v - \ell_1}. \quad (61)$$

Dabei ist zu jedoch beachten, dass sich durch die Berücksichtigung der Interaktion der Verbundbeanspruchungen die Bezugsgröße  $u_{90,y}$  ändert. Es gilt dafür der allgemeine Zusammenhang:

$$\bar{u}_{90} = \frac{u_{90}}{u_{90,y}} \text{ mit } u_{90,y} = \frac{s_{90}}{k} = \sqrt{u_y^2 - u_0^2} \text{ und } u_y = \frac{s_{pl}}{k} \quad (62)$$

Damit ergibt sich Gleichung (53) in modifizierter Form:

$$m_{1-2} = \frac{(p_{90,1-2} \cdot s_{pl} - s_{90}) \cdot \left( -3\bar{u}_{90,1-2} \cdot s_{90} + s_{90} + 2p_{90,1-2} \cdot s_{pl} + \sqrt{2\bar{u}_{90,1-2} \cdot s_{90}^2 - 2\bar{u}_{90,1-2} \cdot p_{90,1-2} \cdot s_{pl} \cdot s_{90} - s_{90}^2 + p_{90,1-2}^2 \cdot s_{pl}^2} \right)}{(\bar{u}_{90,1-2} - 1) \cdot s_{pl} \cdot s_{90}} \quad (63)$$

Eine Auflösung nach  $s_{90}$  ist dabei nicht zweckmäßig, so dass sich die Interaktion lediglich mit

$s_{90} = s_{pl} \cdot \sqrt{1 - p_{0,i}^2}$  darstellen lässt:

$$m_{1-2} = \frac{\left( p_{90,1-2} - \sqrt{1 - p_{0,1-2}^2} \right) \cdot \left( -3\bar{u}_{90,1-2} \cdot \sqrt{1 - p_{0,1-2}^2} + \sqrt{1 - p_{0,1-2}^2} + 2p_{90,1-2} + \sqrt{2\bar{u}_{90,1-2} \cdot (1 - p_{0,1-2}^2) - 2\bar{u}_{90,1-2} \cdot p_{90,1-2} \cdot (1 - p_{0,1-2}^2) - (1 - p_{0,1-2}^2) + p_{90,1-2}^2} \right)}{(\bar{u}_{90,1-2} - 1) \cdot \sqrt{1 - p_{0,1-2}^2}} \quad (64)$$



Eine Übertragung dieses Vorgehens auf den Bereich „primary plastic“ zwischen dem ersten plastischen und dem voll plastischen Zustand ergibt das gegenüber Gleichung (56) modifizierte Moment  $m_{2-3}$ :

$$m_{2-3} = \frac{\bar{u}_{90,2-3}^2 \cdot (3 - 3p_{90,2-3}^2 - 3p_{0,2-3}^2) - p_{90,2-3}^2 + p_{0,2-3}^2 - 2p_{90,2-3} \cdot \sqrt{1 - p_{0,2-3}^2} - 1}{2\bar{u}_{90,2-3}^2 \cdot \sqrt{1 - p_{0,2-3}^2}} \quad (65)$$

Diese Gleichung lässt sich in eine Interaktionsgleichung der bezogenen Verbundgrößen überführen:

$$\left( \frac{m_{2-3} \cdot \bar{u}_{90,2-3}^2 + p_{90,2-3}}{3\bar{u}_{90,2-3}^2 - 1} + \sqrt{\left( \frac{m_{2-3} \cdot \bar{u}_{90,2-3}^2 + p_{90,2-3}}{3\bar{u}_{90,2-3}^2 - 1} \right)^2 + p_{90,2-3}^2 \frac{3\bar{u}_{90,2-3}^2 + 1}{3\bar{u}_{90,2-3}^2 - 1}} \right)^2 + p_{0,2-3}^2 = 1. \quad (66)$$

Zu beachten ist, dass die Verschiebung am Rand nicht mehr nur von der bezogenen Verschiebung  $\bar{u}_{90}$  abhängt, sondern sich aus den Verschiebungsanteilen infolge  $s_0$  und  $s_{90}$  zusammensetzt. Für die bezogene resultierende Verschiebung am Rand gilt:

$$\bar{u} = \frac{u_{res}}{u_y} \text{ mit } u_{res} = \sqrt{u_{90}^2 + u_0^2} \quad (67)$$

Der Zusammenhang zwischen den Verschiebungsanteilen lässt sich durch eine Modifikation der bezogenen Verschiebung  $\bar{u}_{90}$  beschreiben zu:

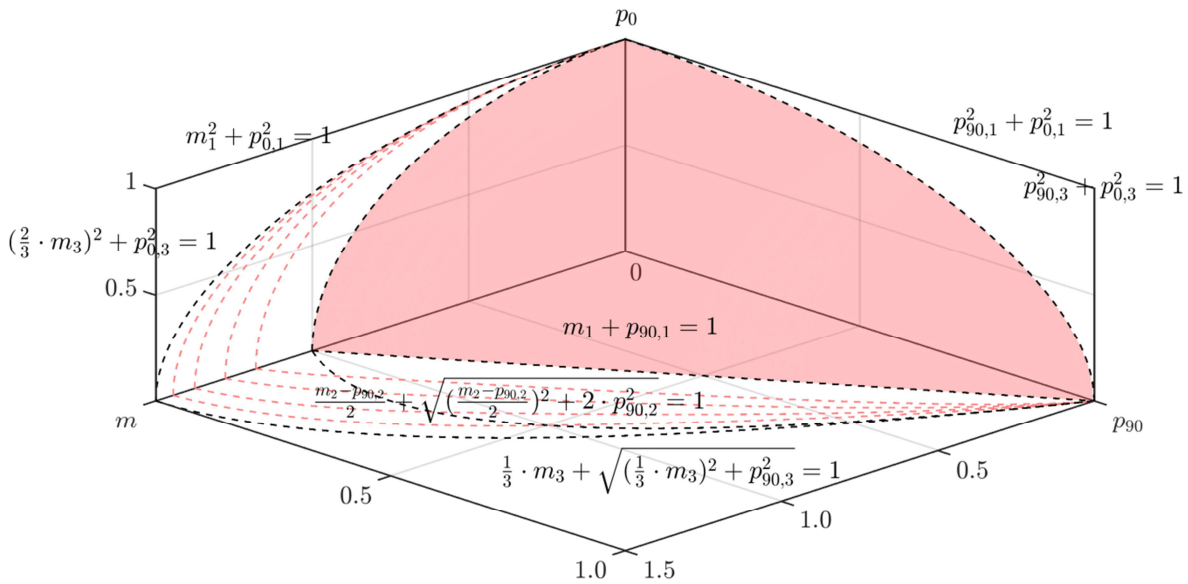
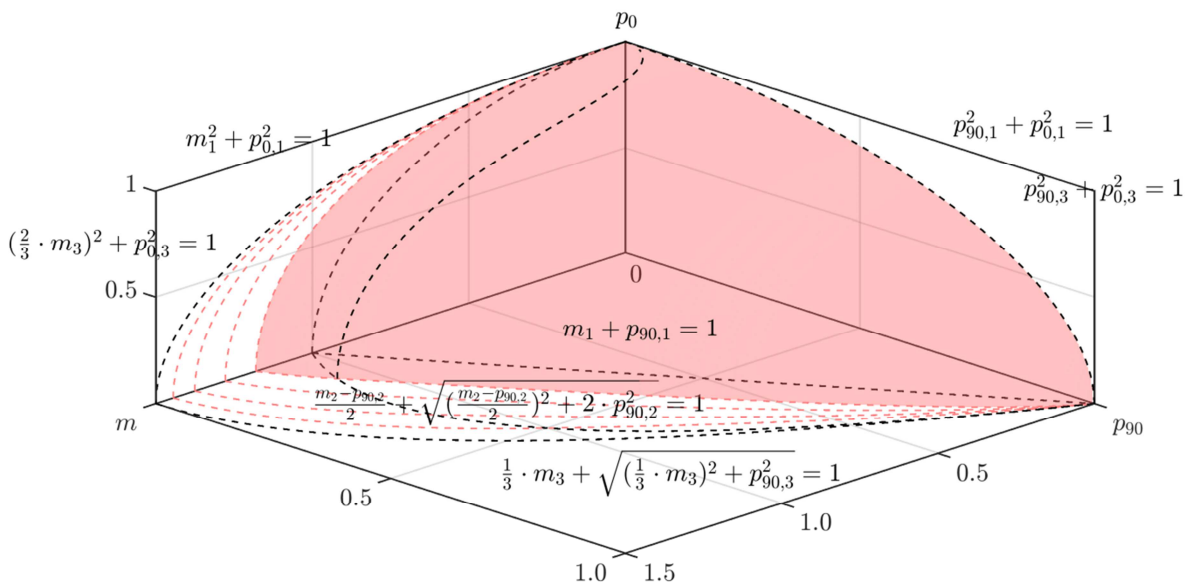
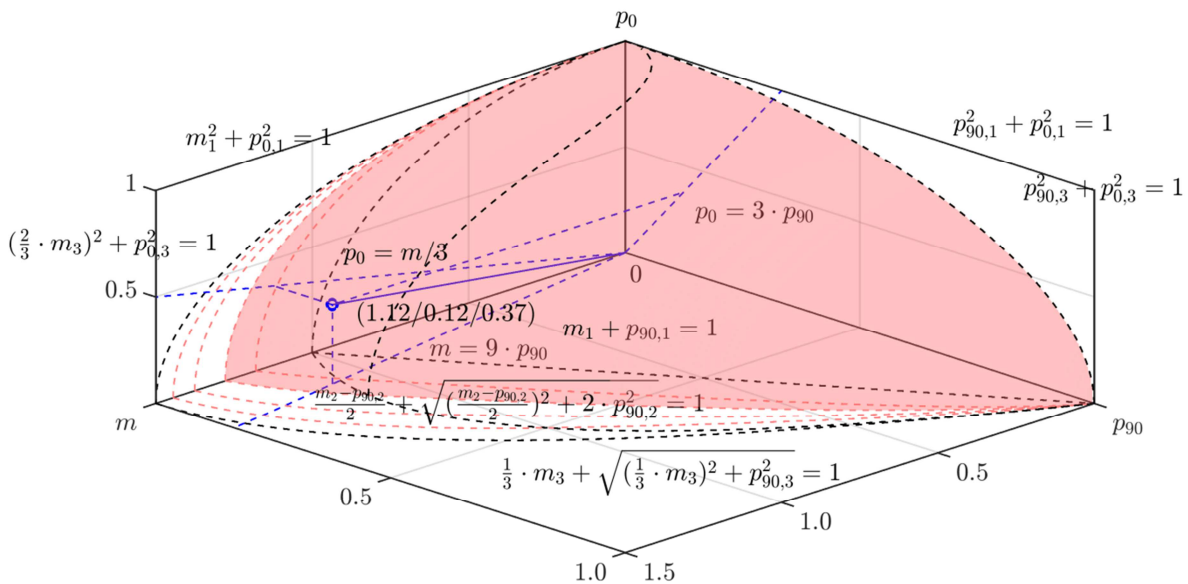
$$\bar{u}^2 = \left( \bar{u}_{90} \cdot \frac{u_{90,y}}{u_y} \right)^2 + \bar{u}_0^2 \quad (68)$$

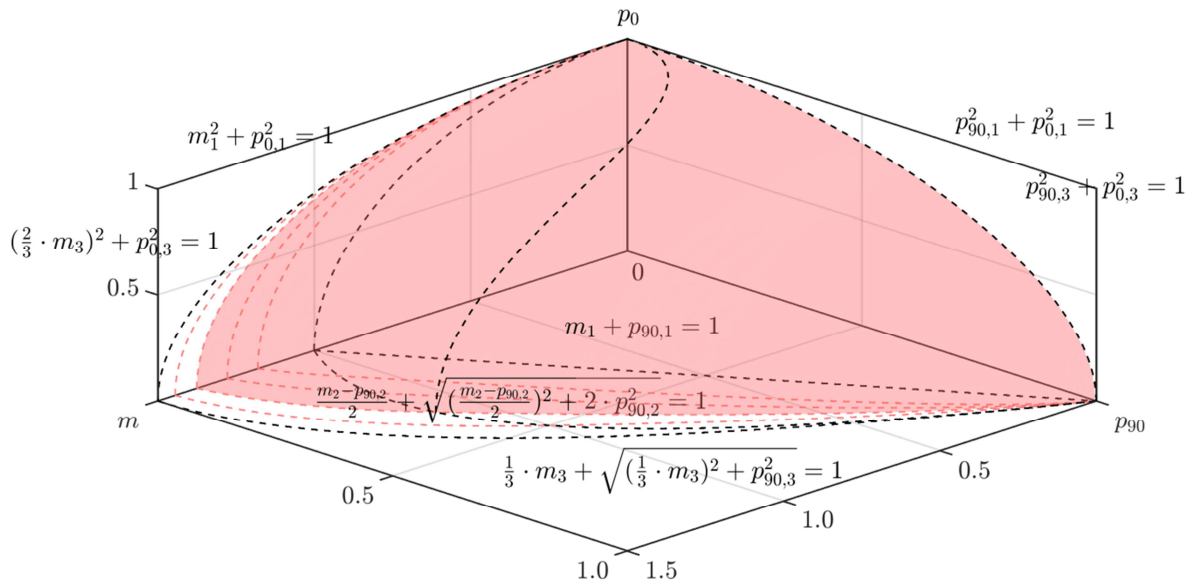
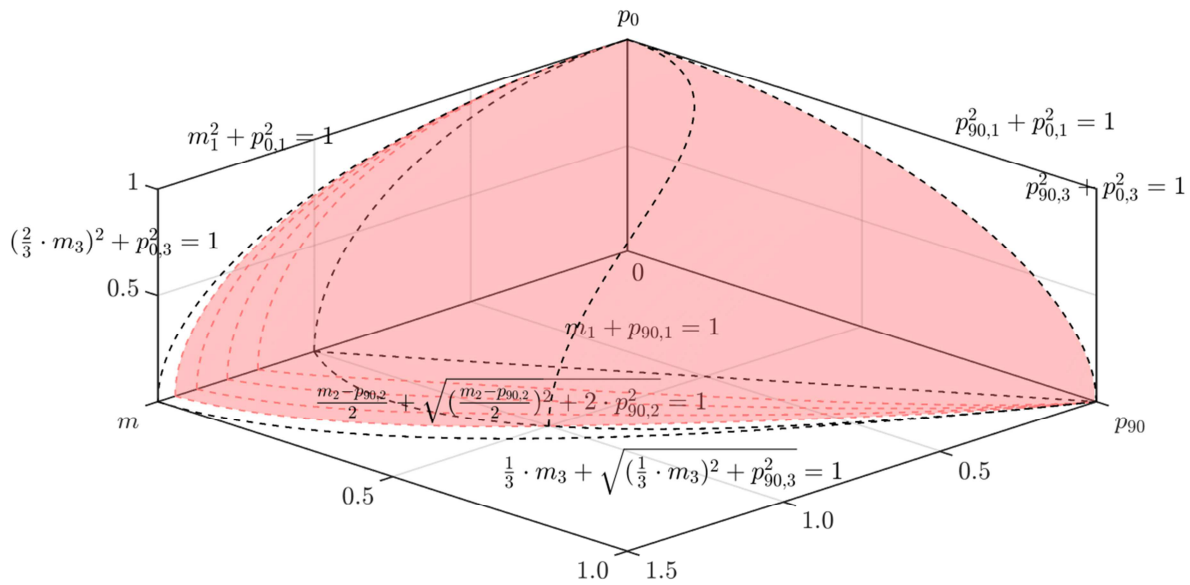
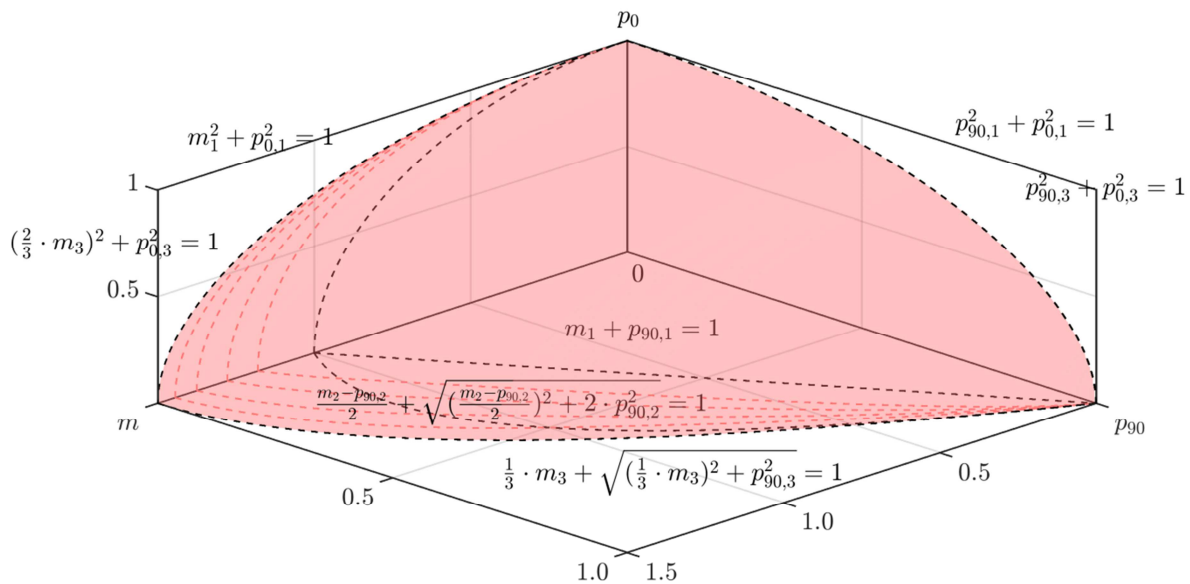
Vereinfacht lassen sich die beiden relevanten Verschiebungsgrößen  $\bar{u}$  und  $\bar{u}_{90}$  auch in Abhängigkeit von  $\bar{u}_0$  bzw  $p_0$  darstellen als:

$$\bar{u} = \sqrt{\bar{u}_{90}^2 \cdot (1 - \bar{u}_0^2) + \bar{u}_0^2} \quad \text{bzw.} \quad \bar{u}_{90} = \sqrt{\frac{\bar{u}^2 - \bar{u}_0^2}{1 - \bar{u}_0^2}} \quad (69)$$

$$\bar{u} = \sqrt{\bar{u}_{90}^2 \cdot (1 - p_0^2) + p_0^2} \quad \text{bzw.} \quad \bar{u}_{90} = \sqrt{\frac{\bar{u}^2 - p_0^2}{1 - p_0^2}} \quad (70)$$

Eine Auswertung für unterschiedlich Werte von  $\bar{u}$  ist in Abbildung 58 bis Abbildung 63 dargestellt. Für  $\bar{u} = 1$  ergibt sich der elastische Grenzzustand und für  $\bar{u} = \infty$  ergibt sich der voll plastische Grenzzustand (s. auch Abbildung 26). Die gestrichelten schwarzen Linien in den Ebenen verdeutlichen dabei die Grenzzustände entsprechend Kapitel 3.3 entsprechend der Interaktion von lediglich zwei bezogenen Verbundgrößen. Die gestrichelte schwarze Linie auf der Hüllfläche stellt den Übergang von Zustand 2-3 (jeweils linke Seite der Linie) in Zustand 1-2 (jeweils rechte Seite der Linie) für die jeweilige resultierende, bezogene Verschiebung  $\bar{u}$  dar. Die gestrichelten roten Linien verdeutlichen dabei die Zustände bei  $\bar{u} = 1,25, 1,5, 2$  und  $3$  für  $p_{0,i} = 0$  bzw.  $p_{90,i} = 0$ . Für  $m_i = 0$  ergeben sich keine Zwischenzustände.

Abbildung 58: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen für  $\bar{u} = 1$  (elastischer Grenzzustand)Abbildung 59: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen für  $\bar{u} = 1,25$ Abbildung 60: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen für  $\bar{u} = 1,5$ , zusätzlich der Geraden für das Beispiel des Abbildung 32 dargestellten allgemeinen Falls mit  $A = q\ell/2$ ,  $\ell = 6\ell v$  und  $h_p = \ell v/2$

Abbildung 61: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen für  $\bar{u} = 2$ Abbildung 62: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen für  $\bar{u} = 3$ Abbildung 63: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen für  $\bar{u} = \infty$  (voll plastischer Grenzzustand)

Für das Beispiel aus Kapitel 3.4 ergibt sich der Schnittpunkt der räumlichen Resultierenden mit der Hüllfläche im Grenzzustand übermäßiger Verformungen ( $\bar{u} = 1,5$ , Abbildung 60) nach den Gleichung (64) und (66) an der Stelle:

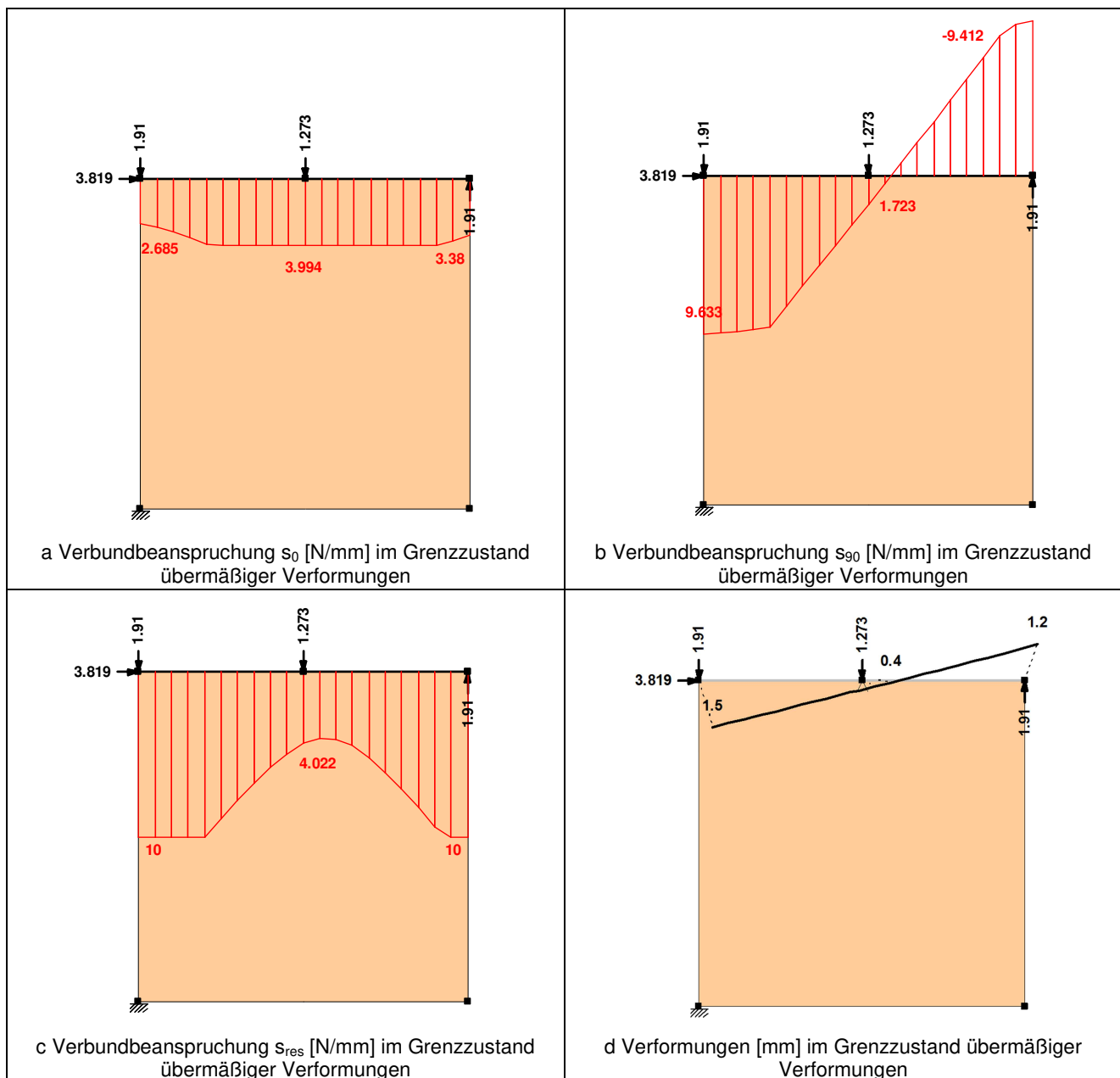
$$p_0; p_{90}; m = 0,125; 0,374; 1,123$$

Daraus folgt mit  $s_{pl} = 10 \text{ N/mm}$  und  $\ell_v = 1000 \text{ mm}$ :

$$P_{90} = p_{90} s_{pl} \ell_v = 0,125 \cdot 10 \cdot 1000 = 1250 \text{ N} \approx 1273 \text{ N nach Hall}$$

$$P_0 = p_0 s_{pl} \ell_v = 0,374 \cdot 10 \cdot 1000 = 3740 \text{ N} \approx 3819 \text{ N nach Hall}$$

$$M = \frac{p_{90} s_{pl} \ell_v^2}{6} = 1,123 \cdot 10 \cdot \frac{1000^2}{6} = 187100 \text{ Nmm} \approx 191000 \text{ Nmm nach Hall}.$$

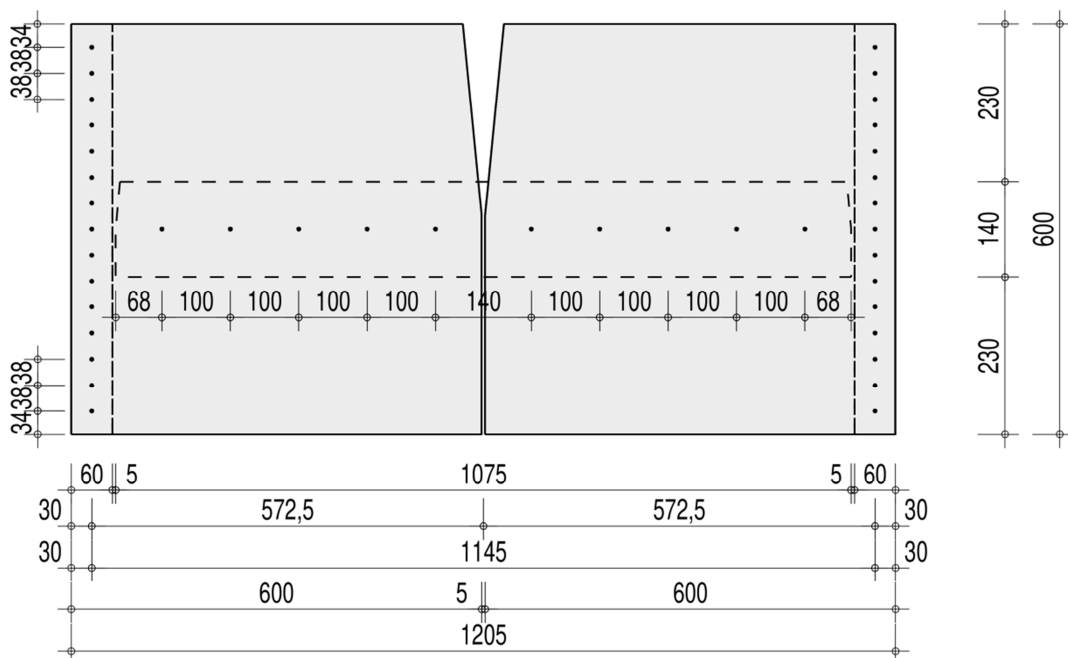


**Abbildung 64:** Verbundbeanspruchungen  $s_0$ ,  $s_{90}$  und  $s_{res}$  und die Verformungen im Grenzzustand übermäßiger Verformungen für das Beispiel des Abbildung 32 dargestellten allgemeinen Falls mit  $A = q\ell/2$ , für  $\ell = 6\ell_v$  und für  $h_p = \ell_v/2$  nach dem Stab-Verbund-Modell von Hall (2012)

### 6.3 Anwendungsfall B4

Der Prüfkörpertyp B4, der als Kleintafel als ein konkreter Anwendungsfall (vgl. Tabelle 6) zu betrachten ist, unterscheidet sich vom Prüfkörpertyp B2 durch die zusätzliche Wirkung der Verbundgröße  $P_{90}$ . Seine Beanspruchungszustände werden mit Hilfe des Stab-Verbund-Modells berechnet und anhand des m- $p_{90}$ -Diagramms in Abbildung 56 erläutert.

Die Berechnung der Verschiebungen der Rippe gegenüber den Platten des Prüfkörpertypen B4 wird am Beispiel des Prüfkörpers B4.17 in Abbildung 65 gezeigt. Die horizontale Rippe des beidseitig mit DWD beplankten Prüfkörpers weist eine Höhe und Breite von je 140 mm auf und kann als starr angesehen werden. Der Verbindungsmittelabstand  $a_1$  des Verbundes beträgt für die horizontale Rippe 100 mm und für die vertikalen Rippen 38 mm. Die Last wird zentrisch in die horizontale Mittelrippe eingeleitet. Um den Einfluss der Biegesteifigkeit der Rippe zu zeigen sind in Abbildung 68 die Kraft-Verschiebungsdiagramme des Prüfkörpers B4.16 zusätzlich eingetragen. Dieser Prüfkörper unterscheidet sich von Prüfkörper B4.17 lediglich in der geringeren Höhe der Mittelrippe (60 mm).



**Abbildung 65: Prüfkörper B4.17 in Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b)**

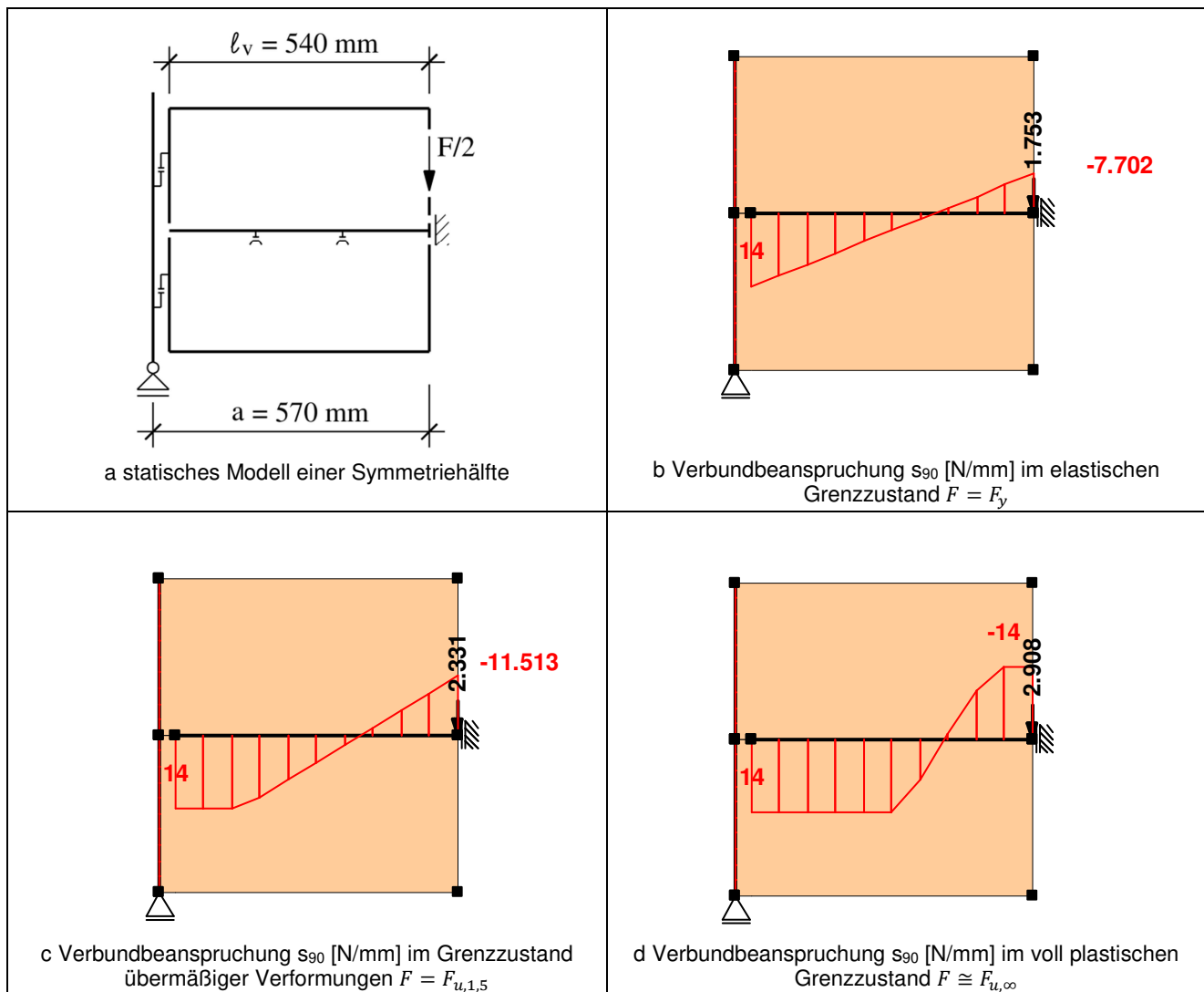


Abbildung 66: Statisches Modell und Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  des Prüfkörpers B4.17 nach dem Stab-Verbund-Modell

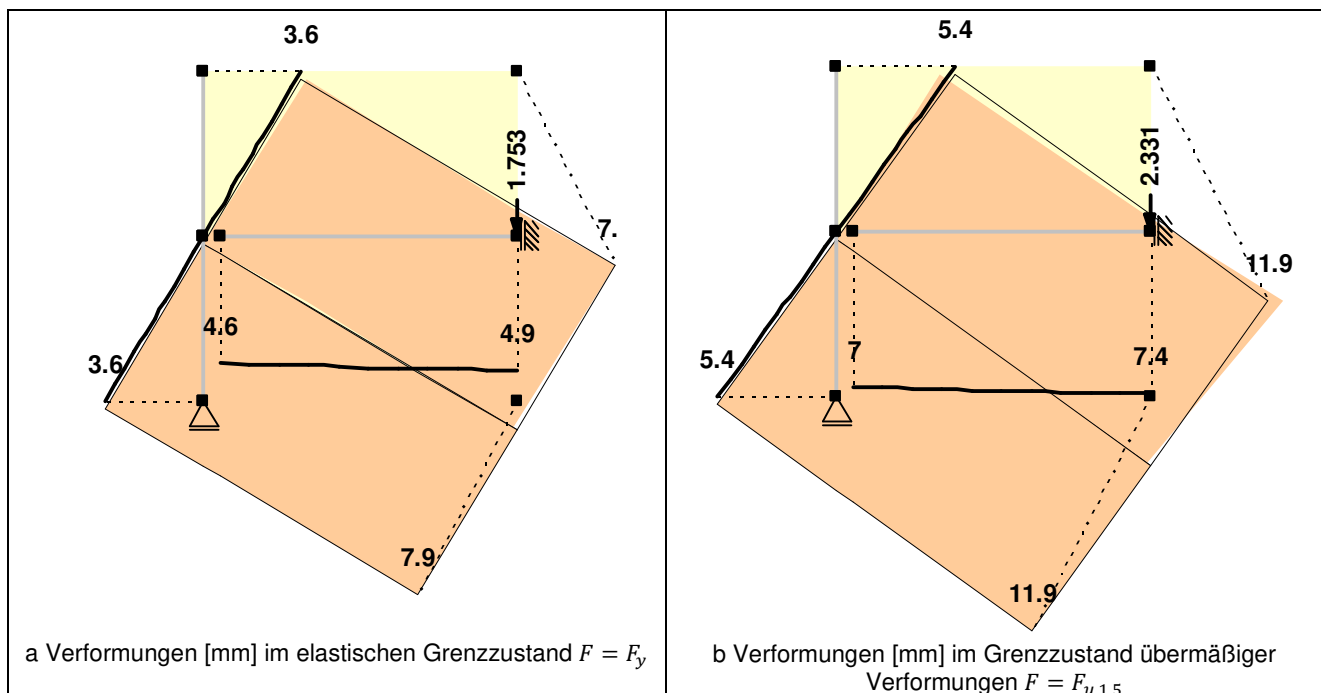


Abbildung 67: Verformungen nach dem Stab-Verbund-Modell

Der Lagerungsfall einer Symmetriehälfte der Mittelrippe im Verbund mit der Platte wurde bereits in Abbildung 28 behandelt. Im vorliegenden Fall ist der Hebelarm der Auflagerkraft  $A = F/2$  der Platte jedoch größer als  $\ell_v$  und wird in Abbildung 66a mit  $a$  bezeichnet. Aus dem äußeren Gleichgewicht folgen die Schnittgrößen

$$Q_{j+1} = \frac{F}{2} \text{ und } M_{j+1} = \frac{F}{2} a,$$

und aus dem inneren Gleichgewicht die Verbundgrößen

$$P_{90} = Q_{j+1} = \frac{F}{2},$$

$$M = M_{j+1} - Q_{j+1} \frac{\ell_v}{2} = \frac{F}{2} a - \frac{F}{2} \frac{\ell_v}{2} = \frac{F}{2} \left( a - \frac{\ell_v}{2} \right) = \frac{F}{2} (570 - 270) = 300 \frac{F}{2} \rightarrow \frac{M}{P_{90}} = 300 \text{ mm}.$$

Daraus ergeben sich schließlich die bezogenen Verbundgrößen  $m$  und  $p_{90}$

$$\frac{M}{P_{90}} = \left( a - \frac{\ell_v}{2} \right) = \frac{\ell_v}{6} \frac{m}{p_{90}} \rightarrow m = \left( \frac{6a}{\ell_v} - 3 \right) p_{90} = \left( \frac{6 \cdot 570}{540} - 3 \right) p_{90} = 3,33 p_{90}.$$

Diese Gerade wurde in das  $m$ - $p_{90}$ -Diagramm in Abbildung 56 eingetragen. Der Schnittpunkt mit der Geraden für  $\bar{u}_{90} = 1,0$  liefert die bezogenen Verbundgrößen im elastischen Grenzzustand  $F = F_y$

$$m/p_{90} = 0,77/0,23.$$

Daraus folgt

$$\frac{F}{2} = P_{90} = p_{90} s_{pl} \ell_v = 0,23 \frac{2 \cdot 700}{100} 540 = 1739 \text{ N},$$

$$\bar{u}_{90} = \frac{u_{90}}{u_{90,y}} = \frac{u_{90}}{u_y} = 1,0 \rightarrow u_{90} = 1,0 \frac{s_{pl}}{k} = \frac{2 \cdot 700}{100} \frac{100}{2 \cdot 176} = 4,0 \text{ mm}.$$

Bei dieser Randverschiebung  $u_{90}$  handelt es sich um die reine Verschiebung der Rippe gegenüber der Platte. Erst durch die Addition der Starrkörperverschiebung der Platte wird ein Vergleich mit der Verschiebung von 4,6 mm in Abbildung 67a möglich.

Bei Überprüfung der Verschiebung mit Hilfe des Arbeitssatzes ergibt sich:

$$u_{90} = \int_0^{\ell_v} \frac{s_{90} \bar{s}_{90}}{k} dx = \frac{F}{2k\ell_v} + \frac{3F}{k\ell_v^2} \left( a - \frac{\ell_v}{2} \right),$$

$$u_{90} = \frac{1}{2 \cdot 3,52 \cdot 540} F + \frac{3}{3,52 \cdot 540^2} (570 - 270) F = (2,6 \cdot 10^{-4} + 8,8 \cdot 10^{-4}) F = 11,4 \cdot 10^{-4} F,$$

$$u_{90} = 11,4 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 1750 = 4,0 \text{ mm}.$$

Der Schnittpunkt mit der Geraden für  $\bar{u}_{90} = 1,5$  liefert die bezogenen Verbundgrößen im Grenzzustand übermäßiger Verformungen  $F = F_{u,1,5}$

$$m/p_{90} = 1,00/0,30.$$

Daraus folgt

$$\frac{F}{2} = P_{90} = p_{90} s_{pl} \ell_v = 0,30 \frac{2 \cdot 700}{100} 540 = 2268 \text{ N},$$

$$\bar{u}_{90} = \frac{u_{90}}{u_{90,y}} = \frac{u_{90}}{u_y} = 1,5 \rightarrow u_{90} = 1,5 \frac{s_{pl}}{k} = 1,5 \cdot \frac{2 \cdot 700}{100} \frac{100}{2 \cdot 176} = 6,0 \text{ mm}.$$

Das Verhältnis der beiden Grenzlaster beträgt  $2268/1739 = 1,3$  (vgl. hierzu Abbildung 66b und c).

Im voll plastischen Grenzzustand  $F = F_{u,\infty}$  ergibt sich der Schnittpunkt mit der Geraden für  $\bar{u}_{90} = \infty$  entsprechend Abbildung 56 zu

$$m/p_{90} = 1,28/0,38.$$

Damit ergibt sich die Last im voll plastischen Zustand

$$\frac{F}{2} = P_{90} = p_{90} s_{pl} \ell_v = 0,38 \frac{2 \cdot 700}{100} 540 = 2873 \text{ N}.$$

Ein Vergleich der Verschiebungen des Rechenmodells 1V mit den gemessenen Verschiebungen der Rippe gegenüber der Platte in Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b) ist in Abbildung 68 dargestellt. Der Graph des Rechenmodells 1V ergibt sich durch Auswertung der Funktion für  $m_{1-2}$  in Gleichung (53) und der Funktion für  $m_{2-3}$  in Gleichung (56). Erkennbar sind einige Besonderheiten:

- Prüfkörper B4.16 verschiebt sich asymmetrisch und hat trotz der geringeren Rippenabmessungen eine größere Traglast. Grund hierfür kann zum Beispiel die besondere Sortierung der Mittelrippe sein, um einen vorzeitigen Biegebruch zu verhindern.
- Die Verschiebungen nach Rechenmodell 1V zeigen entsprechend Stoffmodell 1 eine deutlich geringere Anfangssteifigkeit.
- Im plastischen Bereich liegen die Ergebnisse des Rechenmodells 1V im unteren Bereich der Messwerte, da im Stoffmodell 1 mit dem charakteristischen Wert der Tragkraft des Verbindungsmittels gerechnet wird.

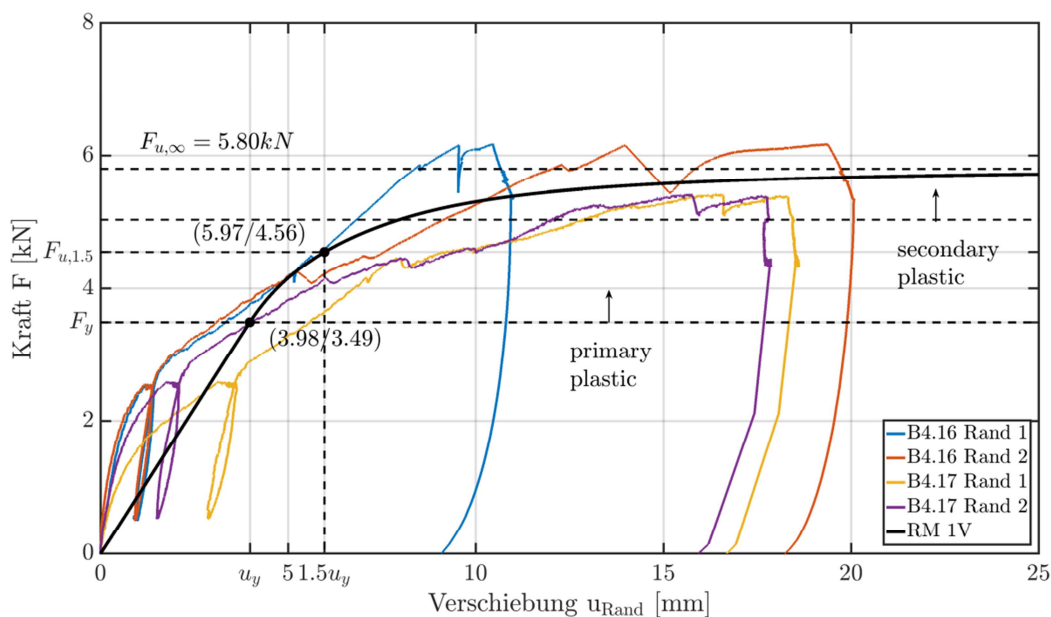


Abbildung 68: Kraft-Weg-Diagramme Prüfkörper B4.16 und B4.17 (Sensoren am äußeren Ende der Rippe) und Ergebnis Rechenmodell 1V für B4.17



## 7 Globale Verformungen einer Kleintafel

Nachdem die lokalen Verformungen eines Verbundabschnitts in Kapitel 6 beschrieben wurden, werden im nächsten Schritt die dabei gewonnenen Erkenntnisse auf ganze Tafeln übertragen. Dabei geht es nicht um Tafeln, für die die Voraussetzungen für die Anwendung des Schubfeldträgermodells gegeben sind, sondern um Tafeln mit freien Plattenrändern. Bevor jedoch die Übertragung auf ganze Deckentafeln, die mit dem erweiterten Schubfeldträgermodell berechnet werden können, durchgeführt wird, wird es als zweckmäßig angesehen die Übertragbarkeit an Kleintafeln zu überprüfen.

Kleintafeln mit freien Plattenrändern sind Gegenstand der Prüfsérie B5. Beispielhaft sind in Abbildung 69 die Prüfkörper B5.3 und B5.7 dargestellt. Die Prüfkörper mit Gelenk sind statisch bestimmt und die Prüfkörper ohne Gelenk sind statisch unbestimmt. Die Prüfkörper mit durchlaufenden, biegesteifen Rippen erwiesen sich erwartungsgemäß als deutlich tragfähiger und steifer gegenüber denen mit Gelenken.

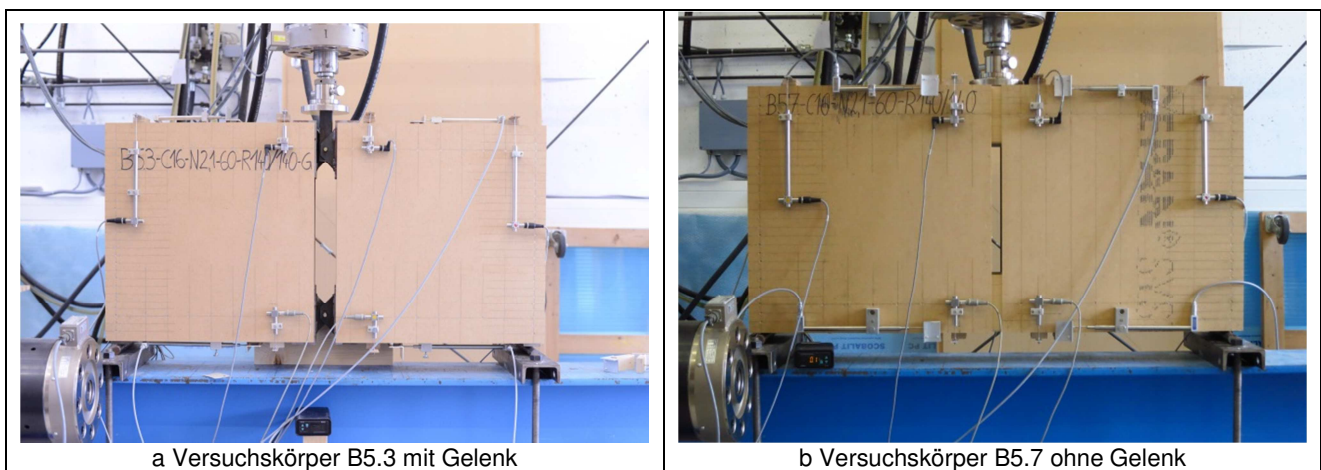


Abbildung 69: Prüfkörper des Typs B5-G und B5 aus Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b)

Abbildung 70 zeigt die zugehörigen Kraft-Weg-Diagramme, gemessen an der Stelle der Lasteinleitung. Die Belastung der Versuchskörper wurde vor Erreichen des Versagens abgebrochen, wenn keine weitere Laststeigerung möglich war. Die Höchstlast des Prüfkörpers B5.3 weicht nach einer Verfestigungsphase deutlich von den übrigen Prüfkörpern ab, da sich im Druckbereich die Gelenkteile aus Stahl unerwartet berührten.

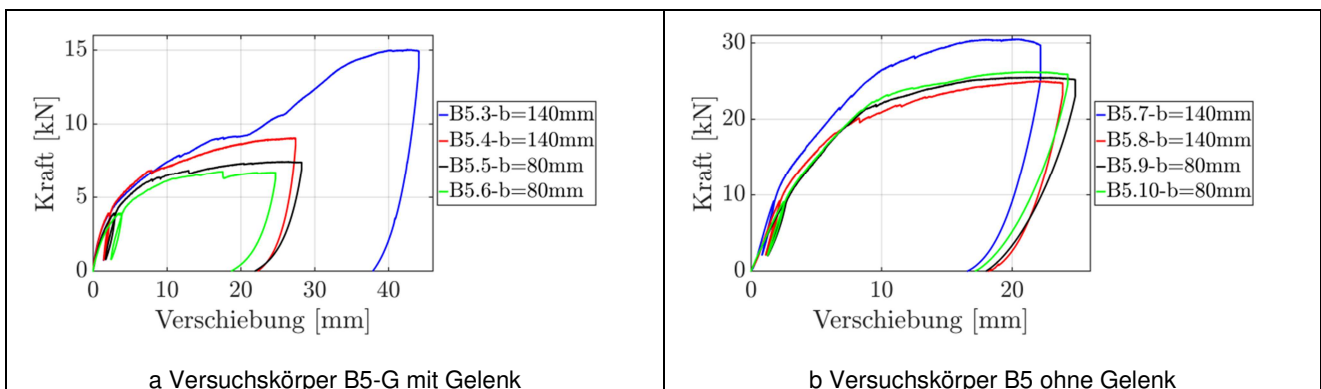
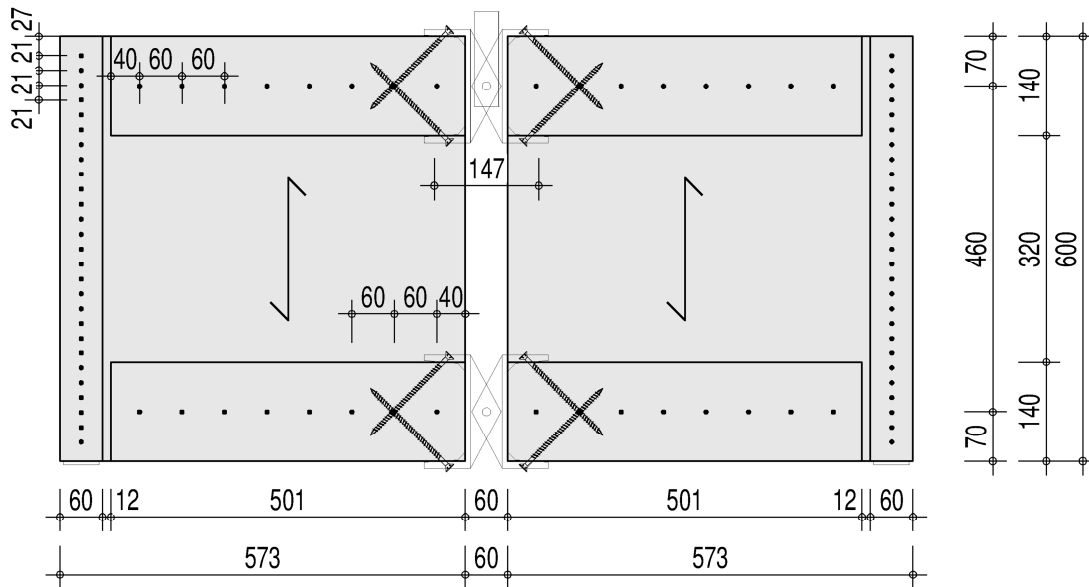


Abbildung 70: Kraft-Weg-Diagramme (Lasteinleitungsstelle) nach Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b)

Die beidseitig mit DWD ( $t = 16 \text{ mm}$ ) beplankten Prüfkörper B5 besitzen horizontale Rippen einer Höhe von 140 mm, wie in Abbildung 71, oder von 80 mm. Die Wahl der 80 mm Rippe ist der

Vergleichbarkeit der Prüfkörper mit und ohne Gelenk geschuldet. Bei den Versuchskörpern mit durchlaufenden Rippen war diese Rippenstärke erforderlich, um einen Biegebruch der Rippe zu vermeiden. Für die horizontalen Rippen beträgt der Verbindungsmittelabstand  $a_1 = 60$  mm. Die Lasteinleitung erfolgt für beide Prüfkörpertypen zentrisch in den Obergurt.

Anhand der innerlich und äußerlich statisch bestimmten Prüfkörpertypen B5-G mit Gelenk lässt sich die Übertragbarkeit der einfachen statischen Modelle und die Anwendung des Rechenmodells 1V zeigen. Die Kleintafeln dieses Typs lassen sich entsprechend den in Abbildung 71 dargestellten Abmessungen in ein statisches Modell in Abbildung 72a übertragen.



**Abbildung 71: Materialisiertes Modell von Prüfkörper B5.3**

Um den inneren Hebelarm zutreffend abzubilden und wegen der Bedingung, die Rippenlänge maximal gleich der Plattenabmessung modellieren zu müssen, werden die Verbindungsmittelabstände der Rippen im Rechenmodell 1V und im Stab-Verbund-Modell im Verhältnis der Verbundlängen angepasst. Die Berechnung der Beanspruchungen und Verformungen wurde mit den folgenden Geometrie- und Materialparametern durchgeführt:

	Prüfkörper B5.3	Rechenmodell 1V	Stab-Verbund-Modell
$R_k$	1400 N	1400 N	1400 N
$K_u$	380 N/mm	380 N/mm	380 N/mm
$a_{1,Gurte}$	60 mm	66 mm	66 mm
$\ell_v$ (horizontal)	480 mm	531 mm	531 mm
$a_{1,Randrippen}$	21 mm	17 mm	17 mm
$\ell_v$ (vertikal)	567 mm	460 mm	460 mm
$s_{pl}$	23,33 N/mm	21,21 N/mm	21,21 N/mm

Die Ergebnisse nach dem Stab-Verbund-Modell sind in Abbildung 72 bis Abbildung 75 angegeben.

Aus den globalen Gleichgewichtsbedingungen für eine Symmetriehälfte der Kleintafel B5.3-G in Abbildung 72a und entsprechend den Bezeichnungen in Abbildung 29 folgt die Gelenkkkräfte für die Rippe in die die Kraft  $F$  eingeleitet wird;

$$N_{j+1} = \frac{F}{2} \cdot \frac{a}{h} = 0,62F$$

$$Q_{j+1} = 0,5F.$$

Aus den inneren Gleichgewichtsbedingungen für diese Rippe folgen die Verbundgrößen

$$P_0 = N_{j+1} = \frac{Fa}{2h} = 0,62F,$$

$$P_{90} = Q_{j+1} = \frac{F}{2},$$

$$M = Q_{j+1} \frac{\ell_v}{2} = \frac{F \ell_v}{2} = \frac{F \cdot 531}{2} = 265,5 \frac{F}{2} \rightarrow \frac{M}{P_0} = 265,5 \frac{460}{573} = 213 \text{ mm}, \quad \frac{M}{P_{90}} = 265,5 \text{ mm}.$$

Für die Relationen der bezogenen Verbundgrößen miteinander ergibt sich

$$\frac{p_0}{p_{90}} = \frac{a}{h} = 1,25; \quad \frac{M}{P_0} = 213 = \frac{\ell_v}{6} \frac{m}{p_0} \rightarrow p_0 = 0,42m;$$

$$\frac{M}{P_{90}} = 265,5 = \frac{\ell_v}{6} \frac{m}{p_{90}} \rightarrow m = \frac{6 \cdot 265,5}{531} p_{90} = 3p_{90}.$$

Diese Geraden wurden in die  $p_0$ - $p_{90}$ - $m$ -Diagramme in Abbildung 76 bis Abbildung 78 eingetragen.

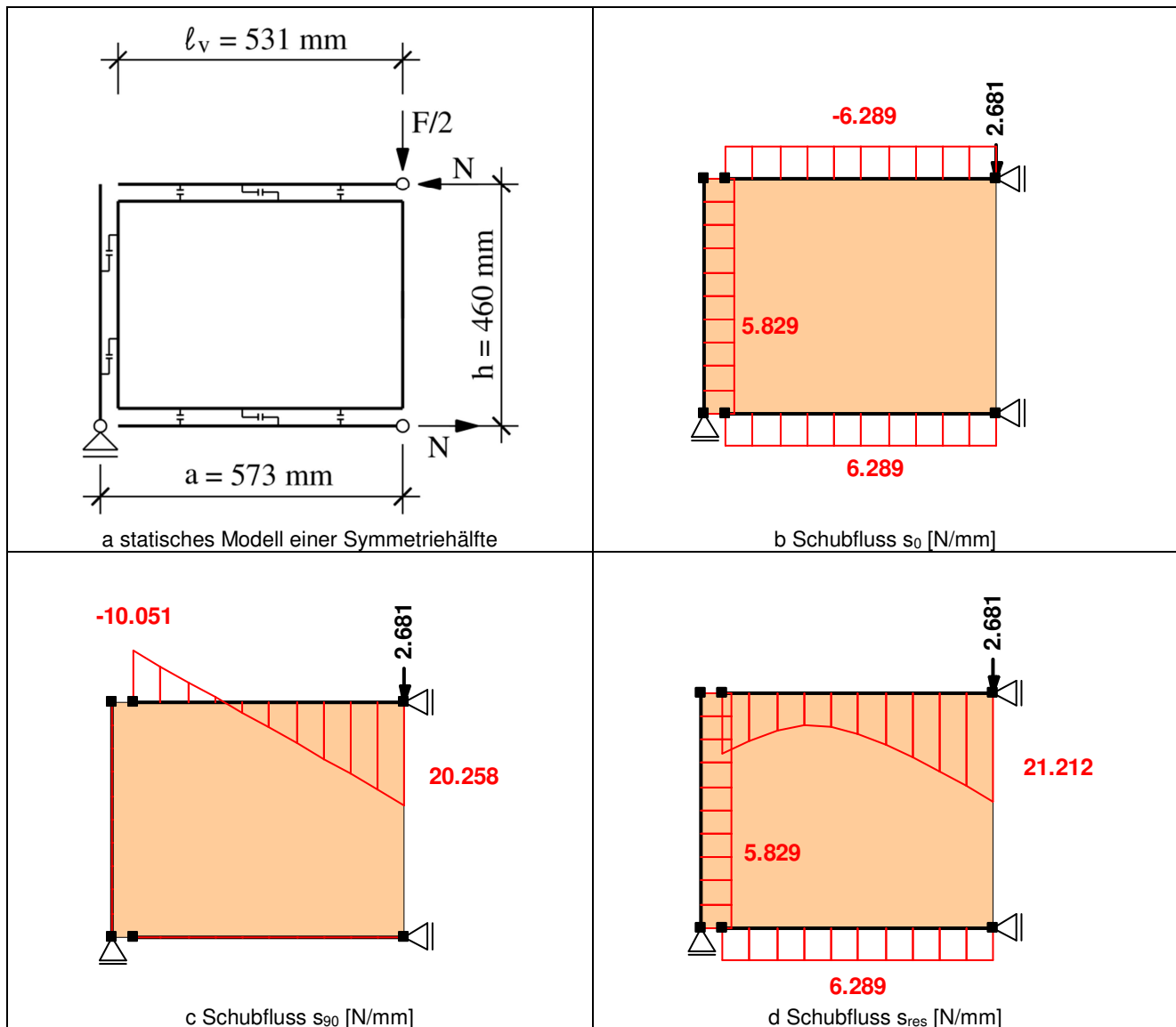


Abbildung 72: Statisches Modell und Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  des Prüfkörpers B5.3-G nach dem Stab-Verbund-Modell im elastischen Grenzzustand  $F = F_y$

Der Schnittpunkt der räumlichen Resultierenden mit der Hüllfläche für  $\bar{u} = 1,0$  liefert die bezogenen Verbundgrößen im elastischen Grenzzustand  $F = F_y$ :

$$p_0; p_{90}; m = 0,30; 0,24; 0,72.$$

Daraus folgt

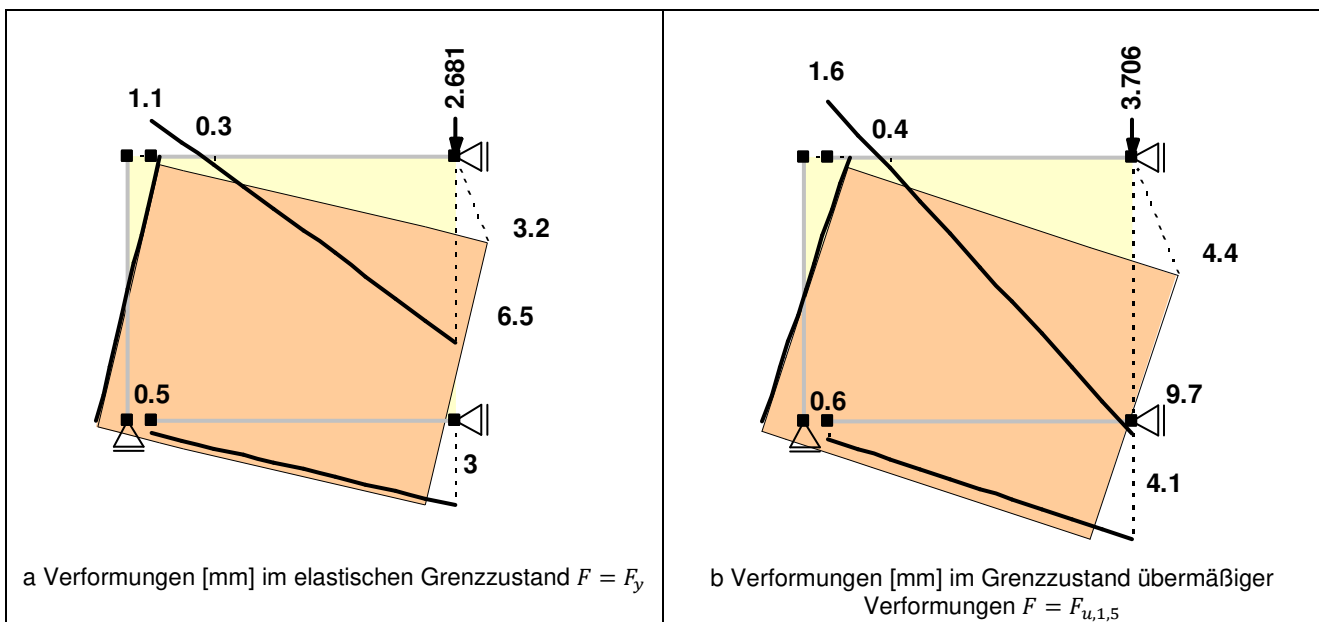
$$\frac{F}{2} = P_{90} = p_{90} s_{pl} \ell_v = 0,24 \frac{1400}{66} 531 = 2703 \text{ N (vgl. Abbildung 72)}$$

Bei Überprüfung der Verschiebung an der Stelle der Lasteinleitung im elastischen Grenzzustand  $F = F_y$  mit Hilfe des Arbeitssatzes ergibt sich

$$\begin{aligned} u_G &= 2 \int_0^h \frac{s_0 \bar{s}_0}{k_{Randrippe}} dx + 4 \int_0^{\ell_v} \frac{s_0 \bar{s}_0}{k} dx + 2 \int_0^{\ell_v} \frac{s_{90} \bar{s}_{90}}{k} dx \\ &= 2 \frac{\frac{F}{2h} \frac{1}{2h}}{k_{Randrippe}} h + 4 \frac{\frac{Fa}{2h\ell_v} \frac{a}{2h\ell_v}}{k} \ell_v + 2 \frac{F}{k\ell_v} \\ &= \frac{F}{2k_{Randrippe}h} + \left( \frac{a^2}{h^2} + 2 \right) \frac{F}{k\ell_v}, \end{aligned}$$

$$u_G = \frac{F}{2 \frac{380}{17} 460} + \left( \frac{573^2}{460^2} + 2 \right) \frac{F}{\frac{380}{66} 531} = (0,5 \cdot 10^{-4} + 11,6 \cdot 10^{-4}) F = 12,1 \cdot 10^{-4} F,$$

$$u_G = 12,1 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 2703 = 6,5 \text{ mm im Vergleich zu 6,5 mm in Abbildung 73a.}$$



**Abbildung 73: Verformungen des Prüfkörpers B5.3-G nach dem Stab-Verbund-Modell**

Im Grenzzustand übermäßiger Verformungen  $\bar{u} = 1,5$  (s. Abbildung 78) ergeben sich die bezogenen Verbundgrößen

$$p_0; p_{90}; m = 0,38; 0,31; 0,92$$

und damit

$$\frac{F}{2} = P_{90} = p_{90} s_{pl} \ell_v = 0,31 \frac{1400}{66} 531 = 3491 \text{ N.}$$

Während sich dieser Grenzzustand auf eine lokale Verformung bezieht, beziehen sich die numerischen Ergebnisse des Stab-Verbund-Modells in Abbildung 74 und Abbildung 73b auf die globale Verformung an der Stelle der Lasteinleitung und sind lediglich für dieses Beispiel in einer ähnlichen Größenordnung.

Bei Anwendung von Rechenmodell 1V und der Betrachtung lokaler Verformungen ergibt sich das Verhältnis der Lasten im Grenzzustand übermäßiger Verformungen und im elastischen Grenzzustand zu  $3491/2681 = 1,3$ . Das Verhältnis dieser beiden Grenzzustände des Stab-Verbund-Modells in Abbildung 72 und Abbildung 74 beträgt  $3706/2681 = 1,38$ .

Es verfestigt sich somit der bei alleiniger Beanspruchung durch  $s_{90}$  gewonnene Eindruck (s. Abschnitt 6.1), dass der im Rahmen des semi-probabilistischen Sicherheitskonzeptes definierte Bemessungszustand in der Größenordnung des elastischen Grenzzustands der Tafel liegt, wenn die 1,5-fache Verschiebung im elastischen Grenzzustand als übermäßige Verschiebung der Tafel definiert wird.

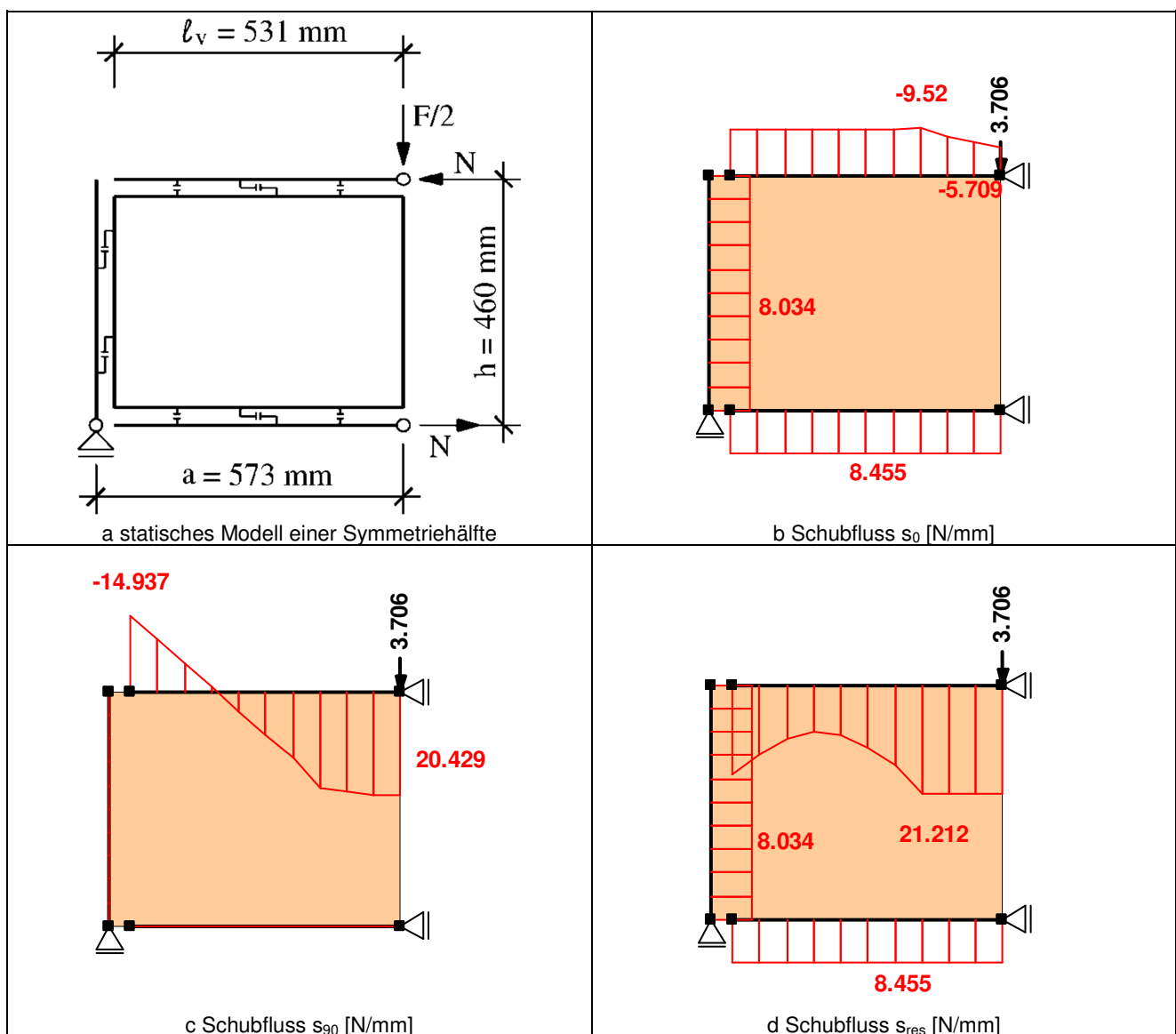


Abbildung 74: Verbundbeanspruchungen des Prüfkörpers B5.3-G nach dem Stab-Verbund-Modell im Grenzzustand übermäßiger Verformungen  $F = F_{u,1,5}$

Im ersten plastischen Zustand beträgt der Schnittpunkt entsprechend Abbildung 77

$$p_0; p_{90}; m = 0,42; 0,33; 1,00.$$

Im voll plastischen Zustand  $F = F_{u,\infty}$  ergibt sich der Schnittpunkt der räumlichen Geraden mit der Hüllfläche zu

$$p_0; p_{90}; m = 0,46; 0,37; 1,10 \text{ (s. Abbildung 76)}$$

und damit

$$\frac{F}{2} = P_{90} = p_{90} s_{pl} \ell_v = 0,37 \frac{1400}{66} 531 = 4167 \text{ N. (vgl. hierzu Abbildung 75.)}$$

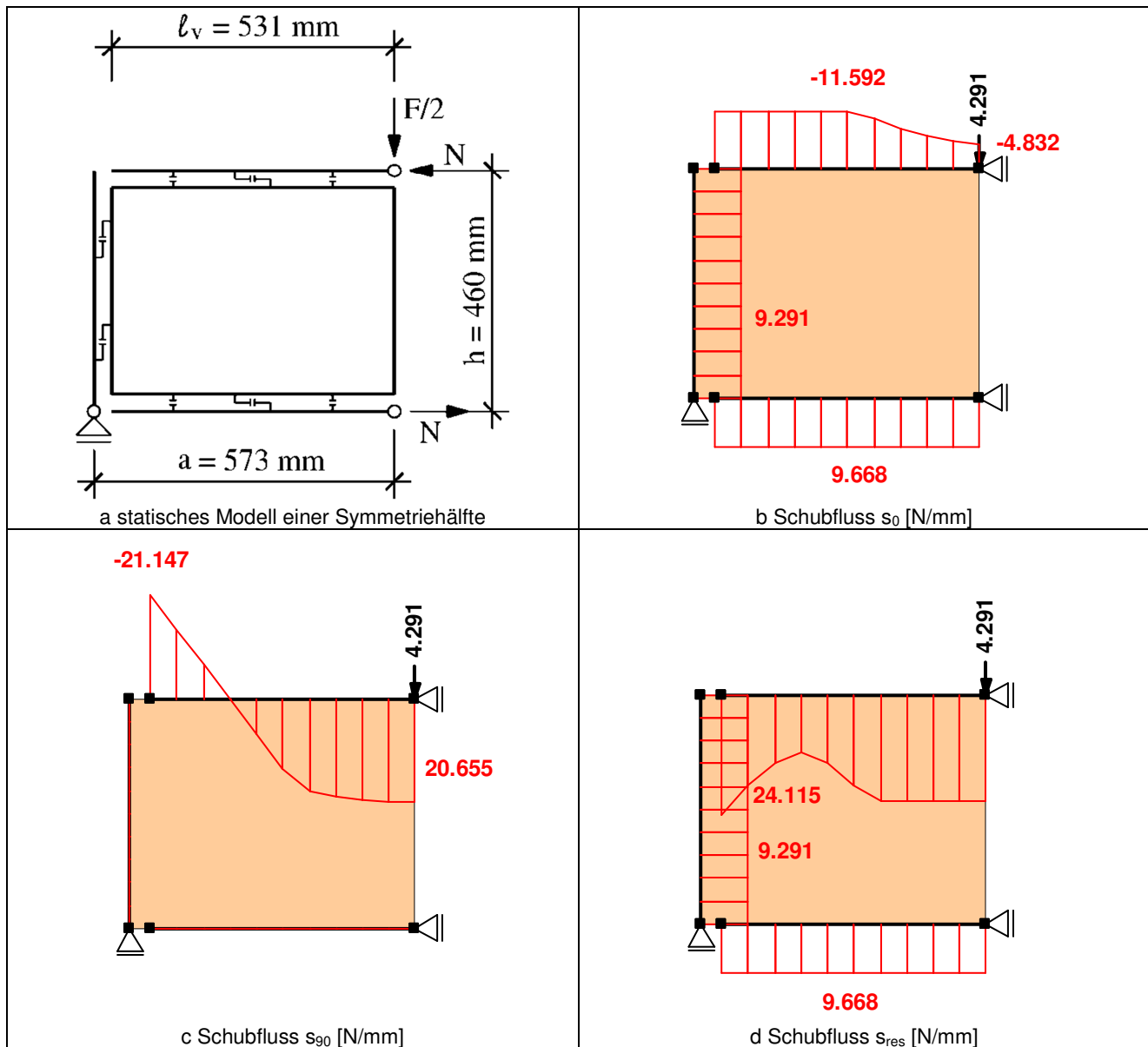


Abbildung 75: Verbundbeanspruchungen des Prüfkörpers B5.3-G nach dem Stab-Verbund-Modell im voll plastischen Grenzzustand  $F \cong F_{u,\infty}$  (s. auch Tabelle 8 in Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b))

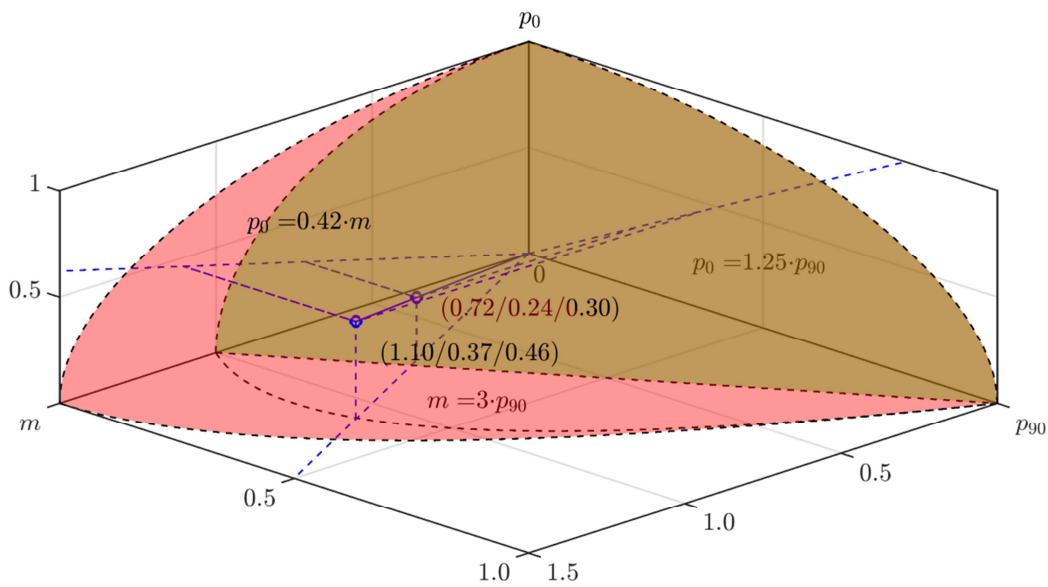


Abbildung 76: Interaktionsdiagramm  $p_0$ - $p_{90}$ - $m$  (elastischer und voll plastischer Grenzzustand) mit Gerade für Kleintafel B5-G

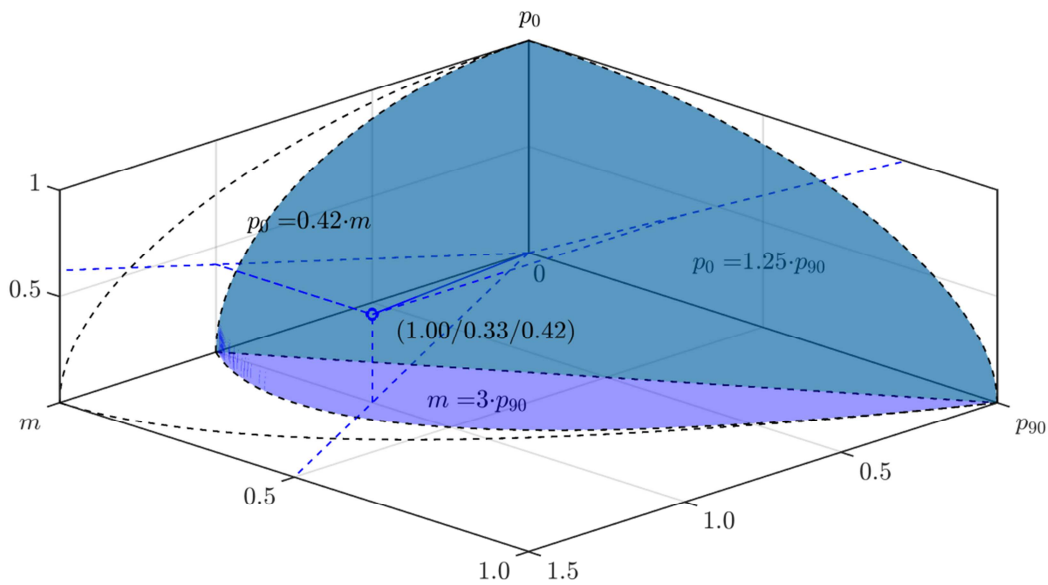


Abbildung 77: Interaktionsdiagramm  $p_0$ - $p_{90}$ - $m$  (elastischer und erster plastischer Grenzzustand) mit Gerade für Kleintafel B5-G

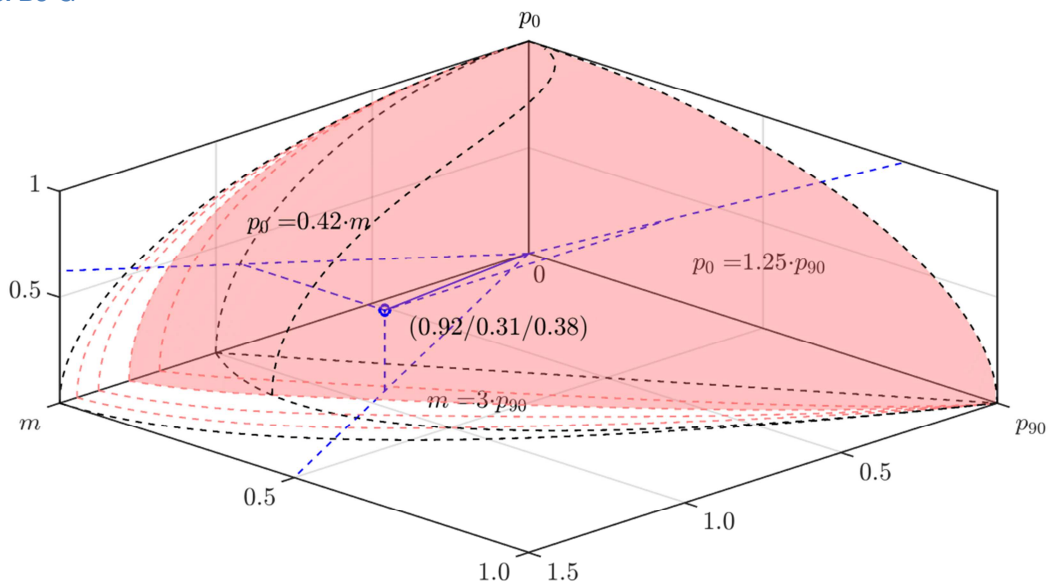


Abbildung 78: Interaktionsdiagramm  $p_0$ - $p_{90}$ - $m$  (Grenzzustand übermäßiger Verformungen  $\bar{u} = 1.5$ ) mit Gerade für Kleintafel B5-G

Ein Vergleich der Verschiebungen des Rechenmodells 1V mit den gemessenen Verschiebungen der Rippe gegenüber der Platte in Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b) ist in Abbildung 79 dargestellt. Erkennbar sind einige Besonderheiten:

- Die Prüfkörper mit den geringeren Rippenstärken weisen geringere Traglasten auf.
- Die Verschiebungen nach Rechenmodell 1V zeigen entsprechend Stoffmodell 1 eine deutlich geringere Anfangssteifigkeit.
- Die sich aus Rechenmodell 1V ergebenden plastischen Bereiche und berechenbaren Verschiebungen liegen im Bereich der Messwerte.

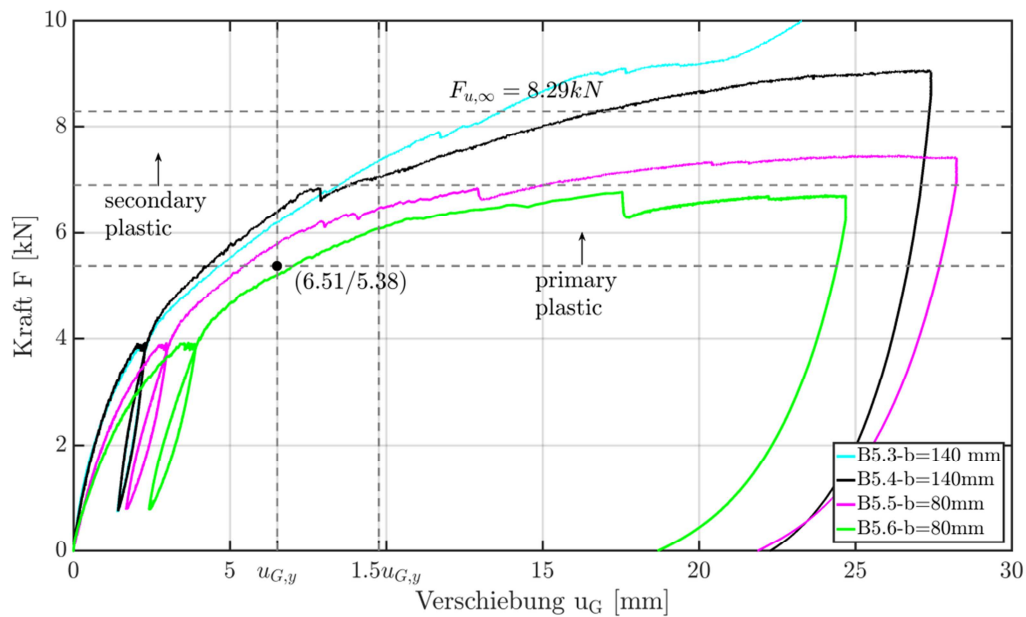


Abbildung 79: Kraft-Weg-Diagramme (Lastenleitungsstelle) der Prüfkörper und Ergebnis Rechenmodell 1V



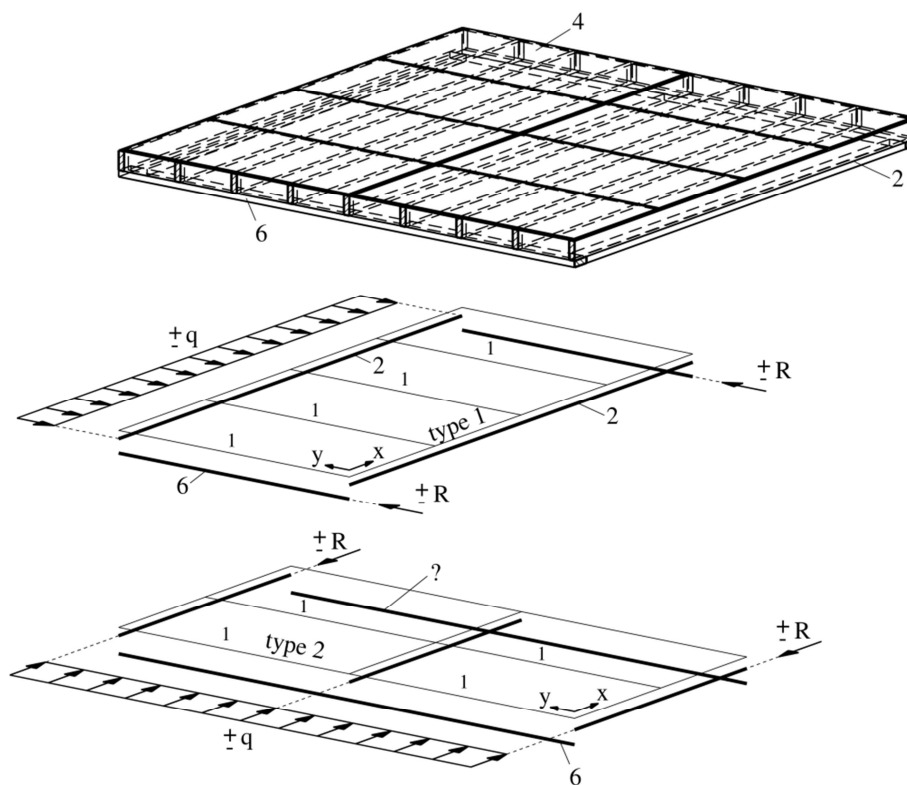
## 8 Erweitertes Schubfeldträgermodell – voll plastischer Grenzzustand

Nachdem die lokalen Verbundbeanspruchungen vollständig beschrieben und deren Übertragbarkeit auf Kleintafeln überprüft und bestätigt wurde, werden die bisher gewonnenen Erkenntnisse auf ganze Deckentafeln übertragen. In diesem Kapitel werden somit keine Tafeln behandelt, für die die Voraussetzungen für die Anwendung des Schubfeldträgermodells gegeben sind, sondern Deckentafeln mit freien Plattenrändern. Für diese Übertragung wird es als zweckmäßig angesehen das bestehende erweiterte Schubfeldträgermodell nach Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a) um den voll plastischen Grenzzustand zu erweitern.

Ziel dieser Übertragung ist die Entwicklung einfacher Bestimmungsgleichungen zur Ermittlung der Beanspruchungen von ganzen Deckentafeln und somit das Vermeiden von aufwändigen nichtlinearen FEM-Analysen.

### 8.1 Tafeltypen

Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a) zeigen anschaulich, dass in Abhängigkeit der Lastrichtung andere Tafelabschnitte tragend wirken (vgl. Abbildung 80). Neben der Verdeutlichung der unterschiedlich tragend wirkenden Tafelabschnitte erläutern sie im Weiteren die unterschiedlichen Beanspruchungen in Abhängigkeit der Lastrichtung und kategorisieren die Tafeln in Tafeltypen.



**Abbildung 80:** Schematische Darstellung einer ganzen Deckentafel oben in der Abbildung mit Beplankung (1) und Rippen (2) und Projektion der Tafelabschnitte nach unten, die für Kräfte in y- bzw. x-Richtung tragend wirken können (aus Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a))

Dabei gehen sie vereinfacht bei Tafeltyp 1 davon aus, dass die Platten die Last in die Tafel einleiten und erhalten so eine gleichmäßige Beanspruchung über die Tafelhöhe. Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017d) erweiterten dies um die ein- und die beidseitige Lasteinleitung bei

Tafeltyp 1.1. Dort wird jedoch nicht auf Typ 1.2 eingegangen bei dem in der Praxis auch alle drei Lasteinleitungsvarianten vorhanden sein können. Ein erweiterter Gesamtüberblick der Tafeltypen für Deckentafeln ist in Tabelle 11 gegeben.

**Tabelle 11: Übersicht Tafeltypen und Konstruktionsvarianten nach Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a), ergänzt durch Tafeltypen nach Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017c) (kursiv dargestellt) und erweitert um Tafeltyp 1.2 (fett dargestellt)**

Deckentafeln								
Tafeltyp 1						Tafeltyp 2		
Platten als Verteiler		Obergurt als Verteiler		Ober- und Untergurt als Verteiler		Rippen als Verteiler		
Konstruktionsvarianten		Konstruktionsvarianten				Konstruktionsvarianten		
1.1	1.2	1.1b	1.2b	1.1c	1.2c	2.1	2.2*	2.3*
mit Auflager- rippe / Schub- hölzer	ohne Auflager- rippe / Schub- hölzer	mit Auflager- rippe / Schub- hölzern	ohne Auflager- rippe / Schub- hölzer	mit Auflager- rippe / Schub- hölzern	ohne Auflager- rippe / Schub- hölzer	zwei Gurte	ein Gurt	ohne Gurte

\*nicht Bestandteil dieser Arbeit.

Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a) unterscheiden bei Tafeltyp 1 lediglich zwischen dem Vorhandensein und dem Fehlen von Schubhölzern zwischen den quer zur Lastrichtung angeordneten Rippen (Deckenbalken). Ergänzend dazu muss angemerkt werden, dass anstelle von einzelnen Schubhölzern zwischen den Rippen und Verbindung dieser mit der Kopfrippe der darunter stehenden Wandtafel ebenso eine über den gesamten Tafelrand durchgehende Randrippe angeordnet werden kann.

Eine Unterscheidung zwischen dem Vorhandensein einer durchgehenden Randrippe und der Anordnung von Schubhölzern ist nicht erforderlich, da der Anteil der über die direkte Verbindung der Deckenbalken mit den Schubhölzern übertragen wird gegenüber der Übertragung über die Verbindung der Platte mit den Schubhölzern bei üblichen Steifigkeiten vernachlässigbar gering ist.

Bei geringer Steifigkeit der Verbindung der Platte mit den Schubhölzern ist der Einfluss der Schubhölzer vernachlässigbar und die Rippen können als punktuell gelagert angesehen werden.

## 8.2 Einführung

Zur Einführung und Erläuterung des Vorgehens werden die Bestimmungsgleichungen zunächst für einfache und übersichtliche Tafeln ermittelt.

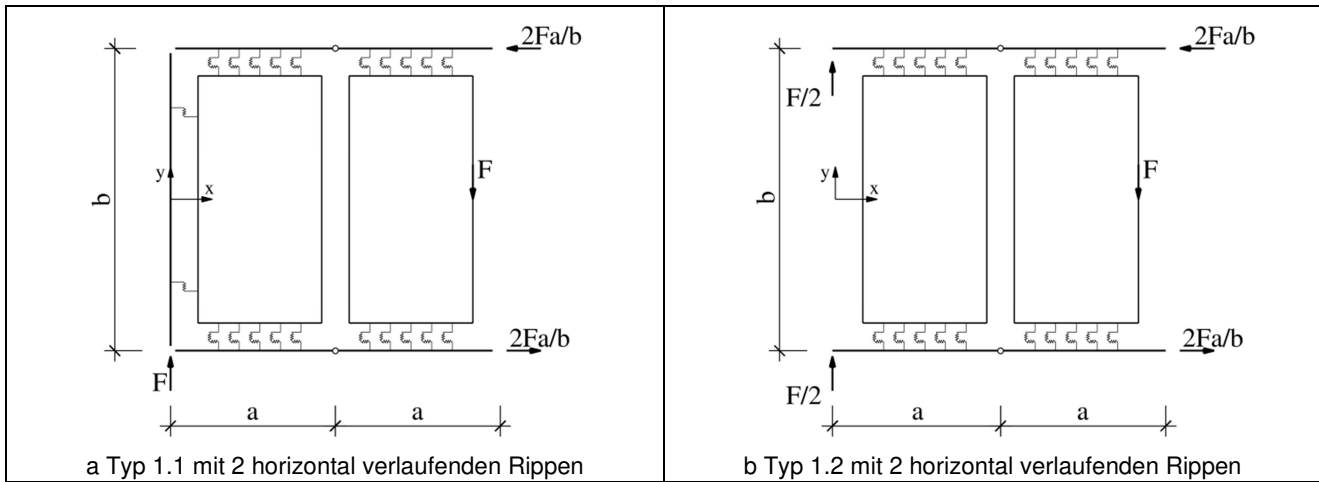
Dafür werden die Tafeln nach Tabelle 1 in Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a) in leicht modifizierter Form herangezogen. Die Änderung beschränkt sich dabei lediglich auf die Lasteinleitung in die Platte statt in die Rippen, so dass die horizontal verlaufenden Rippen weiterhin die gleichen Beanspruchungen erhalten (s. Abbildung 81). Durch diese Änderung wird die in y-Richtung verlaufende Lasteinleitungsrippe in Abbildung a der genannten Tabelle hinfällig.

Die Bestimmungsgleichungen beschränken sich auf die Abschätzung der Beanspruchungen des Verbundes im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand.

Aufgrund der gewählten Lasteinleitung bei der Tafel in Abbildung 81a verhält sich diese im Hinblick auf die Verbundbeanspruchungen der Rippen in x-Richtung symmetrisch und diese erhalten identische Verbundbeanspruchungen. Die Beanspruchungen am Rand der Rippen in x-Richtung

für die Tafel aus Abbildung 81a ergeben sich entsprechend Abbildung 29 und Abbildung 31 allgemein zu:

$$Q_1 = Q_3 = 0, Q_2 = \frac{F}{2} \text{ und } \Delta N = N_3 - N_2 = N_2 - N_1 = F \cdot \frac{2a}{b} \cdot \frac{a}{2a} = F \cdot \frac{a}{b}$$



**Abbildung 81: Erweiterte Schubfeldträgermodelle für Tafeltyp 1.1 und Tafeltyp 1.2 nach Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a)**

Damit ergeben sich die bezogenen Verbundgrößen  $p_{90}$ ,  $p_0$  und  $m$  für diese Tafel allgemein zu:

$$p_{90} = \frac{Q_2}{s_{pl} \cdot a} = \frac{F}{2 \cdot s_{pl} \cdot a}$$

$$p_0 = \frac{\Delta N}{s_{pl} \cdot a} = \frac{F}{s_{pl} \cdot b}$$

$$m = \frac{Q_2 \cdot \frac{a}{2}}{s_{pl} \cdot \frac{a^2}{6}} = \frac{3 \cdot F}{2 \cdot s_{pl} \cdot a}$$

Mit den bezogenen Verbundgrößen lässt sich die elastische Grenzlast mit der Interaktion nach Gleichung (34) sowohl für den allgemeinen Fall als auch beispielhaft mit den Längen  $2a = b = 2500 \text{ mm}$  und  $s_{pl} = 10 \text{ N/mm}$  bestimmen:

$$(m_1 + p_{90,1})^2 + p_{0,1}^2 = 1$$

$$\left( \frac{3 \cdot F}{2 \cdot s_{pl} \cdot a} + \frac{F}{2 \cdot s_{pl} \cdot a} \right)^2 + \left( \frac{F}{s_{pl} \cdot b} \right)^2 = 1$$

$$F_{el} = s_{pl} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2}} = 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2}{1250}\right)^2 + \left(\frac{1}{2500}\right)^2}} = 6,06 \text{ kN}$$

Die voll plastische Grenzlast bestimmt sich mit Gleichung (36) zu:

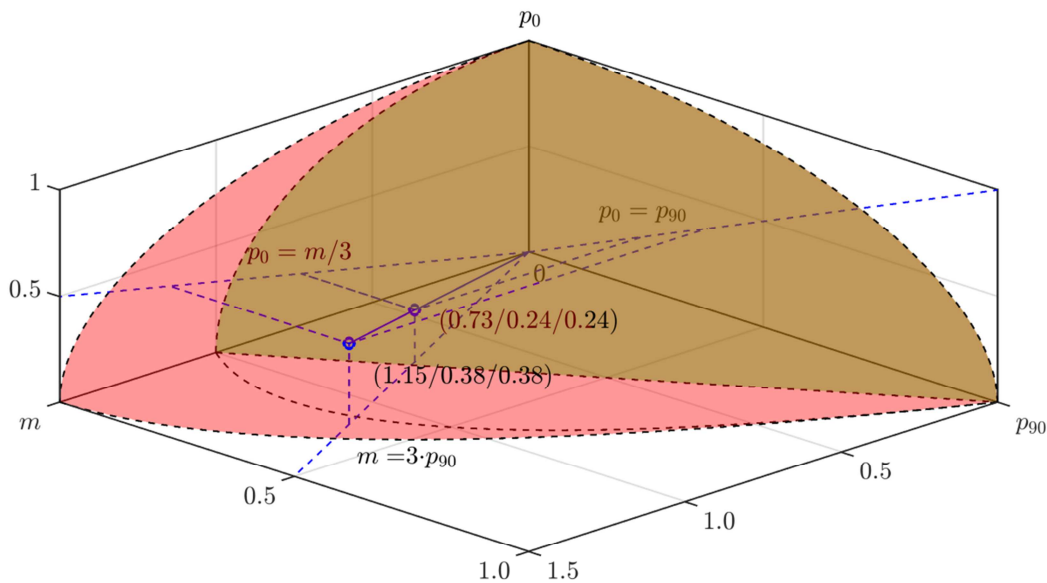
$$\left( \frac{m_3}{3} + \sqrt{\left(\frac{m_3}{3}\right)^2 + p_{90,3}^2} \right)^2 + p_{0,3}^2 = 1$$

$$\left( \frac{\frac{3 \cdot F}{2 \cdot s_{pl} \cdot a}}{3} + \sqrt{\left( \frac{\frac{3 \cdot F}{2 \cdot s_{pl} \cdot a}}{3} \right)^2 + \left( \frac{F}{2 \cdot s_{pl} \cdot a} \right)^2} \right)^2 + \left( \frac{F}{s_{pl} \cdot b} \right)^2 = 1$$

$$F_{pl} = s_{pl} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{1}{a} \cdot \left( \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \right)^2 + \left( \frac{1}{b} \right)^2}} = 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{1}{1250} \cdot \left( \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \right)^2 + \left( \frac{1}{2500} \right)^2}} = 9,57 \text{ kN}$$

Zur Anwendung der räumlichen Hüllfläche ergeben sich die folgenden Beziehungen der bezogenen Verbundgrößen mit denen die Ergebnisse alternativ bestimmt werden können. Die Schnittpunkte dieser räumlichen Geraden mit den Hüllflächen im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand sind in Abbildung 82 eingetragen.

$$m = 3 \cdot p_{90} ; p_0 = \frac{m}{3} ; p_0 = p_{90}$$



**Abbildung 82: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen des elastischen und voll plastischen Grenzzustandes für die Tafel entsprechend Abbildung 81a mit  $2a = b = 2500 \text{ mm}$  und  $s_{pl} = 10 \text{ N/mm}$ .**

Die Berechnung der Beanspruchungen wurde vergleichend mit dem Stab-Verbund-Modell unter der Annahme der Rippe als starr durchgeführt und die Ergebnisse können Abbildung 83 entnommen werden. Die Ergebnisse der Handrechnung und des Stab-Verbund-Modells weisen eine gute Übereinstimmung auf. Für den elastischen Grenzzustand ergibt sich der Schnittpunkt der räumlichen Geraden mit der Hüllfläche zu

$$p_0; p_{90}; m = 0,24; 0,24; 0,73$$

und damit die elastische Grenzlast

$$F_{el} = 2 \cdot p_{90} s_{pl} a = 2 \cdot 0,24 \cdot 10 \cdot 1250 = 6000 \text{ N}^{15} \approx F = 6021 \text{ N nach Hall}$$

<sup>15</sup> Ein Unterschied in den Ergebnissen der beiden Handrechnungsvarianten ergibt sich für dieses und die weiteren Beispiele lediglich aufgrund der auf zwei Nachkommastellen gerundeten Ergebnisse der Schnittpunkte der räumlichen Geraden mit der Hüllfläche.

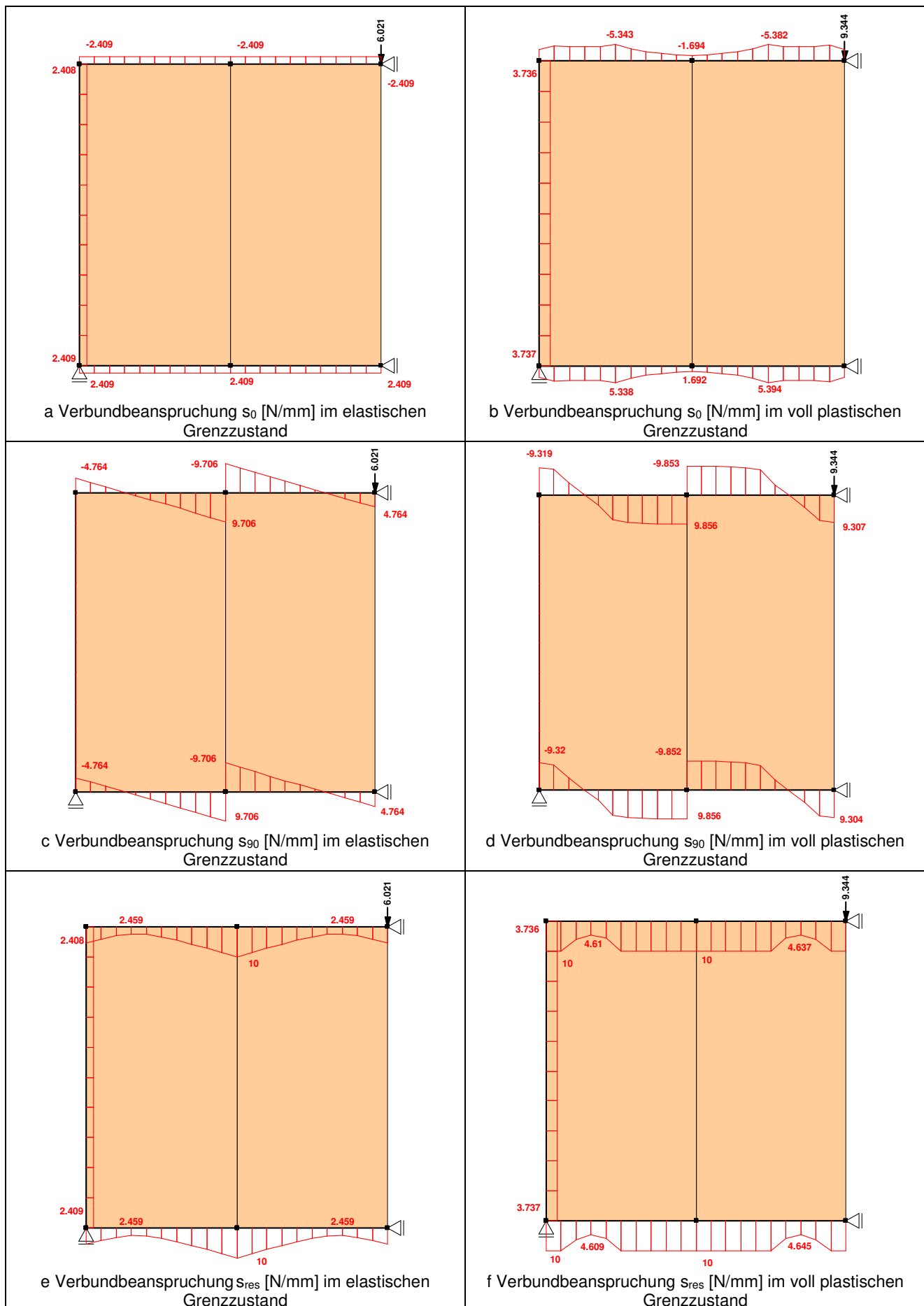


Abbildung 83: Verbundbeanspruchungen im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand nach Hall (2012) für die Tafel aus Abbildung 81a

Im voll plastischen Grenzzustand ergibt sich der Schnittpunkt zu

$$p_0; p_{90}; m = 0,38; 0,38; 1,15$$

und damit die voll plastische Grenzlast

$$F_{pl} = 2 \cdot p_{90} s_{pl} a = 2 \cdot 0,38 \cdot 10 \cdot 1250 = 9500 \text{ N} \approx F = 9344 \text{ N nach Hall}$$

Bei Tafeltyp 1.2 in Abbildung 81b kann dieses Vorgehen ebenso angewendet werden. Im Gegensatz zu Tafeltyp 1.1 ergibt sich für diesen Fall keine symmetrische Verbundbeanspruchung, sondern die Rippenabschnitte im Auflagerbereich sind maßgebend. Dies entspricht den Schnittgrößen wie in Abbildung 30, also einer Querkraft gleicher Größe an beiden Rippenabschnittsenden ( $Q_j = Q_{j+1}$ ). Die Beanspruchungen am Rand der Rippen im Auflagerbereich für die Tafel aus Abbildung 81d ergeben sich allgemein zu:

$$Q_1 = Q_2 = \frac{F}{2} \text{ und } \Delta N = N_2 - N_1 = F \cdot \frac{2a}{b} \cdot \frac{a}{2a} - 0 = F \cdot \frac{a}{b}$$

Damit ergeben sich die bezogenen Verbundgrößen  $p_{90}$ ,  $p_0$  und  $m$  für diese Tafel allgemein zu:

$$p_{90} = \frac{Q_1 - Q_2}{s_{pl} \cdot a} = 0$$

$$p_0 = \frac{\Delta N}{s_{pl} \cdot a} = \frac{F}{s_{pl} \cdot b}$$

$$m = \frac{Q_1 \cdot \frac{a}{2} + Q_2 \cdot \frac{a}{2}}{s_{pl} \cdot \frac{a^2}{6}} = \frac{3 \cdot F}{s_{pl} \cdot a}$$

Mit den bezogenen Verbundgrößen lässt sich wieder die elastische Grenzlast mit der Interaktion nach Gleichung (34) sowohl für den allgemeinen Fall als auch beispielhaft mit den Längen  $2a = b = 2500 \text{ mm}$  und  $s_{pl} = 10 \text{ N/mm}$  bestimmen:

$$(m_1 + p_{90,1})^2 + p_{0,1}^2 = 1$$

$$\left( \frac{3 \cdot F}{s_{pl} \cdot a} + 0 \right)^2 + \left( \frac{F}{s_{pl} \cdot b} \right)^2 = 1$$

$$F_{el} = s_{pl} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{3}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2}} = 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{3}{1250}\right)^2 + \left(\frac{1}{2500}\right)^2}} = 4,11 \text{ kN}$$

Die voll plastische Grenzlast bestimmt sich entsprechend Gleichung (36) zu:

$$\left( \frac{m_3}{3} + \sqrt{\left(\frac{m_3}{3}\right)^2 + p_{90,3}^2} \right)^2 + p_{0,3}^2 = 1$$

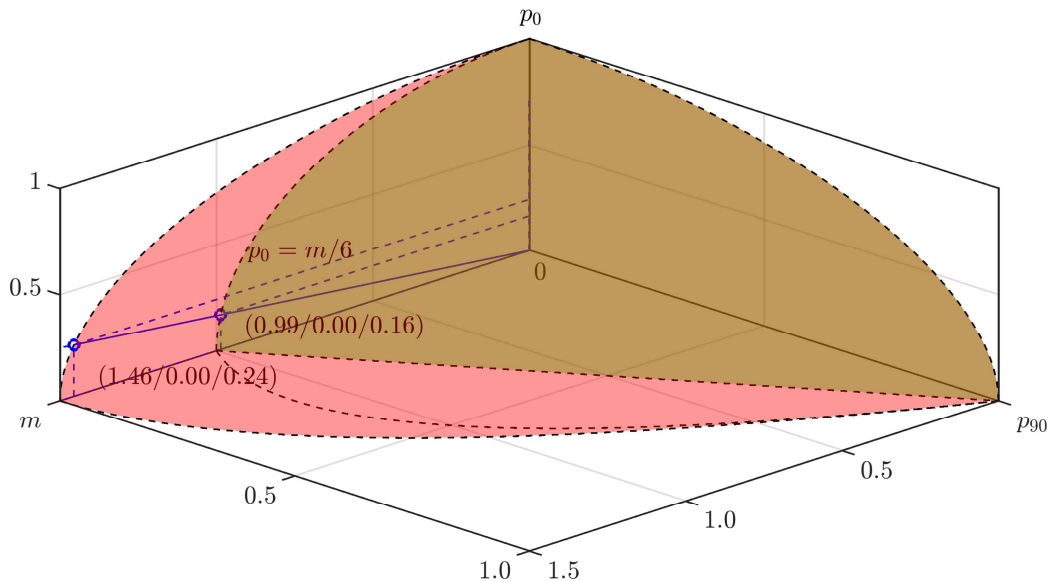
$$\left( \frac{\frac{3 \cdot F}{s_{pl} \cdot a}}{3} + \sqrt{\left(\frac{\frac{3 \cdot F}{s_{pl} \cdot a}}{3}\right)^2 + (0)^2} \right)^2 + \left( \frac{F}{s_{pl} \cdot b} \right)^2 = 1$$

$$F_{pl} = s_{pl} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2}} = 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2}{1250}\right)^2 + \left(\frac{1}{2500}\right)^2}} = 6,06 \text{ kN}$$

Zur Anwendung der räumlichen Hüllfläche ergeben sich die folgenden Beziehungen der bezogenen Verbundgrößen mit denen die Ergebnisse alternativ bestimmt werden können.

$$m = 6 \cdot p_0$$

Die Schnittpunkte dieser Geraden mit den Hüllflächen im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand sind in Abbildung 84 eingetragen.



**Abbildung 84: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen des elastischen und voll plastischen Grenzzustandes für die Tafel entsprechend Abbildung 81b mit  $2a = b = 2500 \text{ mm}$  und  $s_{pl} = 10 \text{ N/mm}$ .**

Die Ergebnisse nach Hall weisen wiederum eine gute Übereinstimmung auf (s. Abbildung 85). Im elastischen Grenzzustand ergibt sich der Schnittpunkt

$$p_0; p_{90}; m = 0,164; 0; 0,986$$

und damit die elastische Grenzlast

$$F_{el} = p_0 s_{pl} b = 0,164 \cdot 10 \cdot 2500 = 4100 \text{ N} \approx F = 4105 \text{ N nach Hall.}$$

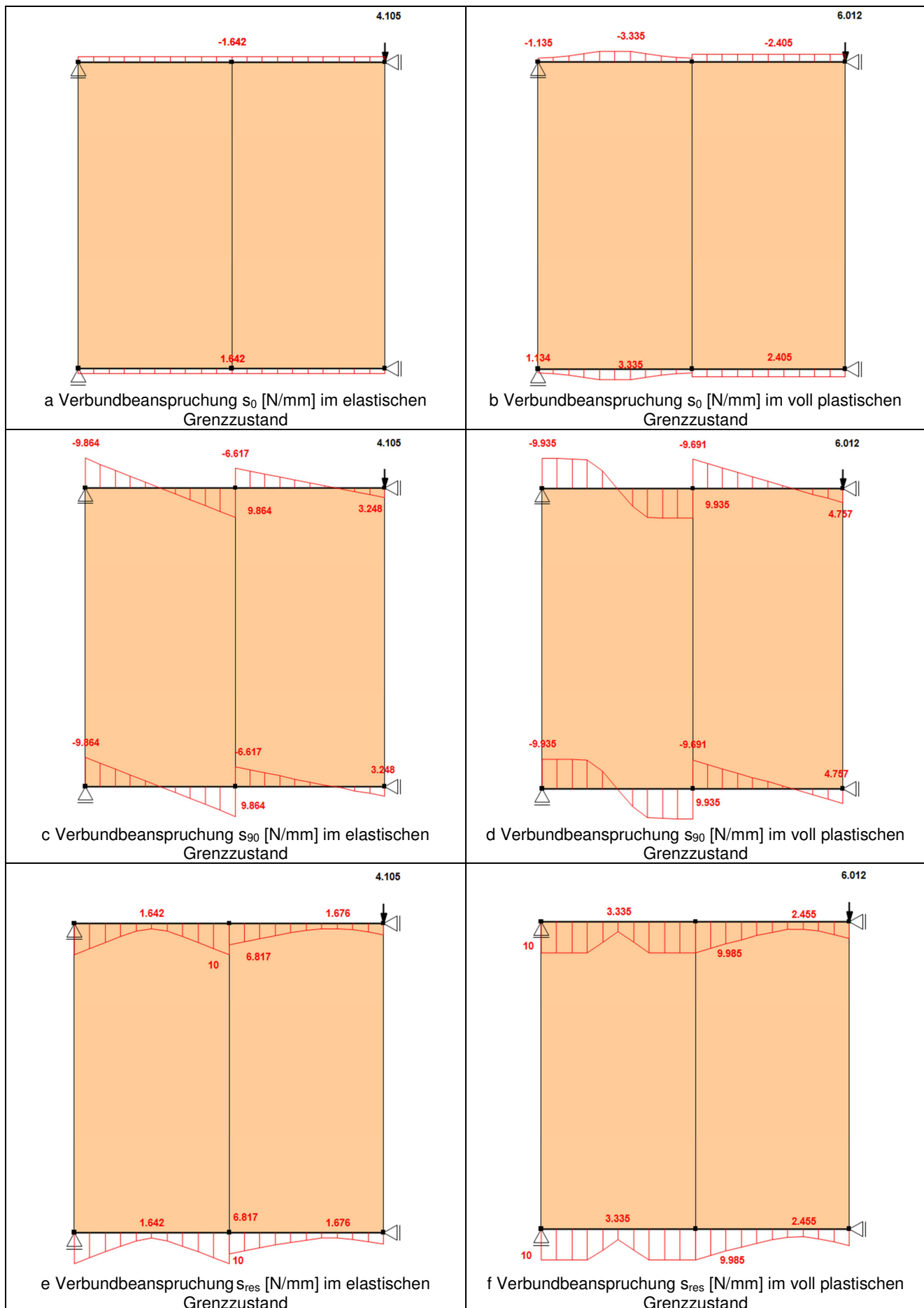
Im voll plastischen Grenzzustand liegt der Schnittpunkt bei

$$p_0; p_{90}; m = 0,242; 0; 1,455$$

und damit die voll plastische Grenzlast

$$F_{pl} = p_0 s_{pl} b = 0,242 \cdot 10 \cdot 2500 = 6050 \text{ N} \approx F = 6012 \text{ N nach Hall.}$$

Nachdem die Anwendbar- und die Übertragbarkeit der Interaktionsgleichungen aus den Kapiteln 3 und 6 auf Kleintafeln, wie zum Beispiel den Prüfkörper B5-G (s. Kapitel 7), und auf einfache Deckentafeln Typ 1.1 und Typ 1.2 mit Hilfe des erweiterten Schubfeldträgermodells gezeigt werden konnte, wird dieses Vorgehen im Folgenden auf alle Deckentafeltypen nach Tabelle 11 angewendet.



**Abbildung 85: Verbundbeanspruchungen im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand nach Hall (2012) für die Tafel aus Abbildung 81b**







Zur Berechnung der voll plastischen Grenzlasten sind im ersten Schritt die Schnittgrößen an den einzelnen Plattenübergängen zu bestimmen. Diese Schnittgrößen sind unabhängig von der Art der Lasteinleitung und somit für die drei Tafeltypen gleich.

Für Platte 1 ergeben sich mit  $\ell_v = \ell_p$ ,  $F = q \cdot \ell_v$  und  $A = q \cdot n_{tp} \cdot \ell_v / 2$  die Schnittgrößen am Obergurt durch Freischneiden entsprechend Abbildung 88. Der Parameter  $n_{tp}$  steht dabei für die Plattenanzahl in Richtung der Tafellänge  $\ell$  und der Parameter  $n_r$  ist die Anzahl der Verbindungsmittelreihen in Lastrichtung. Aufgrund keiner statisch wirksamen Verbindung der horizontal verlaufenden Rippen (Deckenbalken) mit der Auflagerrippe sind die auflagnernahen Rippenknoten als freie Enden anzusehen und somit ergeben sich die Schnittgrößen  $Q_1$  und  $N_1$  zu Null (vgl. auch Abbildung 29).

$$Q_1 = 0 \quad (71)$$

$$Q_2 = \frac{A - q \cdot \ell_v}{n_r} = q \cdot \frac{\ell_v}{2} \cdot \frac{n_{tp} - 2}{n_r} \quad (72)$$

$$N_1 = 0 \quad (73)$$

$$N_2 = \frac{A \cdot \ell_v - q \cdot \ell_v \cdot \frac{\ell_v}{2}}{h} = q \cdot \frac{\ell_v^2 \cdot (n_{tp} - 1)}{2h} \quad (74)$$

Für Platte 2 ergeben sich die Schnittgrößen am Obergurt durch Freischneiden (vgl. Abbildung 31):

$$Q_2 = q \cdot \frac{\ell_v}{2} \cdot \frac{n_{tp} - 2}{n_r} \quad (75)$$

$$Q_3 = q \cdot \frac{\ell_v}{2} \cdot \frac{n_{tp} - 4}{n_r} \quad (76)$$

$$N_2 = q \cdot \frac{\ell_v^2 \cdot (n_{tp} - 2)}{2h} \quad (77)$$

$$N_3 = q \cdot \frac{\ell_v^2 \cdot (n_{tp} - 2)}{h} \quad (78)$$

Mit diesen Schnittgrößen lassen sich die Verbundgrößen des maßgebenden Verbundabschnitts für den allgemeinen Fall bei Lasteinleitung in die Platte für Platte 1 bestimmen:

$$P_{90} = Q_2 - Q_1 = q \cdot \frac{\ell_v}{2} \cdot \frac{n_{tp} - 2}{n_r} \quad (79)$$

$$M = (Q_1 + Q_2) \cdot \frac{\ell_v}{2} = q \cdot \frac{\ell_v^2}{4} \cdot \frac{n_{tp} - 2}{n_r} \quad (80)$$

$$P_0 = N_2 - N_1 = q \cdot \frac{\ell_v^2}{2h} \cdot (n_{tp} - 1) \quad (81)$$

Die bezogenen Verbundgrößen für den maßgebenden Verbundabschnitt von Platte 1 zur Anwendung der Interaktionsgleichungen ergeben sich allgemein bei Lasteinleitung in die Platte zu:

$$p_{90} = \frac{P_{90}}{s_{pl} \cdot \ell_v} = \frac{q}{s_{pl}} \cdot \frac{n_{tp} - 2}{2n_r} \quad (82)$$

$$p_0 = \frac{P_0}{s_{pl} \cdot \ell_v} = \frac{q}{s_{pl}} \cdot \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{tp} - 1) \quad (83)$$

$$m = \frac{M}{s_{pl} \cdot \frac{\ell_v^2}{6}} = \frac{3q}{s_{pl}} \cdot \frac{n_{tp} - 2}{2n_r} \quad (84)$$

Für Platte 2 ergeben sich die Verbundgrößen bei Lasteinleitung in die Platte, wie nachfolgend dargestellt. Da in diesem Fall der auflagnähere Rand (Index 2 in Abbildung 88) maßgebend für die Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  ist, muss  $P_{90}$  mit gedrehten Vorzeichen gegenüber Gleichung (79) bestimmt werden. Dies hat bei Bestimmung der elastischen Grenzlast mit Hilfe von Gleichung (34) einen Einfluss, wohingegen der Einfluss aufgrund der quadratischen Berücksichtigung dieses Anteils bei der Bestimmung der voll plastischen Grenzlast nach Gleichung (36) vernachlässigbar ist.

$$P_{90} = Q_2 - Q_3 = q \cdot \ell_v \cdot \frac{1}{n_r} \quad (85)$$

$$M = (Q_2 + Q_3) \cdot \frac{\ell_v}{2} = q \cdot \frac{\ell_v^2}{2} \cdot \frac{n_{\ell p} - 3}{n_r} \quad (86)$$

$$P_0 = N_3 - N_2 = q \cdot \frac{\ell_v^2}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 3) \quad (87)$$

Die maßgebenden bezogenen Verbundgrößen bei Lasteinleitung in die Platte für Platte 2 ergeben sich zu:

$$p_{90} = \frac{P_{90}}{s_{pl} \cdot \ell_v} = \frac{q}{s_{pl}} \cdot \frac{1}{n_r} \quad (88)$$

$$p_0 = \frac{P_0}{s_{pl} \cdot \ell_v} = \frac{q}{s_{pl}} \cdot \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 3) \quad (89)$$

$$m = \frac{M}{s_{pl} \cdot \frac{\ell_v^2}{6}} = \frac{3q}{s_{pl}} \cdot \frac{n_{\ell p} - 3}{n_r} \quad (90)$$

Bei Anwendung der Interaktionsgleichung für den elastischen Grenzzustand (Gl. (34)) ergibt sich für Platte 1 die elastische Grenzlast nach Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017d). Für Platte 2 hingegen ergibt sich eine andere Gleichung, da in genannter Arbeit davon ausgegangen wird, dass immer der rechte (auflagerfernere) Rand eines Verbundabschnitts maßgebend wird. Da jedoch bei Platte 2 die Querkraft links ( $Q_2$  in Abbildung 88) größer ist, ergibt sich an diesem Rand des Verbunds die maßgebende Beanspruchung. Dies führt zu geringfügig kleineren elastischen Grenzlasten als die der Autoren, sofern die Platte 2 maßgebend ist.

Bei Anwendung der Interaktionsgleichung für den voll plastischen Grenzzustand (Gl. (36)) ergibt sich die voll plastische Grenzlast  $q_{pl,d}$  für Platte 1 bei Tafeltyp 1.1:

$$\left( \frac{m_3}{3} + \sqrt{\left( \frac{m_3}{3} \right)^2 + p_{90,3}^2} \right)^2 + p_{0,3}^2 = 1$$

$$\left( \frac{q_{pl,d}}{s_{pl}} \cdot \frac{n_{\ell p} - 2}{2n_r} + \sqrt{\left( \frac{q_{pl,d}}{s_{pl}} \cdot \frac{n_{\ell p} - 2}{2n_r} \right)^2 + \left( \frac{q_{pl,d}}{s_{pl}} \cdot \frac{n_{\ell p} - 2}{2n_r} \right)^2} \right)^2 + \left( \frac{q_{pl,d}}{s_{pl}} \cdot \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1) \right)^2 = 1$$

$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left( \frac{n_{\ell p} - 2}{2n_r} + \sqrt{2 \cdot \left( \frac{n_{\ell p} - 2}{2n_r} \right)^2} \right)^2 + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1) \right)^2}}$$

Da Platte 2 jedoch auch maßgebend werden kann, ergibt sich die voll plastische Grenzlast für Tafeltyp 1.1 zu:

$$q_{pl,d} = s_{pl} \cdot \min \left\{ \left( \sqrt{\left( \frac{n_{\ell p} - 2}{2n_r} + \sqrt{2 \cdot \left( \frac{n_{\ell p} - 2}{2n_r} \right)^2} \right)^2 + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1) \right)^2} \right)^{-1}, \left( \sqrt{\left( \frac{n_{\ell p} - 3}{n_r} + \sqrt{\left( \frac{n_{\ell p} - 3}{n_r} \right)^2 + \left( \frac{1}{n_r} \right)^2} \right)^2 + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 3) \right)^2} \right)^{-1} \right\} \quad (91)$$

Bei einer Lasteinleitung in den Obergurt muss der Anteil aus der Streckenlast  $q$  berücksichtigt werden. Dieser Anteil hat jedoch lediglich einen Einfluss auf die Verbundgröße  $P_{90}$ , da er zentrisch angreift und somit kein zusätzliches Moment bewirkt. Auch auf die Größe von  $P_0$  hat dieser Anteil keinen Einfluss, da sich an den Gleichgewichtsbedingungen dieser freigeschnitten Platte keine Änderungen ergeben. Die Verbundgröße  $P_{90}$  ergibt sich für Platte 1 zu:

$$P_{90} = Q_2 + q \cdot \ell_v - Q_1 = q \cdot \ell_v \cdot \left( \frac{n_{\ell p} - 2}{2n_r} + 1 \right) \quad (92)$$

Durch den Anteil der Lasteinleitung wird bei Platte 2 wiederum der auflagerfernere Rand (Index 3 in Abbildung 88) maßgebend, so dass sich für Platte 2  $P_{90}$  nach nachfolgender Gleichung ergibt:

$$P_{90} = Q_3 + q \cdot \ell_v - Q_2 = q \cdot \ell_v \cdot \left( 1 - \frac{1}{n_r} \right) \quad (93)$$

Auch eine Lasteinleitung in Ober- und Untergurt bewirkt lediglich eine Änderung der Verbundgröße  $P_{90}$ , die sich für Platte 1 folgendermaßen ergibt:

$$P_{90} = Q_2 + \frac{q}{2} \cdot \ell_v - Q_1 = q \cdot \ell_v \cdot \left( \frac{n_{\ell p} - 2}{2n_r} + \frac{1}{2} \right) \quad (94)$$

Für Platte 2 folgt:

$$P_{90} = Q_3 + \frac{q}{2} \cdot \ell_v - Q_2 = q \cdot \ell_v \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{n_r} \right) \quad (95)$$

Erkennbar ist anhand der Gleichungen (92) bis (95), dass je nach Art der Lasteinleitung ein zusätzlicher Wert von 1 bzw. von 1/2 gegenüber den Gleichungen (79) und (85) vorhanden ist, wenn man bei Gleichung (85)  $P_{90}$  negativ bestimmt. Dadurch lässt sich die voll plastische Grenzlast für die Tafeltypen 1.1, 1.1b und 1.1c in Abhängigkeit des Wertes für  $k_q$  (vgl. Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017d)) allgemein angeben. Die dritte Gleichung kann jedoch erst ab fünf Platten maßgebend werden, da bei vier oder weniger Platten keine Querkraft am tafelinernen Rand der Platte vorhanden ist. Zudem kann bei einer größeren Anzahl der Rippen  $n_r$  die Auflagerrippe maßgebend werden.

$$q_{pl,d} = s_{pl} \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{2 \cdot \frac{h}{n_{\ell p} \cdot \ell_v}}{\sqrt{\left( \frac{n_{\ell p} - 2}{2n_r} + \sqrt{\left( \frac{n_{\ell p} - 2}{2n_r} \right)^2 + \left( \frac{n_{\ell p} - 2}{2n_r} + k_q \right)^2} + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1) \right)^2} \right)^{-1}} \\ \left( \frac{2 \cdot \frac{h}{n_{\ell p} \cdot \ell_v}}{\sqrt{\left( \frac{n_{\ell p} - 3}{n_r} + \sqrt{\left( \frac{n_{\ell p} - 3}{n_r} \right)^2 + \left( k_q - \frac{1}{n_r} \right)^2} + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 3) \right)^2} \right)^{-1}} \end{array} \right. \quad (96)$$

In diesen Gleichungen gilt:

$q_{pl,d}$	=	Voll plastische Grenzlast (Bemessungswert der Beanspruchbarkeit)
$s_{pl}$	=	Bemessungswert der Verbundbeanspruchbarkeit ( $R_d/a_1$ )
$\ell_v$	=	Verbundlänge
$h$	=	Tafelhöhe
$n_{tp}$	=	Anzahl der Platten in Richtung der Tafellänge $\ell$
$n_r$	=	Anzahl der Verbindungsmittelreihen der Tafel in Lastrichtung
$k_q$	=	Beiwert zur Berücksichtigung der Lasteinleitung
	1	bei Deckentafeln mit einseitiger Lasteinleitung
	0,5	bei Deckentafeln mit beidseitiger Lasteinleitung
	0	bei Deckentafeln mit Lasteinleitung in die Platten oder Blockhölzern zur Lasteinleitung

### 8.3.2 Grenzlasten von Tafeltyp 1.1, 1.1b und 1.1c – Zahlenbeispiele

Da eine experimentelle Überprüfung der entwickelten Bestimmungsgleichungen wegen des großen Aufwands nicht möglich ist, erfolgt die Überprüfung mit dem Stab-Verbund-Modell von Hall (2012). Bei den untersuchten Tafeln wird die Plattenanzahl  $n_{tp}$  und die Rippenanzahl  $n_r$  variiert, während die Plattenabmessungen (1,25 m x 2,5 m) konstant gehalten werden. Für die Verbundbeanspruchbarkeit wird  $s_{pl} = 10$  N/mm und für die Verbundsteifigkeit  $k = 10$  N/mm<sup>2</sup> angenommen sowie die Rippen als starr modelliert.

Damit ergibt sich die voll plastische Grenzlast nach Gleichung (96) bei einer Lasteinleitung in den Obergurt für 4 Platten ( $n_{tp} = 4$ ), mit der Folge, dass die dritte Gleichung nicht maßgebend werden kann, und 3 Rippen ( $n_r = 3$ ) zu:

$$q_{pl,d} = 10 \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{2 \cdot \frac{2,5}{4 \cdot 1,25}}{\sqrt{\left( \frac{4 - 2}{2 \cdot 3} + \sqrt{\left( \frac{4 - 2}{2 \cdot 3} \right)^2 + \left( \frac{4 - 2}{2 \cdot 3} + 1 \right)^2} + \left( \frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (4 - 1) \right)^2} \right)^{-1}} \\ \frac{2 \cdot \frac{2,5}{4 \cdot 1,25}}{\sqrt{\left( \frac{4 - 3}{3} + \sqrt{\left( \frac{4 - 3}{3} \right)^2 + \left( 1 - \frac{1}{3} \right)^2} + \left( \frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (4 - 3) \right)^2} \right)^{-1}} \end{array} \right.$$

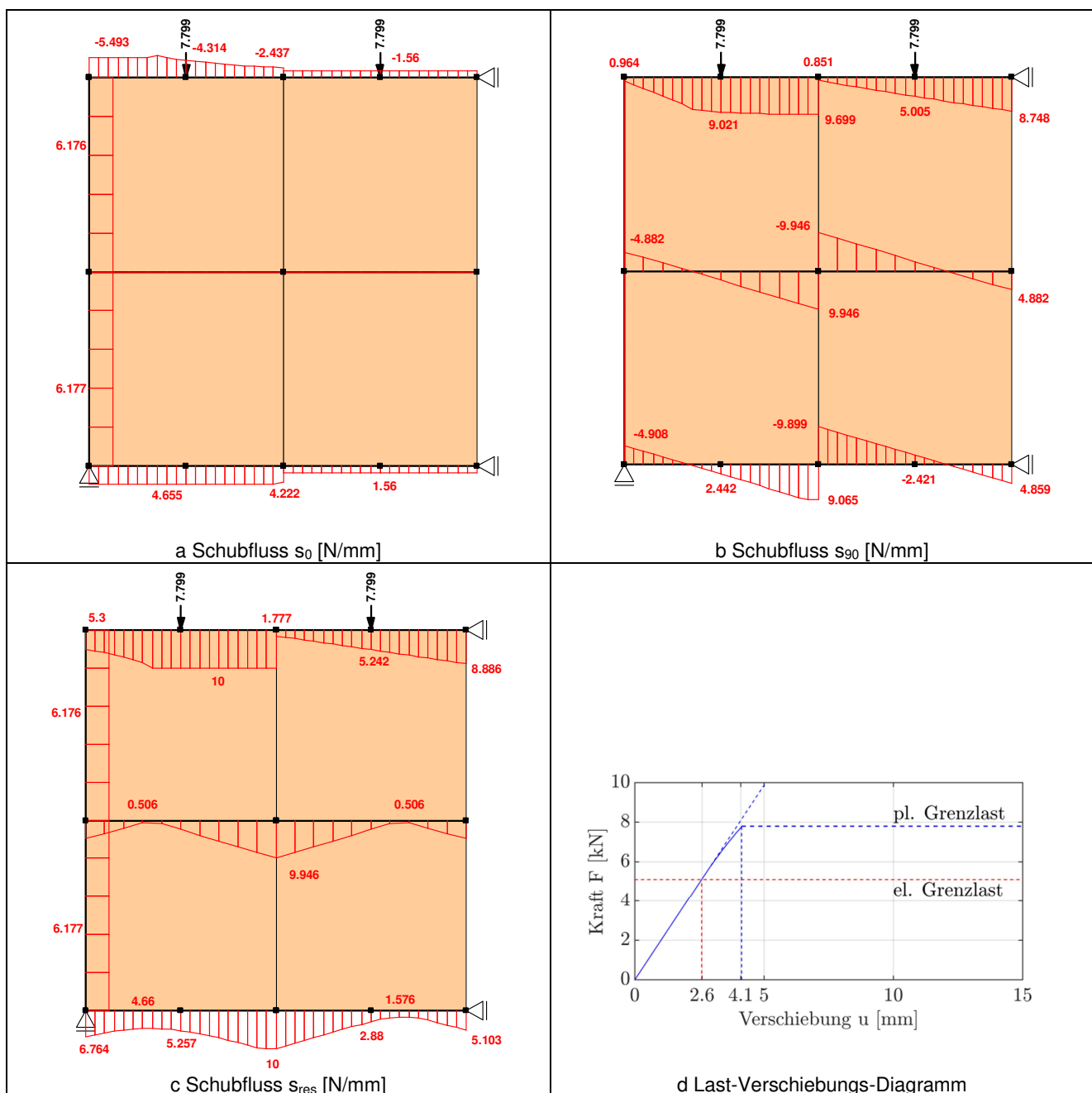
$$= 10 \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 0,536 \end{array} \right. = 5,36 \frac{kN}{m}$$

Das Stab-Verbund-Modell von Hall (2012) ermöglicht nicht die Berücksichtigung von Streckenlasten, so dass diese als zentrische Einzellast in der Mitte der Rippe eingeleitet werden. Da die Rippe als starr modelliert ist, ergibt dies für die Beanspruchungen keinen Unterschied. Bei Lasteinleitung in die starren Platten wird dieses Vorgehen ebenso angewendet. Diese Einzellasten können auf die Verbund- bzw. Plattenlänge bezogen werden und sind dann mit den ermittelten Streckenlasten vergleichbar.

Die Ergebnisse nach dem Stab-Verbund-Modell (s. Abbildung 89) ergeben aufgrund der vorhandenen Umlagerungsmöglichkeiten auf die weniger beanspruchten Rippen der Tafel eine größere voll plastische Grenzlast:

$$q_{pl,d,Hall} = \frac{7,799 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} = 6,23 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Die Ergebnisse der händisch anwendbaren Bestimmungsgleichung sind somit konservativ.



**Abbildung 89: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt.**

Die Lasteinleitung in den Ober- und den Untergurt und die Lasteinleitung in die Platten wird anhand von Tafeln mit 6 Platten ( $n_{\text{tp}} = 6$ ) und 5 Rippen ( $n_r = 5$ ) untersucht.

Wie bei der Lasteinleitung in den Obergurt ist bei der Variante mit beidseitiger Lasteinleitung die voll plastische Grenzlast nach Hall aufgrund der vorhandenen Umlagerungsmöglichkeiten auf die weniger beanspruchten Rippen größer gegenüber der voll plastischen Grenzlast entsprechend der einfachen Bestimmungsgleichung, die damit als konservativ angesehen werden kann:

$$q_{pl,d} = 5,36 \frac{kN}{m} < q_{pl,d,Hall} = 5,87 \frac{kN}{m}$$

Auch bei einer Lasteinleitung in die Platten ist die voll plastische Grenzlast nach Hall größer gegenüber der nach der einfachen Bestimmungsgleichung:

$$q_{pl,d} = 6,33 \frac{kN}{m} < q_{pl,d,Hall} = 6,49 \frac{kN}{m}$$

Da sich jedoch für diese Art der Lasteinleitung die Last gleichmäßig auf alle Rippen verteilt, sind nur geringfügige Umlagerungsmöglichkeiten vorhanden und der Unterschied beider Rechenmethoden ist sehr gering.

Die Berechnungen der voll plastischen Grenzlasten und die Ergebnisse nach Hall für diese beiden Beispiele finden sich in Anhang D - Abschnitt D.1.

Anhand dieser Beispiele konnte gezeigt werden, dass sich die Bestimmungsgleichungen für die voll plastische Grenzlast eines lokalen Verbundabschnitts auf ganze Tafeln übertragen lassen und die Ergebnisse konservativ sind, da die Umlagerungsmöglichkeiten auf die weniger beanspruchten Bereiche durch die Bestimmungsgleichungen nicht berücksichtigt werden.

Diese Umlagerungsmöglichkeiten sind dabei von der Art der Lasteinleitung bzw. der Anzahl der weniger beanspruchten, quer zur Last verlaufenden Rippen abhängig. Daher ergibt das Stab-Verbund-Modell bei den Tafeln mit Lasteinleitung in Ober- und in Ober- und Untergurt größere Unterschiede der voll plastischen Grenzlasten gegenüber den händisch ermittelten Ergebnissen mit Hilfe der Bestimmungsgleichungen, als bei den Tafeln mit einer Lasteinleitung in die Platten. Auf diese Umlagerungsmöglichkeiten wird in Kapitel 9.4 genauer eingegangen.

## 8.4 Tafeln mit punktueller Lagerung der Rippen

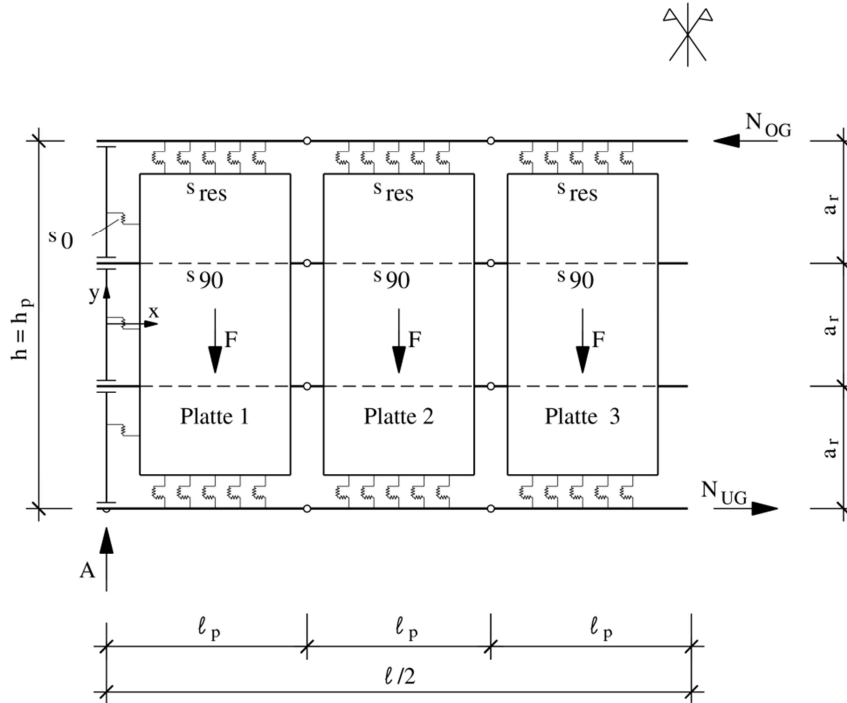
Das Tragverhalten von Deckentafeln des Typs 1.2 wurde von Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a) thematisiert und von Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017c, 2017d, 2017e) um Gleichungen zur Verformungsberechnung erweitert. Bestimmungsgleichungen für die Ermittlung der elastischen und der voll plastischen Grenzlasten sind in den genannten Literaturen nicht zu finden. Auf punktuell gelagerte Rippen und Lasteinleitung in Ober- (Typ 1.2b) oder in Ober- und Untergurt (Typ 1.2c) wird in den genannten Literaturen ebenfalls nicht eingegangen.

Wie bereits in Abschnitt 8.1 erwähnt, gehen die Modelle der Tafeln mit Schubhölzern mit abnehmender Steifigkeit der Verbindung von Platte und Schubhölzern von einem Modell mit kontinuierlicher Lagerung der Tafel in ein Modell mit punktueller Lagerung der Tafel über. Bei einer sehr weichen Verbindung der Platte mit den Schubhölzern ergeben sich nur geringfügige Unterschiede zwischen dem Modell mit Schubhölzern, wie in Abbildung 90 dargestellt, und dem in Abbildung 91 dargestellten statischen Modell einer Deckentafel deren Lagerung durch eine punktuelle Lagerung der Rippen realisiert wird. Aus diesem Grund wird keine Unterscheidung

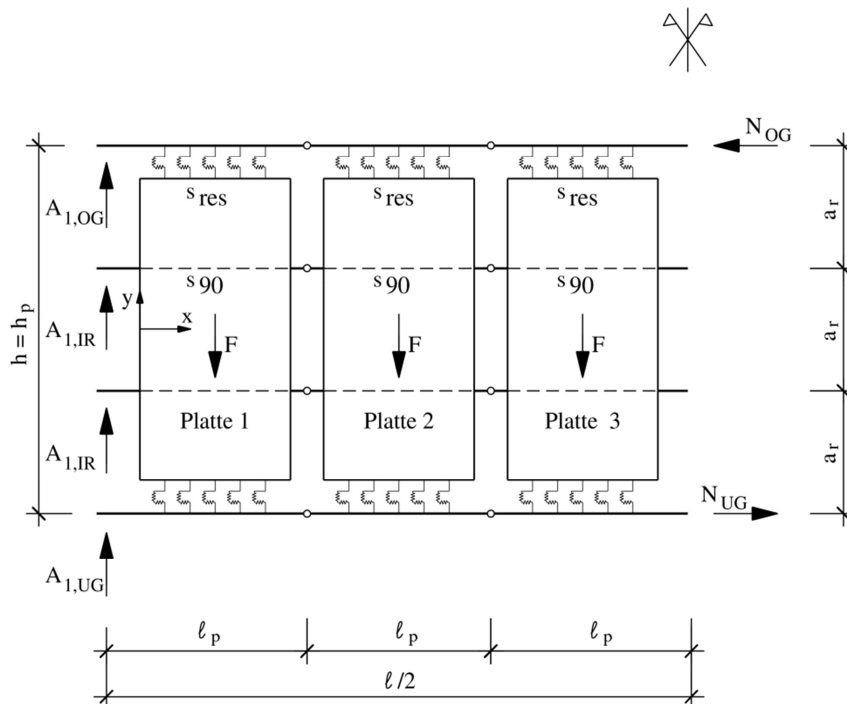


zwischen diesen beiden Modellen vorgenommen und die Beanspruchungen der Deckentafeln der Typen 1.2, 1.2b und 1.2c werden an dem Modell in Abbildung 91 ermittelt.

Zudem erscheint es im Hinblick auf schmale Plattenstreifen am Rand der Deckentafel, die statisch nicht als wirksam angesehen werden können, zweckmäßig diesen Tafeltypen genauer zu betrachten.

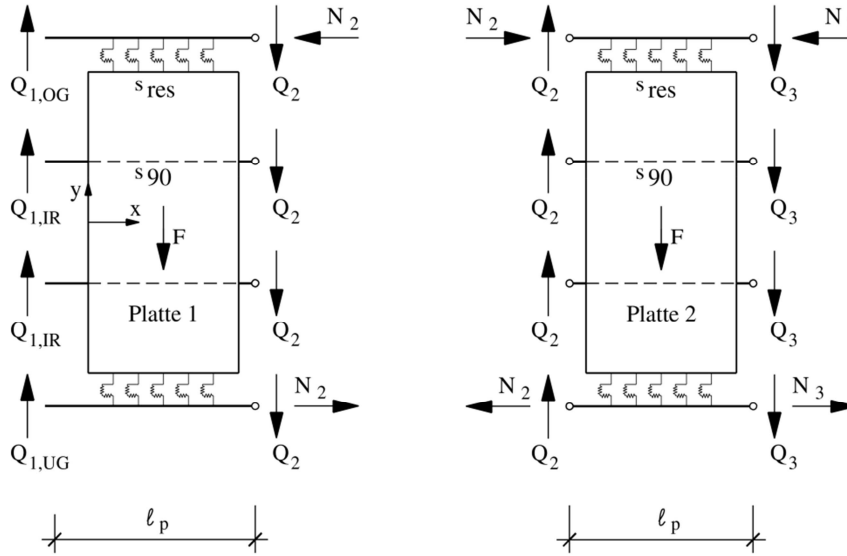


**Abbildung 90: Symmetriehälfte einer beidseitig durch Schubhölzer gelagerten Deckentafel des Typs 1 mit Platten als Verteiler**



### 8.4.1 Verteilung der Querkräfte im Auflagerbereich

Im Gegensatz zu den Tafeln mit kontinuierlicher Lagerung (Typ 1.1, 1.1b und 1.1c), also mit freien Rippenenden im Auflagerbereich, sind die Rippen bei punktueller Lagerung im Auflagerbereich unverschieblich gelagert und weisen somit immer den gleichen Abstand zueinander auf. Unter der geläufigen Annahme kleiner Winkel hat auch die Verdrehung der Platte keinen Einfluss, so dass die Relativverschiebung Platte gegen Rippe parallel zur Lastrichtung am Auflager konstant für alle Rippen sein muss. Bei einer Einleitung der Last in die Platten ist diese Bedingung modellbedingt bereits erfüllt, da sich die Beanspruchungen gleichmäßig über die Höhe verteilen. Bei einer Einleitung der Last in den Ober- oder in den Ober- und Untergurt kann die gesamte Auflagerkraft jedoch nicht mehr gleichmäßig auf alle Auflagerpunkte verteilt werden. Demzufolge ergeben sich unterschiedliche Querkräfte im Auflagerbereich (s. Abbildung 92)



**Abbildung 92: Schnittgrößen an den Plattenübergängen einer beidseitig punktuell gelagerten Deckentafel des Typs 1 mit Platten als Verteiler**

Unter der Annahme, dass sich zwischen dem elastischen und dem voll plastischen Grenzzustand aufgrund von Umlagerungsmöglichkeiten keine wesentlichen Unterschiede bei der Verteilung der gesamten Auflagerkraft auf die Auflagerpunkte und demzufolge auch keine bei den Querkräften ergeben, kann die Relativverschiebung der Platten und der Rippen im elastischen Zustand als Bezugsgröße herangezogen werden, die dann der Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  am Auflager entspricht und für alle Rippen gleich sein muss. Zudem wird angenommen, dass sich die Querkraft an den weiteren Plattenstößen zu gleichen Anteilen auf die Rippen verteilt (s. Abbildung 92). In den nachfolgenden Herleitungen ist die Querkraft  $Q_{1,i}$  diejenige direkt am Auflager und die Querkraft  $Q_2$  ist diejenige am ersten Plattenstoß (vgl. auch Abbildung 30 und Abbildung 32).

Bei Lasteinleitung in die Platten gilt mit  $\ell_v = \ell_p$  und  $\Sigma A_{1,i} = A = q \cdot n_{lp} \cdot \ell_v / 2$  für die Querkräfte der Rippenabschnitte am Auflager:

$$Q_{1,i} = Q_1 = \frac{\Sigma A_{1,i}}{n_r} = \frac{A}{n_r} = q \cdot \frac{n_{lp} \cdot \ell_v}{n_r} \cdot \frac{1}{2} = q \cdot \frac{\ell_v}{2} \cdot \frac{n_{lp}}{n_r} \quad (97)$$

Bei Lasteinleitung in den Obergurt gilt mit  $Q_{1,IR} = Q_{1,UG}$  im elastischen Zustand:

$$\text{Obergurtrippe: } s_{90,1,OG} = Q_{1,OG} \cdot \frac{4}{\ell_v} - q + Q_2 \cdot \frac{2}{\ell_v} \quad (98)$$

$$\text{Restliche Rippen: } s_{90,1,IR} = s_{90,1,UG} = Q_{1,IR} \cdot \frac{4}{\ell_v} + Q_2 \cdot \frac{2}{\ell_v} \quad (99)$$

$$\text{Gesamte Querkraft: } Q_{1,OG} + (n_r - 1) \cdot Q_{1,IR} = q \cdot n_{lp} \cdot \frac{\ell_v}{2} \quad (100)$$

Mit der Bedingung  $s_{90,1,OG} = s_{90,1,IR}$  ergeben sich die Querkräfte am Auflager zu:

$$\frac{Q_{1,OG}}{Q_{1,IR}} = 1 + \frac{n_r}{2n_{\ell p} - 1} \quad (101)$$

$$Q_{1,IR} = \frac{2n_{\ell p} - 1}{4n_r} \cdot q \cdot \ell_v \quad (102)$$

Bei Lasteinleitung in den Obergurt und Untergurt gilt mit  $Q_{1,OG} = Q_{1,UG}$  im elastischen Zustand:

$$\text{Ober-/Untergurtrippe: } s_{90,1,OG} = s_{90,1,UG} = Q_{1,OG} \cdot \frac{4}{\ell_v} - \frac{q}{2} + Q_2 \cdot \frac{2}{\ell_v} \quad (103)$$

$$\text{Restliche Rippen: } s_{90,1,IR} = Q_{1,IR} \cdot \frac{4}{\ell_v} + Q_2 \cdot \frac{2}{\ell_v} \quad (104)$$

$$\text{Gesamte Querkraft: } 2 \cdot Q_{1,OG} + (n_r - 2) \cdot Q_{1,IR} = q \cdot n_{lp} \cdot \frac{\ell_v}{2} \quad (105)$$

Mit der Bedingung  $s_{90,1,OG} = s_{90,1,IR}$  ergeben sich die Querkräfte am Auflager zu:

$$\frac{Q_{1,OG}}{Q_{1,IR}} = 1 + \frac{n_r}{4n_{\ell p} - 2} \quad (106)$$

$$Q_{1,IR} = \frac{2n_{\ell p} - 1}{4n_r} \cdot q \cdot \ell_v \quad (107)$$

Eine Überprüfung dieser Verteilung der Querkräfte mit dem Stab-Verbund-Modell von Hall (2012) ergibt eine gute Übereinstimmung, wie anhand einiger Beispielen gezeigt wird konnte (s. Anhang B).

Ein Ergebnis dieser Überprüfung ist auch, dass sich bei einer Lasteinleitung in die Platten an jedem Plattenstoß die Querkraft gleichmäßig auf alle Rippen verteilt, während dies bei einer Lasteinleitung in Ober- oder in Ober- und Untergurt auch bei den weiter im Feld liegenden Plattenstößen lediglich eine gute Abschätzung ist. Diese kann jedoch als hinreichend genau angesehen werden.

#### 8.4.2 Elastische Grenzlasten von Tafeltyp 1.2, 1.2b und 1.2c

Im Gegensatz zu den Tafeln des Typen 1.1 können bei Tafeln mit punktueller Lagerung der Rippen nicht verschiedene Verbundabschnitte maßgebend werden. Maßgebend ist immer der Verbundabschnitt am auflagnernahen Obergurt. Aufgrund der Lasteinleitung existieren zwar auch Verbundabschnitte, die eine Verbundbeanspruchung der gleichen Größe erhalten, aber da diese nie einen größeren Wert annehmen kann, können diese Abschnitte nicht maßgebend werden.

Bei einer Lasteinleitung in die Platte verteilen sich die Querkräfte, wie im vorherigen Abschnitt gezeigt, gleichmäßig über die Höhe. Es gilt dann entsprechend Gleichung (97):

$$Q_{1,i} = Q_1 = \frac{A}{n_r} = q \cdot \frac{\ell_v}{2} \cdot \frac{n_{\ell p}}{n_r}$$

Für die Querkraft am rechten Rand des Verbundabschnitts gilt:

$$Q_2 = \frac{A - q \cdot \ell_v}{n_r} = q \cdot \frac{\ell_v}{2} \cdot \frac{n_{\ell p} - 2}{n_r} \quad (108)$$

Die Normalkräfte bestimmen sich zu:

$$N_1 = 0 \text{ (freies Ende)} \quad (109)$$

$$N_2 = \frac{A \cdot \ell_v - q \cdot \ell_v \cdot \frac{\ell_v}{2}}{h} = q \cdot \frac{\ell_v^2 \cdot (n_{\ell p} - 1)}{2h} \quad (110)$$

Mit diesen Schnittgrößen ergeben sich die Verbundgrößen für den allgemeinen Fall:

$$P_{90} = Q_1 - Q_2 = q \cdot \ell_v \cdot \frac{1}{n_r} \quad (111)$$

$$M = (Q_1 + Q_2) \cdot \frac{\ell_v}{2} = q \cdot \frac{\ell_v^2}{2} \cdot \frac{n_{\ell p} - 1}{n_r} \quad (112)$$

$$P_0 = N_2 - N_1 = q \cdot \frac{\ell_v^2}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1) \quad (113)$$

Die bezogenen Verbundgrößen zur Anwendung der Interaktionsgleichung (34) ergeben sich allgemein zu:

$$p_{90} = \frac{P_{90}}{s_{pl} \cdot \ell_v} = \frac{q}{s_{pl}} \cdot \frac{1}{n_r} \quad (114)$$

$$p_0 = \frac{P_0}{s_{pl} \cdot \ell_v} = \frac{q}{s_{pl}} \cdot \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1) \quad (115)$$

$$m = \frac{M}{s_{pl} \cdot \frac{\ell_v^2}{6}} = \frac{3q}{s_{pl}} \cdot \frac{n_{\ell p} - 1}{n_r} \quad (116)$$

Damit ergibt sich die elastische Grenzlast  $q_{el,d}$ :

$$\begin{aligned} (m_1 + p_{90,1})^2 + p_{0,1}^2 &= 1 \\ \left( \frac{3q_{el,d}}{s_{pl}} \cdot \frac{n_{\ell p} - 1}{n_r} + \frac{q_{el,d}}{s_{pl}} \cdot \frac{1}{n_r} \right)^2 + \left( \frac{q_{el,d}}{s_{pl}} \cdot \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1) \right)^2 &= 1 \\ q_{el,d} &= s_{pl} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{3n_{\ell p} - 2}{n_r} \right)^2 + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1) \right)^2}} \end{aligned} \quad (117)$$

Bei einer Lasteinleitung in den Obergurt ändert sich die Querkraft  $Q_{1,OG}$  entsprechend der Gleichungen (101) und (102), so dass sich die Verbundgrößen  $M$  und  $P_{90}$  ändern. Bei der Verbundgröße  $P_{90}$  muss zudem die Lasteinleitung berücksichtigt werden. Diese hat zur Folge, dass die Verbundbeanspruchung am auflagerfernen Rand des Verbundabschnitts maßgebend wird, wie bereits in Abschnitt 8.3 erläutert.

$$P_{90} = Q_2 - Q_{1,OG} + q \cdot \ell_v = q \cdot \ell_v \cdot \frac{3 \cdot n_r - 3}{4n_r} \quad (118)$$

$$M = (Q_1 + Q_2) \cdot \frac{\ell_v}{2} = q \cdot \frac{\ell_v^2}{2} \cdot \frac{4n_{\ell p} + n_r - 5}{4n_r} \quad (119)$$

Damit ergeben sich die bezogenen Verbundgrößen für diesen Fall:

$$p_{90} = \frac{P_{90}}{s_{pl} \cdot \ell_v} = \frac{q}{s_{pl}} \cdot \frac{3 \cdot n_r - 3}{4n_r} \quad (120)$$

$$p_0 = \frac{P_0}{s_{pl} \cdot \ell_v} = \frac{q}{s_{pl}} \cdot \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1) \quad (121)$$

$$m = \frac{M}{s_{pl} \cdot \frac{\ell_v^2}{6}} = \frac{3q}{s_{pl}} \cdot \frac{4n_{\ell p} + n_r - 5}{4n_r} \quad (122)$$

Die elastische Grenzlast ergibt sich zu:

$$q_{el,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{6n_{\ell p} + 3n_r - 9}{2n_r}\right)^2 + \left(\frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1)\right)^2}} \quad (123)$$

Eine Lasteinleitung in den Ober- und den Untergurt hat ebenfalls eine Änderung der Querkraft  $Q_{1,OG}$  entsprechend der Gleichungen (106) und (107) und somit von  $P_{90}$  und  $M$  zur Folge:

$$P_{90} = Q_2 - Q_{1,OG} + \frac{q}{2} \cdot \ell_v = q \cdot \ell_v \cdot \frac{3 \cdot n_r - 6}{8n_r} \quad (124)$$

$$M = (Q_1 + Q_2) \cdot \frac{\ell_v}{2} = q \cdot \frac{\ell_v^2}{2} \cdot \frac{8n_{\ell p} + n_r - 10}{8n_r} \quad (125)$$

Damit ergeben sich die bezogenen Verbundgrößen für diesen Fall:

$$p_{90} = \frac{P_{90}}{s_{pl} \cdot \ell_v} = \frac{q}{s_{pl}} \cdot \frac{3n_r - 6}{8n_r} \quad (126)$$

$$p_0 = \frac{P_0}{s_{pl} \cdot \ell_v} = \frac{q}{s_{pl}} \cdot \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1) \quad (127)$$

$$m = \frac{M}{s_{pl} \cdot \frac{\ell_v^2}{6}} = \frac{3q}{s_{pl}} \cdot \frac{8n_{\ell p} + n_r - 10}{8n_r} \quad (128)$$

Die elastische Grenzlast ergibt sich zu:

$$q_{el,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{12n_{\ell p} + 3n_r - 18}{4n_r}\right)^2 + \left(\frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1)\right)^2}} \quad (129)$$

### 8.4.3 Voll plastische Grenzlasten von Tafeltyp 1.2, 1.2b und 1.2c

Die Ermittlung der voll plastischen Grenzlasten der Tafeltypen 1.2 kann analog zur Ermittlung der elastischen Grenzlast in Abschnitt 8.4.2 erfolgen, da sich zwar die Interaktionsvorschrift entsprechend Gleichung (36) ändert, aber die Eingangswerte  $m$ ,  $p_{90}$  und  $p_0$  in Abschnitt 8.4.2 die gleichen sind. Es gilt somit der nachfolgend dargestellte Zusammenhang der bezogenen Verbundgrößen:

$$\left(\frac{m_3}{3} + \sqrt{\left(\frac{m_3}{3}\right)^2 + p_{90,3}^2}\right)^2 + p_{0,3}^2 = 1$$

Damit ergibt sich die voll plastische Grenzlast bei einer Lasteinleitung in die Platten mit den bezogenen Verbundgrößen nach den Gleichungen (114) - (116):

$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{n_{\ell p} - 1}{n_r} + \sqrt{\frac{(n_{\ell p} - 1)^2 + 1}{n_r^2}}\right)^2 + \left(\frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1)\right)^2}} \quad (130)$$

Bei einer Lasteinleitung in den Obergurt kann die voll plastische Grenzlast mit den bezogenen Verbundgrößen nach den Gleichungen (120) - (122) bestimmt werden:

$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{4n_{lp} + n_r - 5}{4n_r} + \sqrt{\frac{(4n_{lp} + n_r - 5)^2 + (3n_r - 3)^2}{16n_r^2}}\right)^2 + \left(\frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{lp} - 1)\right)^2}} \quad (131)$$

Zur Ermittlung der voll plastischen Grenzlast bei einer Lasteinleitung in den Ober- und den Untergurt sind die bezogenen Verbundgrößen nach den Gleichungen (126) - (128) zu verwenden:

$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{8n_{lp} + n_r - 10}{8n_r} + \sqrt{\frac{(8n_{lp} + n_r - 10)^2 + (3n_r - 6)^2}{64n_r^2}}\right)^2 + \left(\frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{lp} - 1)\right)^2}} \quad (132)$$

In diesen Gleichungen gilt:

- $q_{pl,d}$  = Voll plastische Grenzlast (Bemessungswert der Beanspruchbarkeit)
- $s_{pl}$  = Bemessungswert der Verbundbeanspruchbarkeit ( $R_d/a_1$ )
- $\ell_v$  = Verbundlänge
- $h$  = Tafelhöhe
- $n_{lp}$  = Anzahl der Platten in Richtung der Tafellänge  $\ell$
- $n_r$  = Anzahl der Verbindungsmittelreihen der Tafel in Lastrichtung

Aufgrund der Plastizierung der maßgebenden Bereiche bei gleichbleibender Verschiebung aller Rippen gegenüber der Platte ergibt sich eine Umlagerung der Kräfte auf die weniger beanspruchten Bereiche. Diesen Effekt zu berücksichtigen erscheint jedoch nicht zweckmäßig, zumal die Bestimmungsgleichungen bei Vernachlässigung der Umlagerung konservativ sind.

#### 8.4.4 Grenzlasten von Tafeltyp 1.2, 1.2b und 1.2c - Zahlenbeispiele

Ein Vergleich der Ergebnisse der Bestimmungsgleichungen mit denen des Stab-Verbund-Modells von Hall (2012) zeigt eine gute Übereinstimmung bei der elastischen Grenzlast und die Konservativität der Ergebnisse bei der voll plastischen Grenzlast. Zur Vergleichbarkeit weisen die untersuchten Tafeln eine gleiche Plattenanzahl ( $n_{lp} = 4$ ), gleiche Plattenabmessungen (1,25 m x 2,5 m) sowie eine gleiche Rippenanzahl ( $n_r = 3$ ) auf. Für die Verbundbeanspruchbarkeit wird  $s_{pl} = 10$  N/mm und für die Verbundsteifigkeit  $k = 10$  N/mm<sup>2</sup> angenommen sowie die Rippen als starr modelliert.

Mit diesen Parametern ergeben sich die beiden Grenzlasten nach den Gleichungen (117) und (130) bei einer Lasteinleitung in die Platten:

$$q_{el,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{3n_{lp} - 2}{n_r}\right)^2 + \left(\frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{lp} - 1)\right)^2}} = \frac{10}{\sqrt{\left(\frac{3 \cdot 4 - 2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (4 - 1)\right)^2}} = 2,927 \frac{kN}{m}$$

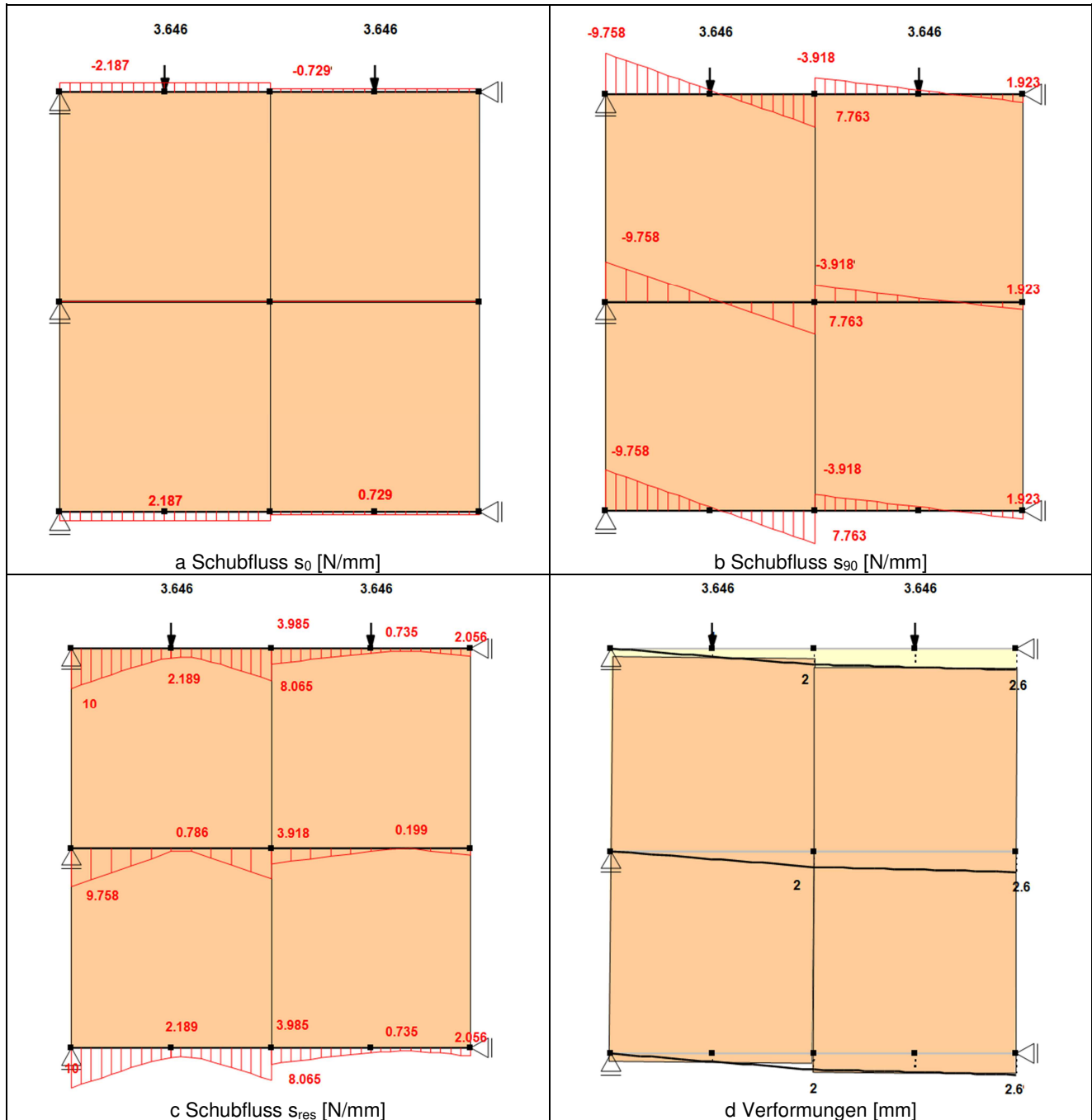
$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{n_{lp} - 1}{n_r} + \sqrt{\frac{(n_{lp} - 1)^2 + 1}{n_r^2}}\right)^2 + \left(\frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{lp} - 1)\right)^2}}$$

$$= \frac{10}{\sqrt{\left(\frac{4 - 1}{3} + \sqrt{\frac{(4 - 1)^2 + 1}{3^2}}\right)^2 + \left(\frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (4 - 1)\right)^2}} = 4,573 \frac{kN}{m}$$

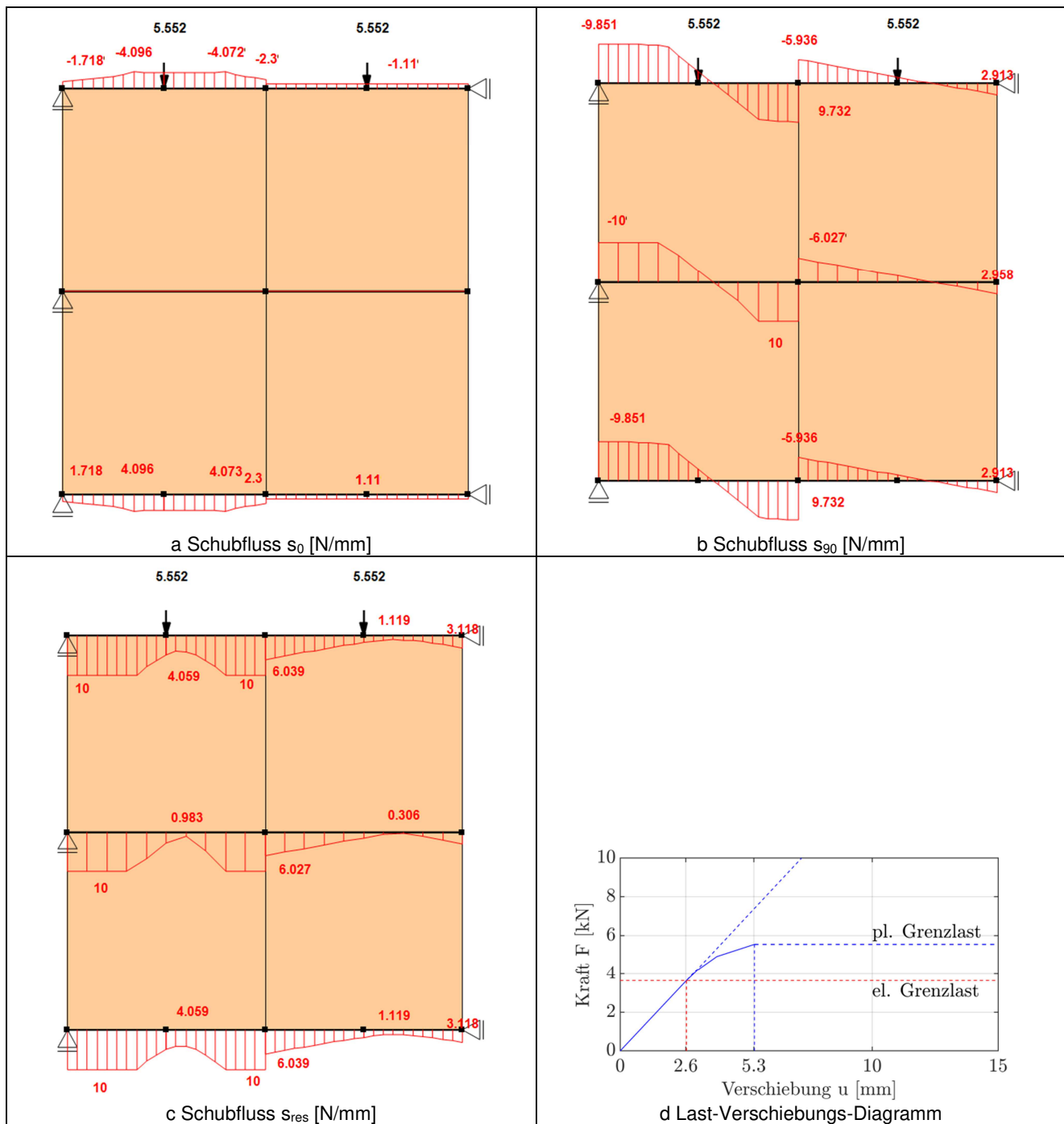
Zum Vergleich sind in Abbildung 93 und Abbildung 94 die Ergebnisse der Berechnung mit dem Stab-Verbund-Modell dargestellt. Die Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung:

$$q_{el,d} = 2,927 \frac{kN}{m} \approx q_{el,d,Hall} = \frac{3,646 kN}{1,25 m} = 2,917 \frac{kN}{m}$$

$$q_{pl,d} = 4,573 \frac{kN}{m} \approx q_{pl,d,Hall} = \frac{5,552 kN}{1,25 m} = 4,44 \frac{kN}{m}$$



**Abbildung 93: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in die Platten.**



**Abbildung 94: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in die Platten.**

Bei Lasteinleitung in den Obergurt ergeben sich die Grenzlaster nach den Gleichungen (123) und (131). Die zum Vergleich mit Hilfe des Stab-Verbund-Modells ermittelten Ergebnisse zeigen ebenfalls eine gute Übereinstimmung bei den elastischen Grenzlaster und die Konservativität der Bestimmungsgleichungen im voll plastischen Grenzzustand:

$$q_{el,d} = 2,457 \frac{kN}{m} \approx q_{el,d,Hall} = \frac{3,202 kN}{1,25 m} = 2,56 \frac{kN}{m}$$

$$q_{pl,d} = 3,923 \frac{kN}{m} < q_{pl,d,Hall} = \frac{5,242 kN}{1,25 m} = 4,19 \frac{kN}{m}$$



Bei Lasteinleitung in den Ober- und den Untergurt ergeben sich die Grenzlasten nach den Gleichungen (129) und (132). Auch für diese Tafelvariante bestätigt das Stab-Verbund-Modell die elastischen Grenzlasten und die Konservativität der voll plastischen Grenzlasten:

$$q_{el,d} = 2,998 \frac{kN}{m} \approx q_{el,d,Hall} = \frac{2 \cdot 1,901 kN}{1,25 m} = 3,04 \frac{kN}{m}$$

$$q_{pl,d} = 4,502 \frac{kN}{m} < q_{pl,d,Hall} = \frac{2 \cdot 3,197 kN}{1,25 m} = 5,11 \frac{kN}{m}$$

Die Berechnungen der elastischen und der voll plastischen Grenzlasten und die Ergebnisse nach Hall für diese beiden Beispiele sind in Anhang D - Abschnitt D.2 ausführlich dargestellt.

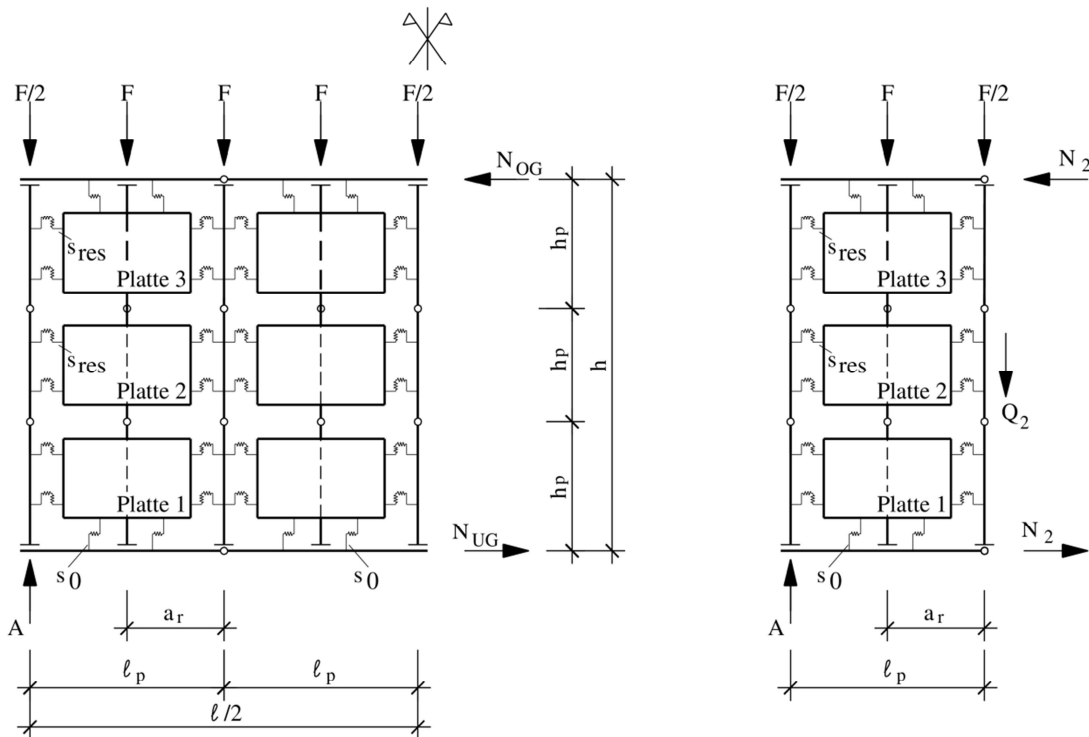
Zusammenfassend kann auch für die Tafeln mit punktuell gelagerten Rippen gezeigt werden, dass sich die Bestimmungsgleichungen für die voll plastische Grenzlast eines lokalen Verbundabschnitts ohne weiteres auf ganze Tafeln übertragen lassen.

Aufgrund der vorhandenen Umlagerungsmöglichkeiten in den Tafeln sind die Ergebnisse der händischen Methode konservativ, wie mit Hilfe des Stab-Verbund-Modells gezeigt werden konnte. Diese Umlagerungsmöglichkeiten werden in Abschnitt 9.4 genauer untersucht.

## 8.5 Tafeln mit kontinuierlicher Lagerung der Rippen (Typ 2.1)

Auch für Deckentafeln des Typs 2.1 beschrieben Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a) das Tragverhalten und gaben Gleichungen zur Bestimmung der elastischen Grenzlast sowie zur Verformungsberechnung an. Diese Gleichungen wurden von Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017c, 2017d, 2017e) verallgemeinert.

Da mit diesen Gleichungen lediglich der elastische Grenzzustand berechnet werden kann, ist es zweckmäßig sie auf eine Berechnung im voll plastischen Grenzzustand zu erweitern.



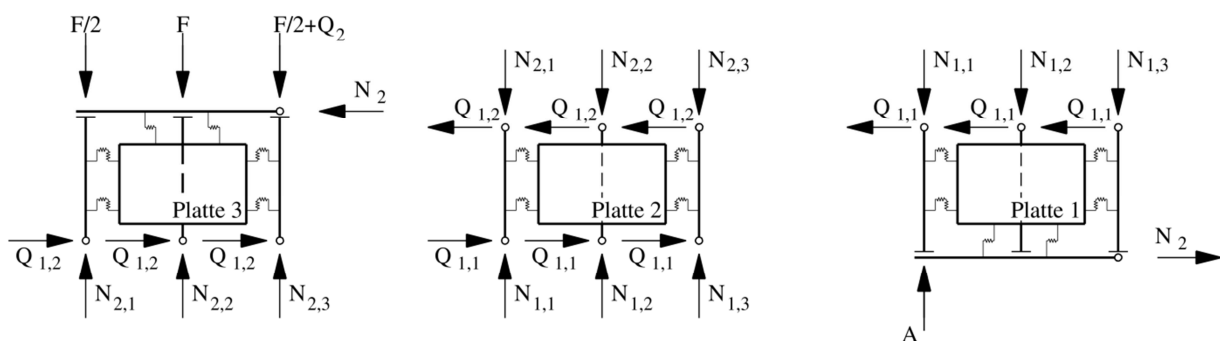
**Abbildung 95: Symmetriehälfte einer beidseitig gelagerten Deckentafel des Typs 2 mit Rippen als Verteiler und freigeschnittene auflagernahe Plattenreihe**

Bei diesem Tafeltyp wird die äußere Last über die Randrippe bzw. den Obergurt in die Tafel eingeleitet. Dabei werden die Lasten über Kontakt von der Randrippe in die in Lastrichtung angeordneten Rippen weitergeleitet und durch diese gleichmäßig über die Tafelhöhe verteilt. Es wird dann üblicherweise die Streckenlast in Einzellasten umgerechnet und diese auf die parallel zur Lastrichtung angeordneten Rippen (Deckenbalken) angesetzt (s. Abbildung 95)

Die Beanspruchungen der Deckentafeln des Typen 2.1 werden an dem Modell in Abbildung 95 ermittelt. Maßgebend wird dabei die auflagernahe Plattenreihe, die im Folgenden genauer untersucht wird. Die im rechten Teil von Abbildung 95 dargestellte Querkraft  $Q_2$  stellt dabei den Anteil aus den weiteren Plattenreihen bis zur Symmetrieebene dar. Dieser Anteil wird im Modell ausschließlich über die Rippen in Lastrichtung in die nächste auflagernähere Plattenreihe eingeleitet und keine Übertragung von Querkraften in Ober- und Untergurt rechnerisch berücksichtigt, da dieser Einfluss vernachlässigbar gering ist, wie auch in Kapitel 2 gezeigt wurde.

### 8.5.1 Voll plastische Grenzlast von Tafeltyp 2.1

Bei diesem Tafeltypen können in Abhängigkeit der Anzahl der Platten in Lastrichtung unterschiedliche Verbundabschnitte maßgebend werden. Im Folgenden wird daher gezeigt, welcher Rippenabschnitt in Abbildung 96 die maßgebenden Beanspruchungen im Verbund von Platte und Rippe erfährt. In diesem Abschnitt überlagern sich  $s_0$  aus der Auflagerrippe und  $s_{90}$  aus der Querkraft am Plattenübergang der oberen zur unteren Platte bei der Anordnung von zwei Platten in Lastrichtung oder den beiden entgegengesetzt gerichteten Querkraften an den Plattenübergängen aller mittleren Platten bei der Anordnung von drei oder mehr Platten in Lastrichtung.



**Abbildung 96: Schnittgrößen an den Plattenübergängen der auflagernahen Plattenreihe einer beidseitig gelagerten Deckentafel des Typs 2 mit Rippen als Verteiler**

Zur Berechnung der voll plastischen Grenzlasten sind zunächst die Schnittgrößen an den einzelnen Plattenübergängen zu bestimmen.

Die Schnittgrößen an den Plattenübergängen entsprechend Abbildung 96 ergeben sich mit  $A = q \cdot n_{tp} \cdot \ell_w / 2$  und  $F = q \cdot a_r$  durch Freischneiden. Der Parameter  $n_{tp}$  steht für die Plattenanzahl in Richtung der Tafellänge  $\ell$ , der Parameter  $n_{hp}$  steht im Folgenden für die Plattenanzahl in Richtung der Tafelhöhe  $h$  und der Parameter  $n_{rp}$  ist die Anzahl der Verbindungsmittelreihen pro Platte quer zur Lastrichtung.

Aufgrund keiner statisch wirksamen Verbindung der Rippen (Deckenbalken) mit dem Ober- und dem Untergurt können die Enden der Rippen als freie Enden angesehen werden. Für die Platten 1 und 3 ist der Lagerungsfall mit der aus Abbildung 29 und für die Platte 2 die Lagerungsfälle in Abbildung 30 und Abbildung 31 vergleichbar, wobei sich die Schnittgrößen  $N$  und  $Q$  für diesen Tafeltyp anders ermitteln:

$$Q_{\text{freies Ende}} = 0 \quad (133)$$

$$Q_{1,1} = Q_{1,2} = \frac{N_2}{n_{rp}} = \frac{q \cdot n_{lp} \cdot \frac{\ell_p}{2} \cdot \ell_p - q \cdot \ell_p \cdot \frac{\ell_p}{2}}{n_{rp} \cdot n_{hp} \cdot h_p} = q \cdot \ell_p^2 \cdot \frac{n_{lp} - 1}{2 \cdot n_{rp} \cdot n_{hp} \cdot h_p} \quad (134)$$

$$\Delta N = N_{2,1} - \frac{F}{2} = N_{1,1} - N_{2,1} = A - N_{1,1} = q \cdot \frac{n_{lp} \cdot \ell_p - a_r}{2 \cdot n_{hp}} \quad (135)$$

Mit diesen Schnittgrößen lassen sich die Verbundgrößen des maßgebenden Verbundabschnitts für den allgemeinen Fall für die oberste und die unterste Platte (in diesem Fall die Platten 1 und 3) bestimmen:

$$P_{90} = Q_{1,1} - Q_{\text{freies Ende}} = Q_{1,2} - Q_{\text{freies Ende}} = q \cdot \ell_p^2 \cdot \frac{n_{lp} - 1}{2 \cdot n_{rp} \cdot n_{hp} \cdot h_p} \quad (136)$$

$$M = (Q_{1,1} + Q_{\text{freies Ende}}) \cdot \frac{h_p}{2} = (Q_{1,2} + Q_{\text{freies Ende}}) \cdot \frac{h_p}{2} = q \cdot \ell_p^2 \cdot \frac{n_{lp} - 1}{4 \cdot n_{rp} \cdot n_{hp}} \quad (137)$$

$$P_0 = \Delta N = q \cdot \frac{n_{lp} \cdot \ell_p - a_r}{2 \cdot n_{hp}} \quad (138)$$

Die bezogenen Verbundgrößen für den maßgebenden Verbundabschnitt der obersten oder untersten Platte zur Anwendung der Interaktionsgleichungen ergeben sich allgemein zu:

$$p_{90} = \frac{P_{90}}{s_{pl} \cdot h_p} = \frac{q}{s_{pl}} \cdot \frac{\ell_p^2}{h_p^2} \cdot \frac{n_{lp} - 1}{2 \cdot n_{rp} \cdot n_{hp}} \quad (139)$$

$$p_0 = \frac{P_0}{s_{pl} \cdot h_p} = \frac{q}{s_{pl}} \cdot \frac{n_{lp} \cdot \ell_p - a_r}{2 \cdot n_{hp} \cdot h_p} \quad (140)$$

$$m = \frac{M}{s_{pl} \cdot \frac{h_p^2}{6}} = \frac{3q}{s_{pl}} \cdot \frac{\ell_p^2}{h_p^2} \cdot \frac{n_{lp} - 1}{2 \cdot n_{rp} \cdot n_{hp}} \quad (141)$$

Für die mittleren Platten, in Abbildung 96 ist nur eine Platte (Platte 2) dargestellt, ergeben sich die Verbundgrößen zu:

$$P_{90} = Q_{1,2} - Q_{1,1} = 0 \quad (142)$$

$$M = (Q_{1,2} + Q_{1,1}) \cdot \frac{h_p}{2} = q \cdot \ell_p^2 \cdot \frac{n_{lp} - 1}{2 \cdot n_{rp} \cdot n_{hp}} \quad (143)$$

$$P_0 = \Delta N = q \cdot \frac{n_{lp} \cdot \ell_p - a_r}{2 \cdot n_{hp}} \quad (144)$$

Damit ergeben sich für die mittleren Platten die bezogenen Verbundgrößen:

$$p_{90} = 0 \quad (145)$$

$$p_0 = \frac{q}{s_{pl}} \cdot \frac{n_{lp} \cdot \ell_p - a_r}{2 \cdot n_{hp} \cdot h_p} \quad (146)$$

$$m = \frac{3q}{s_{pl}} \cdot \frac{\ell_p^2}{h_p^2} \cdot \frac{n_{lp} - 1}{n_{rp} \cdot n_{hp}} \quad (147)$$

Bei Anwendung der Interaktionsgleichung für den elastischen Grenzzustand (Gl. (34)) ergeben sich für Tafeltyp 2.1 die elastischen Grenzlaster nach Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017d). Bei Anwendung der Interaktionsgleichung für den voll plastischen Grenzzustand (Gl. (36)) ergibt sich die voll plastische Grenzlast für diesen Tafeltyp bei zwei Platten zu:

$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\left( \sqrt{\left( \frac{\ell_p^2}{h_p^2} \cdot \frac{n_{\ell p} - 1}{2 \cdot n_{rp} \cdot n_{hp}} \cdot (1 + \sqrt{2}) \right)^2 + \left( \frac{n_{\ell p} \cdot \ell_p - a_r}{2 \cdot n_{hp} \cdot h_p} \right)^2} \right)} \quad (148)$$

Für drei oder mehr Platten ergibt sich:

$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\left( \sqrt{\left( 2 \cdot \frac{\ell_p^2}{h_p^2} \cdot \frac{n_{\ell p} - 1}{n_{rp} \cdot n_{hp}} \right)^2 + \left( \frac{n_{\ell p} \cdot \ell_p - a_r}{2 \cdot n_{hp} \cdot h_p} \right)^2} \right)} \quad (149)$$

Mit den Zusammenhängen  $n_{\ell p} = \ell / \ell_p$  und  $n_{hp} = h / h_p$  lassen sich die Gleichungen (148) und (149) übersichtlicher darstellen. Für eine Tafel mit zwei Platte ergibt sich die voll plastische Grenzlast zu:

$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\left( \sqrt{\left( \frac{\ell_p}{h_p} \cdot \frac{\ell - \ell_p}{2 \cdot h \cdot n_{rp}} \cdot (1 + \sqrt{2}) \right)^2 + \left( \frac{\ell - a_r}{2 \cdot h} \right)^2} \right)} \quad (150)$$

Für eine Tafel mit drei oder mehr Platten wird die mittlere oder eine der mittleren Platten maßgebend und die voll plastische Grenzlast ergibt sich zu:

$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\left( \sqrt{\left( 2 \cdot \frac{\ell_p}{h_p} \cdot \frac{\ell - \ell_p}{n_{rp} \cdot h} \right)^2 + \left( \frac{\ell - a_r}{2 \cdot h} \right)^2} \right)} \quad (151)$$

In diesen Gleichungen gilt:

$q_{pl,d}$	=	Voll plastische Grenzlast (Bemessungswert der Beanspruchbarkeit)
$s_{pl}$	=	Bemessungswert der Verbundbeanspruchbarkeit ( $R_d/a_1$ )
$h_p$	=	Plattenhöhe
$\ell_p$	=	Plattenlänge
$h$	=	Tafelhöhe
$\ell$	=	Tafellänge
$a_r$	=	Rippenabstand
$n_{\ell p}$	=	Anzahl der Platten in Richtung der Tafellänge $\ell$
$n_{hp}$	=	Anzahl der Platten in Richtung der Tafelhöhe $h$
$n_{rp}$	=	Anzahl der Verbindungsmittelreihen je Platte quer Lastrichtung

### 8.5.2 Grenzlasten von Tafeltyp 2.1 - Zahlenbeispiele

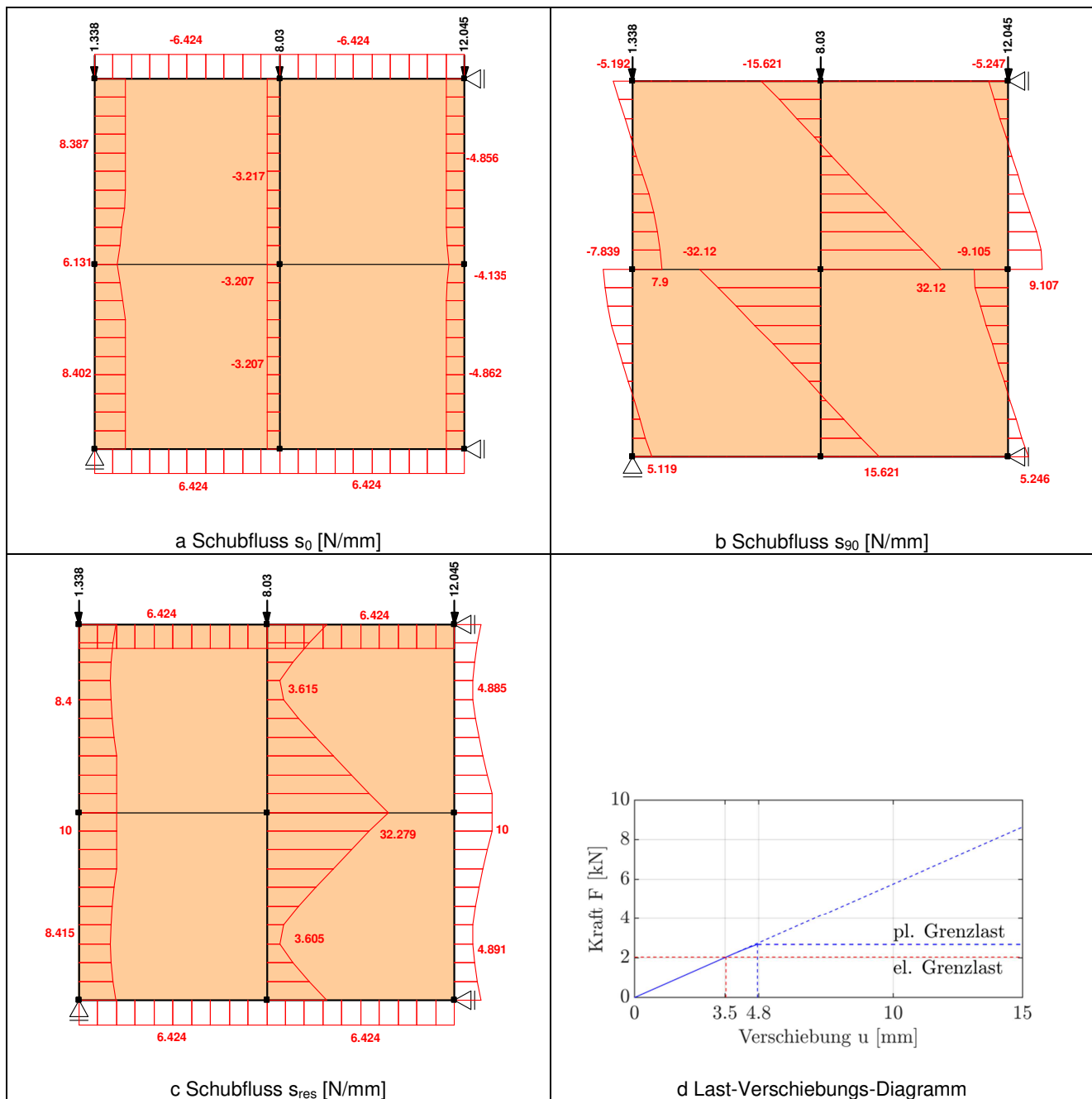
Wie bei den bisherigen Tafeltypen kann anhand einfacher Beispiele die Konservativität der Ergebnisse der Bestimmungsgleichungen mit dem Stab-Verbund-Modell von Hall (2012) gezeigt werden. Die Plattenabmessungen werden wiederum konstant gehalten (1,25 m x 2,5 m). Während bei den Varianten des Tafeltypen 1 lediglich eine Plattenreihe in Lastrichtung untersucht wurde, ist es bei Tafeltyp 2.1 zweckmäßig zwischen zwei und drei Plattenreihen zu unterscheiden.

Zur Vergleichbarkeit weisen die untersuchten Tafeln eine gleiche Plattenanzahl quer zur Lastrichtung ( $n_{\ell p} = 4$ ) auf. Für die Verbundbeanspruchbarkeit wird  $s_{pl} = 10$  N/mm und für die Verbundsteifigkeit  $k = 10$  N/mm<sup>2</sup> angenommen sowie die Rippen als starr modelliert.

Für zwei Plattenreihen ( $n_{hp} = 2$ ) in Lastrichtung und fünf Rippen ( $n_{rp} = 5$ ,  $a_r = 0,625$  m) ergibt sich die voll plastische Grenzlast nach Gleichung (148) zu:

$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\left( \sqrt{\left( \frac{\ell_p^2}{h_p^2} \cdot \frac{n_{\ell p} - 1}{2 \cdot n_{rp} \cdot n_{hp}} \cdot (1 + \sqrt{2}) \right)^2 + \left( \frac{n_{\ell p} \cdot \ell_p - a_r}{2 \cdot n_{hp} \cdot h_p} \right)^2} \right)}$$

$$= \frac{10}{\left( \sqrt{\left( \frac{2,5^2}{1,25^2} \cdot \frac{4 - 1}{2 \cdot 5 \cdot 2} \cdot (1 + \sqrt{2}) \right)^2 + \left( \frac{4 \cdot 2,5 - 0,625}{2 \cdot 2 \cdot 1,25} \right)^2} \right)} = 4,22 \frac{kN}{m}$$



**Abbildung 97: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten quer und 2 Platten parallel zur Lastrichtung, 5 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen.**

Nach Hall (s. Abbildung 97) ergibt sich die voll plastische Grenzlast für diese Tafel zu:

$$q_{pl,d,Hall} = \frac{1,338 \text{ kN}}{\frac{0,625 \text{ m}}{2}} = 4,28 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Die drei innen angeordneten Rippen sind dabei vereinfachend zu einer zusammengefasst und weisen die dreifache Eigenbiegesteifigkeit auf. Der Verbund dieser Rippen mit der Beplankung wird ebenso mit dreifacher Steifigkeit und dreifacher Beanspruchbarkeit modelliert. Die Last aus den auflagerfernen Platten wird ausschließlich durch die gemeinsame vertikale Rippe und nicht durch Querkkräfte in Ober- und Untergurt in den Randbereich eingeleitet. Für den maßgebenden Verbundbereich der Randrippe ändert sich durch diese Vereinfachung nichts.

Für drei Plattenreihen ( $n_{hp} = 3$ ) in Lastrichtung und vier Rippen ( $n_{rp} = 4$ ,  $a_r = 0,833 \text{ m}$ ) ergibt sich die voll plastische Grenzlast nach Gleichung (149) zu:

$$q_{pl,d} = 4,27 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Das Stab-Verbund-Modell nach Hall (2012) ergibt eine geringfügig höhere voll plastische Grenzlast (s. auch Anhang D - Abschnitt D.3):

$$q_{pl,d,Hall} = \frac{1,879 \text{ kN}}{\frac{0,833 \text{ m}}{2}} = 4,51 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Da keine Querlasten infolge einer Lasteinleitung für die vertikalen Rippen berücksichtigt werden müssen, verhalten sich die Tafeln des Typen 2 ähnlich einer Lasteinleitung in die Platten bei Tafeltyp 1 und weisen daher nur geringe Umlagerungsmöglichkeiten im Hinblick auf die querbeanspruchten Rippen auf.

## 9 Erweitertes Schubfeldträgermodell – Vergleich elastischer und voll plastischer Grenzlasten

Für lokale Verbundabschnitte wurde in Abschnitt 6.1 festgestellt, dass bei Festlegung der 1,5-fachen Fließverschiebung als übermäßige Randverschiebung der im Rahmen des semi-probabilistischen Sicherheitskonzepts definierte Bemessungszustand dem elastischen Grenzzustand entspricht.

Aus praktischer Sicht stellt diese Festlegung ein erstrebenswertes Ergebnis dar, da dann die Bestimmung der Beanspruchungen und Verformungen von Tafeln auf Basis elastischen Tragverhaltens ermittelt werden kann.

Daher gilt es zu überprüfen, ob diese lokale Festlegung auch auf ganze Tafeln übertragbar ist. Im Folgenden wird für die verschiedenen Tafeltypen untersucht, inwiefern sich größere als die 1,3-fachen Verhältnisse zwischen voll plastischer Grenzlast nach Kapitel 8 und elastischer Grenzlast entsprechend Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017d) ergeben.

### 9.1 Tafeln mit kontinuierlicher Lagerung der Rippen – Vergleich elastische und voll plastische Grenzlasten (Typ 1.1, 1.1b und 1.1c)

Zur Identifikation von Tafeln bei denen sich im voll plastischen Grenzzustand größere als die 1,3-fachen elastischen Grenzlasten ergeben, ist es zweckmäßig das Verhältnis der voll plastischen zur elastischen Grenzlast zu ermitteln.

Die voll plastische Grenzlast ermittelt sich entsprechend Gleichung (96) des Abschnitts 8.3. Die elastische Grenzlast wurde von Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017c, 2017d) bestimmt. Zur direkten Vergleichbarkeit der Gleichungen wurden die Gleichungen der genannten Autoren auf die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Parameter angepasst sowie um eine zusätzliche Gleichung für die Lasteinleitung in die Platte erweitert, wie in Abschnitt 8.3 bereits erläutert, so dass sich die elastische Grenzlast nach Gleichung (152) ergibt.

$$q_{el,d,PRB} = s_{pl} \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot \frac{h}{n_{\ell p} \cdot \ell_v} \\ \left( \sqrt{\left( 2 \cdot \frac{n_{\ell p} - 2}{n_r} + k_q \right)^2 + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1) \right)^2} \right)^{-1} \\ \left( \sqrt{\left( \frac{3n_{\ell p} - 10}{n_r} + k_q \right)^2 + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 3) \right)^2} \right)^{-1} \\ \left( \sqrt{\left( \frac{3n_{\ell p} - 8}{n_r} + k_q \right)^2 + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 3) \right)^2} \right)^{-1} \quad (\text{bei } k_q = 0) \end{array} \right. \quad (152)$$

Während die Platten- und die Rippenanzahl sowie die Lasteinleitung für diesen Vergleich variiert werden, werden die Plattenabmessungen konstant mit  $h = h_p = 2 \cdot \ell_p = 2 \cdot \ell_v = 2,5 \text{ m}$  gehalten.

Die Ergebnisse des Vergleichs von elastischen und voll plastischen Grenzlasten mit den genannten Parametern sind in Abbildung 98 bis Abbildung 100 dargestellt.

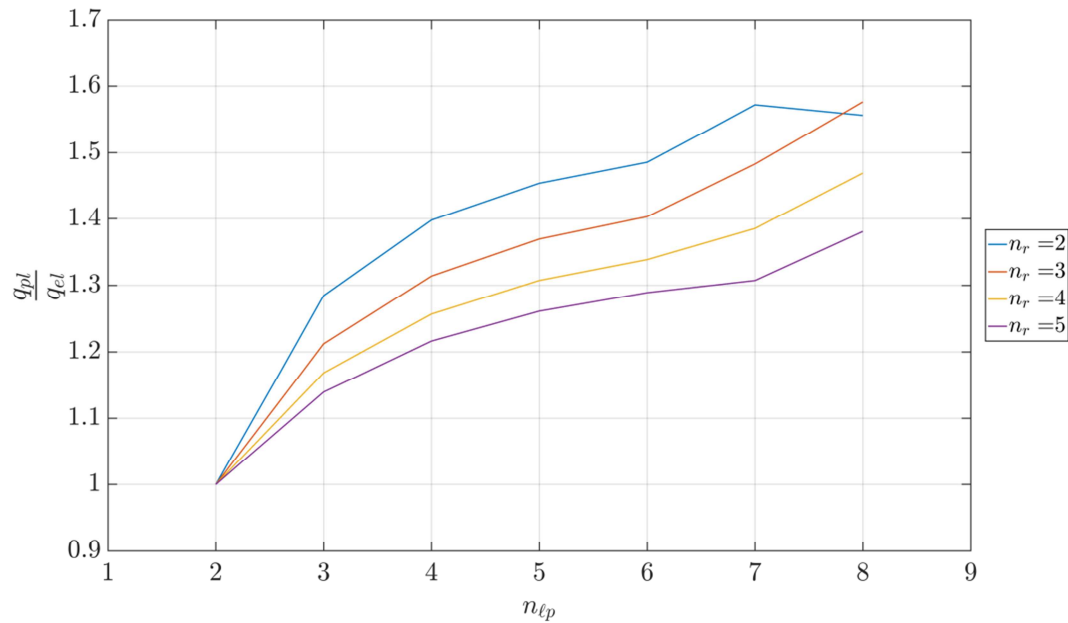


Abbildung 98: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlast bei einseitiger Lasteinleitung

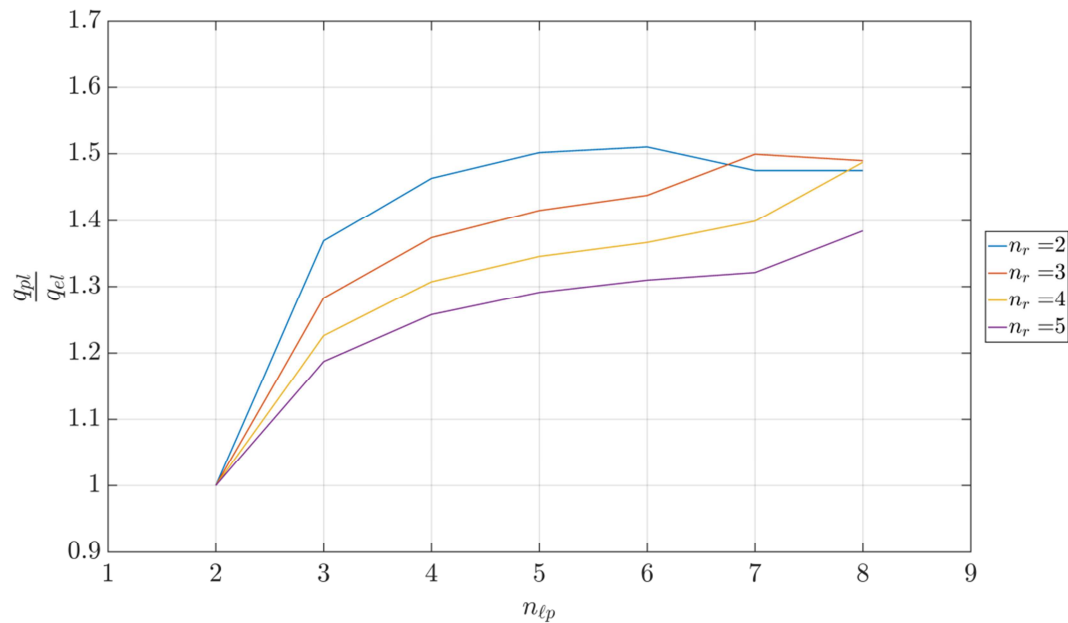


Abbildung 99: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlast bei beidseitiger Lasteinleitung



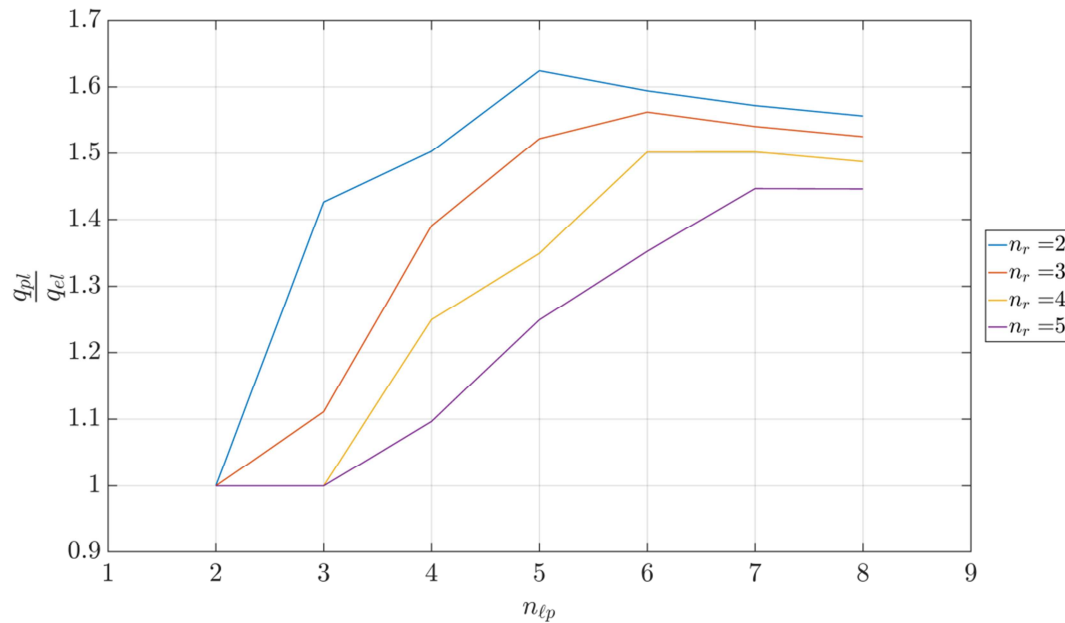


Abbildung 100: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlast bei Lasteinleitung in die Platten

## 9.2 Tafeln mit punktueller Lagerung der Rippen – Vergleich elastische und voll plastische Grenzlasten (Typ 1.2, 1.2b und 1.2c)

Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017c, 2017d) geben keine Bestimmungsgleichungen für die elastische Grenzlast von Tafeln mit punktuell gelagerten Rippen an, sondern empfehlen lediglich diesen Tafeltypen nicht auszuführen.

Wie bereits in Abschnitt 8.4 erläutert, treten derartige Tafeln herstellungsbedingt jedoch auf, so dass sie auch untersucht wurden. Die Bestimmungsgleichungen der elastischen und der voll plastischen Grenzlast sind in den Abschnitten 8.4.2 und 8.4.3 aufgeführt. Wie bei den Tafeln mit kontinuierlicher Lagerung der Auflagerrippe, wurden die Plattenabmessungen konstant mit  $h = h_p = 2 \cdot \ell_p = 2 \cdot \ell_v = 2,5 \text{ m}$  gehalten und die Platten- und die Rippenanzahl variiert. Die Ergebnisse des Vergleichs von elastischer und voll plastischer Grenzlast mit den genannten Parametern sind in Abbildung 101 bis Abbildung 103 dargestellt.

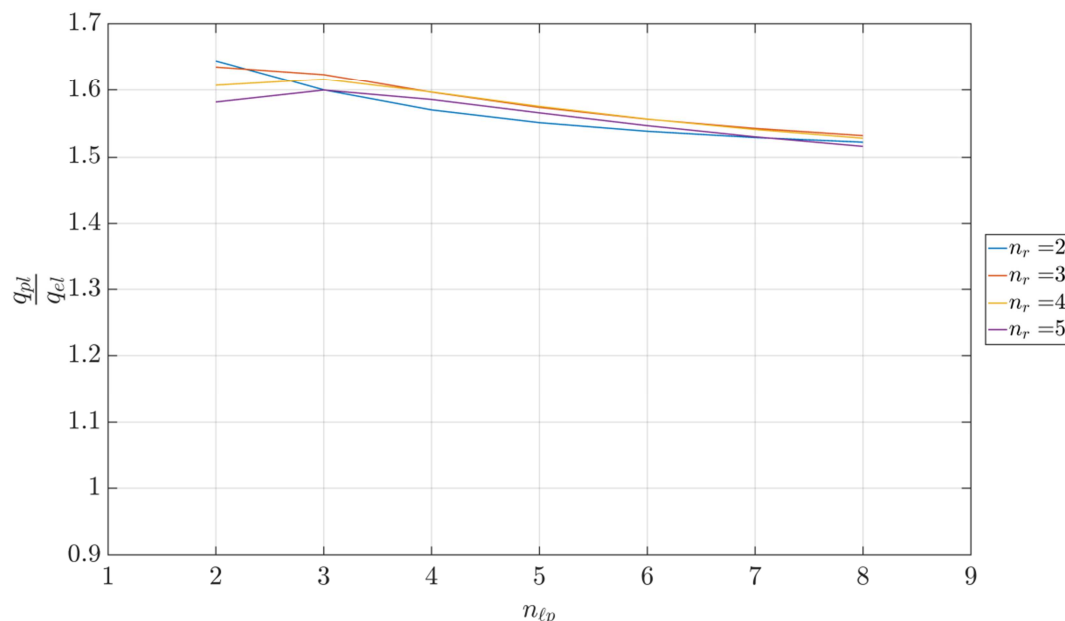


Abbildung 101: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlast bei einseitiger Lasteinleitung

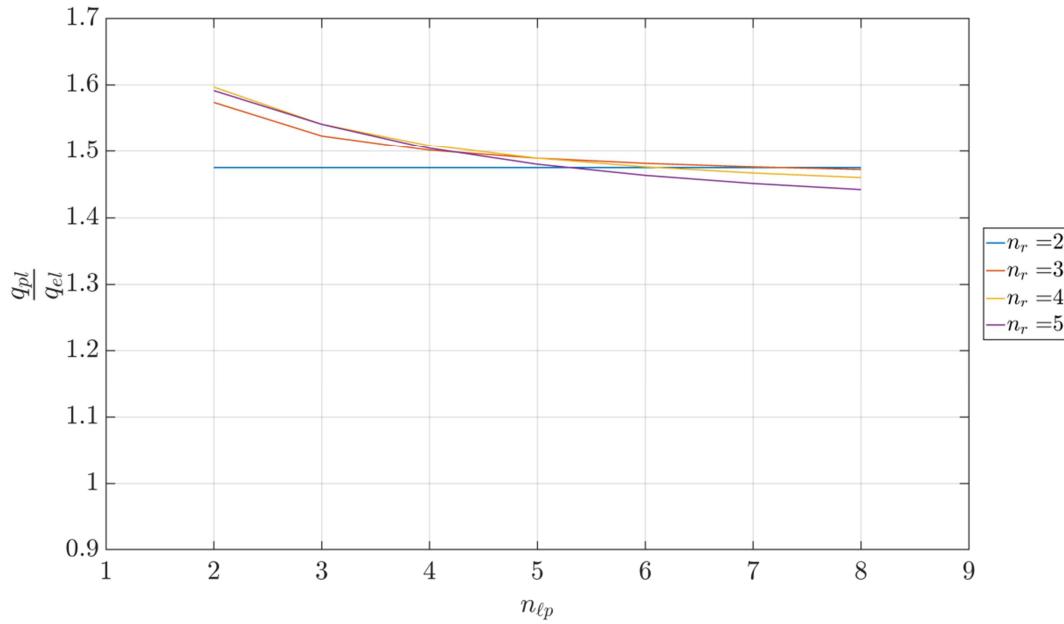


Abbildung 102: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlast bei beidseitiger Lasteinleitung

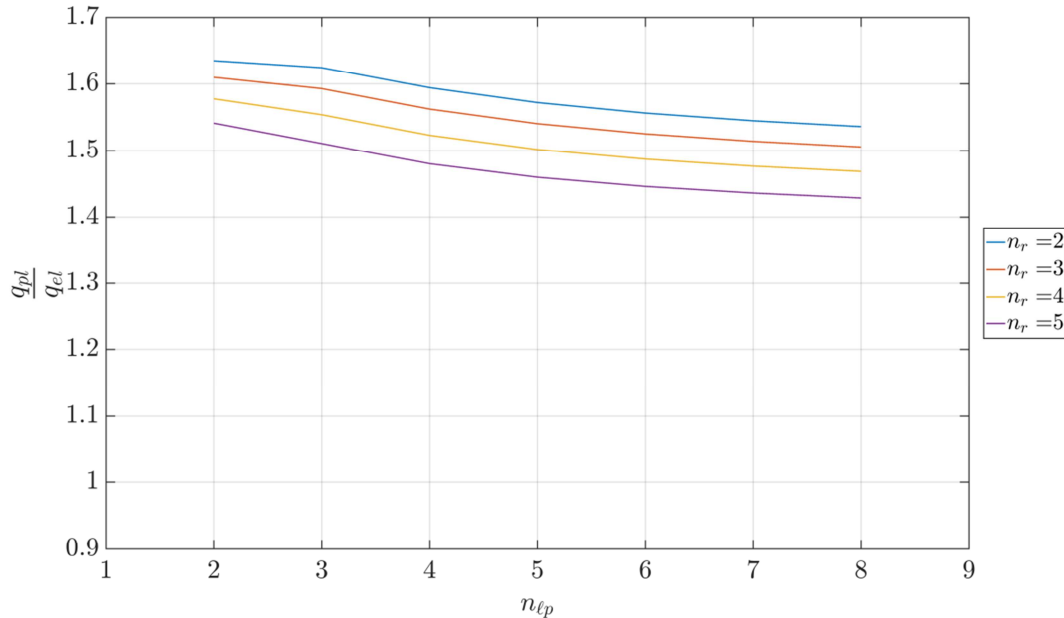


Abbildung 103: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlast bei Lasteinleitung in die Platten

### 9.3 Tafeln mit kontinuierlicher Lagerung der Rippen – Vergleich elastische und voll plastische Grenzlasten (Typ 2.1)

Die voll plastische Grenzlast von Tafeltyp 2 ermittelt sich entsprechend der Gleichungen (150) und (151) des Abschnitts 8.5. Die elastische Grenzlast wurde von Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017d) bestimmt und ist zur Vollständigkeit wiederum in angepasster Form in den Gleichungen (153) und (154) dargestellt. Für die elastische Grenzlast bei zwei Platten in Lastrichtung gilt dann:

$$q_{el,d,PRB} = \frac{s_{pl}}{\left( \sqrt{\left( 2 \cdot \frac{\ell_p}{h_p} \cdot \frac{\ell - \ell_p}{h \cdot n_{rp}} \right)^2 + \left( \frac{\ell - a_r}{2 \cdot h} \right)^2} \right)} \quad (153)$$

Für eine Tafel mit drei oder mehr Platten in Lastrichtung wird die mittlere oder eine der mittleren Platten maßgebend und die elastische Grenzlast ergibt sich zu:

$$q_{el,d,PRB} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(3 \cdot \frac{\ell}{h_p} \cdot \frac{\ell - \ell_p}{n_{rp} \cdot h}\right)^2 + \left(\frac{\ell - a_r}{2 \cdot h}\right)^2}} \quad (154)$$

Während die Platten- und die Rippenanzahl sowie die Lasteinleitung für diesen Vergleich variiert werden, werden die Plattenabmessungen wieder konstant mit  $2 \cdot h_p = \ell_p = 2,5\text{m}$  gehalten. Die Ergebnisse des Vergleichs von elastischer und voll plastischer Grenzlast für zwei Platten in Lastrichtung sind in Abbildung 104 und die für drei und mehr Platten in Abbildung 105 dargestellt. Bei mehr als drei Platten ändert sich zwar die Größe der elastischen und der plastischen Grenzlast, jedoch nichts an deren Verhältnis, so dass die Abbildung allgemeingültig ist.

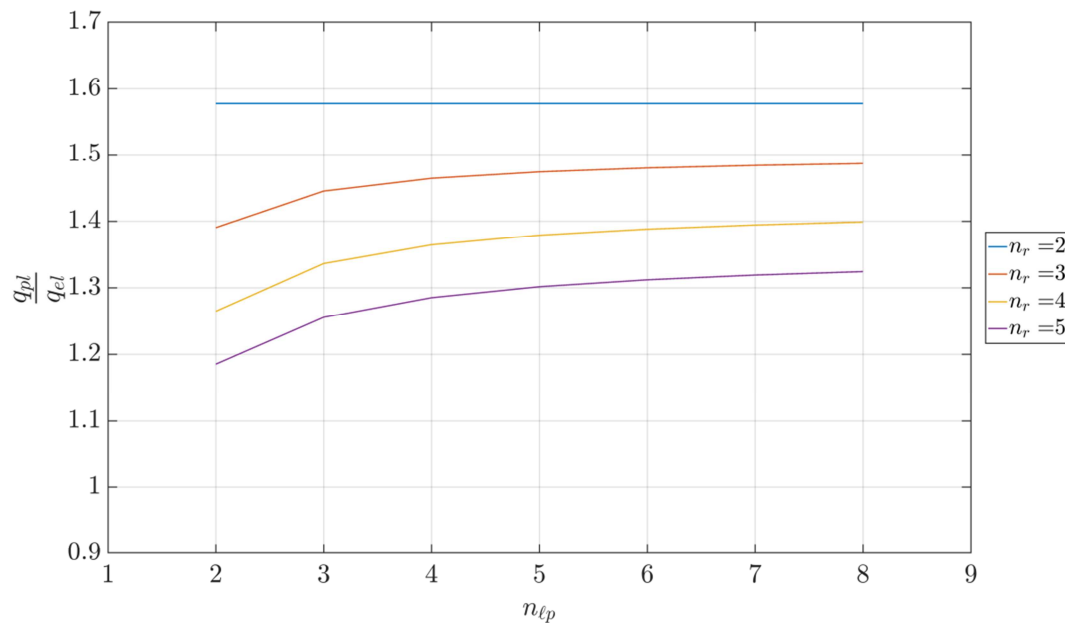


Abbildung 104: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlast bei  $h/h_p = 2$

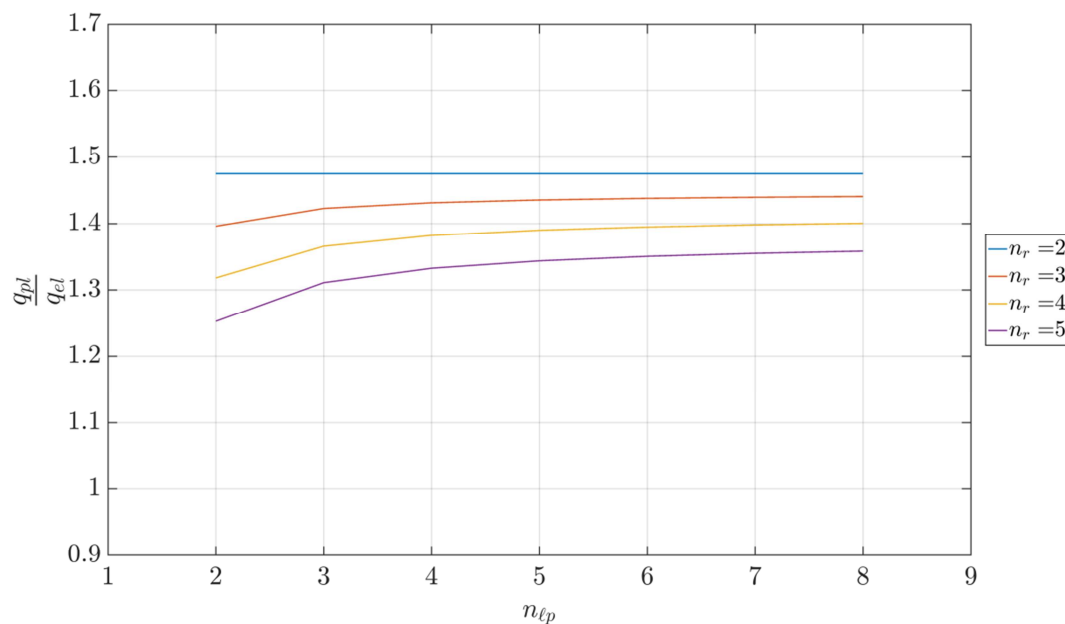


Abbildung 105: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlast bei  $h/h_p > 2$

## 9.4 Interpretation der Ergebnisse

In den Abschnitten 9.1 bis 9.3 sind die rechnerisch möglichen Tragfähigkeitsgewinne von Holztafeln entsprechend der in Kapitel 8 entwickelten Bestimmungsgleichungen dargestellt, die sich bei vollständiger Ausnutzung von plastischen Reserven ergeben. Deutlich erkennbar sind die geringeren Tragfähigkeitsgewinne mit steigender Rippenanzahl. Im Hinblick auf die Anwendung in der Praxis sind im Wesentlichen die Ergebnisse für Deckentafeln mit 4 oder 5 Rippen relevant, da die Rippen gleichzeitig den Deckenbalken darstellen und deren Abstand begrenzt ist.

Für die in der Praxis anwendbaren Tafeltypen 1.1b, 1.1c und 2.1 sind die rechnerischen Tragfähigkeitsgewinne im voll plastischen Grenzzustand auf die 1,3 - 1,4-fachen elastischen Grenzlasten begrenzt. Bei vollständiger Ausnutzung dieser Tragfähigkeitsreserven ergeben sich rechnerisch unendliche lokale Verformungen, so dass eine Übertragbarkeit des genannten lokalen Effektes der 1,5-fachen Fließverschiebung bei 1,3-facher elastischer Grenzlast als Grenzzustand übermäßiger Verschiebung auf ganze Tafeln nicht ohne weiteres möglich ist.

Für die Tafeltypen 1.1, 1.2, 1.2b und 1.2c sind rechnerisch größere Tragfähigkeitsgewinne auch bei einer hohen Rippenanzahl möglich. Jedoch sollten Tafeln des Typs 1.2, 1.2b und 1.2c möglichst vermieden werden und Tafeltyp 1.1 erfordert einen zusätzlichen konstruktiven Aufwand, um die Lasten in die Platten einzuleiten.

Das Modell des erweiterten Schubfeldträgers sieht keine Umlagerung auf die weniger beanspruchten Innenrippen vor, sondern geht bei Überschreiten des elastischen Grenzzustandes davon aus, dass die Normalkräfte in den Ober- und Untergurten sowie die gleichmäßig auf die Verbundreihen aufgeteilten Querkkräfte an den Plattenübergängen linear zur äußeren Einwirkung ansteigen. Aufgrund der vorhandenen Umlagerungsmöglichkeiten können die Ergebnisse der händischen Bestimmungsgleichungen somit als konservativ angesehen werden.

Um diese Umlagerungsmöglichkeiten zu untersuchen, werden die Ergebnisse des Stab-Verbund-Modells (s. Anhang C) verwendet und dabei für drei Tafeln mit jeweils vier Platten und einer Verbundlänge  $l_v$  von 1,25 m die Rippenanzahl und die Lasteinleitung variiert. Bei der Modellierung dieser Tafeln sind die Annahmen des erweiterten Schubfeldträgermodells weiterhin berücksichtigt worden, so dass sich die untersuchten Umlagerungsmöglichkeiten auf die Verteilung der Querkkräfte an den Plattenstößen beschränkt.

Bei der ersten Variante wird eine Deckentafel des Typ 1.1b untersucht. Dabei werden fünf Rippen angeordnet und die Last in den Obergurt eingeleitet ( $k_q = 1$ ). Während im elastischen Grenzzustand die Querkkräfte am Plattenübergang annähernd identisch sind, ist für dieses Beispiel nicht nur eine Umlagerung zu den weniger beanspruchten Bereichen, sondern sogar eine Entlastung des Obergurtes zu erkennen.

Wird die Rippenanzahl von fünf auf drei Rippen reduziert und die Last weiter in den Obergurt eingeleitet, lässt sich auch bei dieser Tafelvariante sowohl eine Umlagerung auf die weniger beanspruchten Bereiche sowie eine Entlastung des Obergurtes feststellen. Im Gegensatz zu der Variante mit fünf Rippen ist die Umlagerung ausgeprägter.

Eine Verteilung der Last auf Ober- und Untergurt bei der Tafelvariante mit drei Rippen (Tafeltyp 1.1c) bewirkt eine geringere Umlagerung auf die weniger beanspruchten Bereiche gegenüber den beiden vorherigen Varianten, da die Last gleichmäßiger in die Tafel eingeleitet wird.

Diese Umlagerungen lassen sich auch bei einer punktuellen Lagerung der Rippen (vgl. Abschnitt 8.4) und bei Tafeltyp 2 (vgl. Abschnitt 8.5) beobachten und sind dabei in Abhängigkeit des Tafeltypen mehr oder weniger ausgeprägt, wie anhand der Unterschiede zwischen den voll

plastischen Grenzlasten der Bestimmungsgleichungen und denen des Stab-Verbund-Modells deutlich wird.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass im elastischen Grenzzustand die Annahme, die Querkräfte am Plattenstoß zu gleichen Anteilen auf die Rippen zu verteilen, zutreffend ist, und sich dies im voll plastischen Grenzzustand in Abhängigkeit der Lasteinleitung und der Rippenanzahl ändert. Die Möglichkeiten zur Umlagerung sind umso ausgeprägter je ungleichmäßiger die Last in die Tafel eingeleitet wird, d.h. die größten Umlagerungen ergeben sich bei Tafeltyp 1 bei Lasteinleitung in den Obergurt.

Bei einer Lasteinleitung in die Platte bei Tafeln mit Rippen quer zur Lastrichtung (Tafeltyp 1) sowie bei Lasteinleitung in die Rippen bei Tafeln mit Rippen parallel zur Lasteinleitung (Tafeltyp 2) sind die Unterschiede der Ergebnisse zwischen den Bestimmungsgleichungen und dem Stab-Verbund-Modells infolge der Lastumlagerungen sehr gering, wie in den Abschnitten 8.3.2, 8.4.4 und 8.5.2 gezeigt werden konnte.

Folge dieser Umlagerungen sind größere Verhältnisse von voll plastischer zu elastischer Grenzlast als die in den Abschnitten 9.1 bis 9.3 dargestellten. Um diese Unterschiede zu verdeutlichen, sind vergleichend die Ergebnisse des Stab-Verbund-Modells, die elastischen Ergebnisse nach Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017d) und die elastischen und voll plastischen Ergebnisse dieser Arbeit für die Beispiele in den Abschnitten 8.3 bis 8.5 in Tabelle 12 dargestellt.

Da die einfachen Bestimmungsgleichungen diese Umlagerungen nicht berücksichtigen, wird im folgenden Kapitel für die in der Praxis anwendbaren Tafeltypen 1.1b, 1.1c und 2.1 das Stab-Verbund-Modell herangezogen, um die Übertragbarkeit des genannten lokalen Effektes der 1,5-fachen Fließverschiebung bei 1,3-facher elastischer Grenzlast als Grenzzustand übermäßiger Verschiebung auf ganze Tafeln numerisch zu überprüfen.

**Tabelle 12: Übersicht Verhältnis voll plastischer zu elastischer Last der in Abschnitt 8.3 bis 8.5 dargestellten Beispiele**

Tafeltyp	Elastische Grenzlast(en)	Voll plastische Grenzlasten	Verhältnis der Grenzlasten
1.1	$q_{el,d,PRB} = 4,68 \frac{kN}{m}$	$q_{pl,d} = 6,33 \frac{kN}{m}$ $q_{pl,d,Hall} = 6,49 \frac{kN}{m}$	$\frac{q_{pl,d,Hall}}{q_{el,d,PRB}} = 1,39 > \frac{q_{pl,d}}{q_{el,d,PRB}} = 1,35$
1.1b	$q_{el,d,PRB} = 4,08 \frac{kN}{m}$	$q_{pl,d} = 5,36 \frac{kN}{m}$ $q_{pl,d,Hall} = 6,23 \frac{kN}{m}$	$\frac{q_{pl,Hall}}{q_{el,d,PRB}} = 1,53 > \frac{q_{pl,d}}{q_{el,d,PRB}} = 1,31$
1.1c	$q_{el,d,PRB} = 4,09 \frac{kN}{m}$	$q_{pl,d} = 5,36 \frac{kN}{m}$ $q_{pl,d,Hall} = 5,87 \frac{kN}{m}$	$\frac{q_{pl,Hall}}{q_{el,d,PRB}} = 1,44 > \frac{q_{pl,d}}{q_{el,d,PRB}} = 1,31$
1.2b	$q_{el,d} = 2,46 \frac{kN}{m}$ $q_{el,d,Hall} = 2,56 \frac{kN}{m}$	$q_{pl,d} = 3,92 \frac{kN}{m}$ $q_{pl,d,Hall} = 4,19 \frac{kN}{m}$	$\frac{q_{pl,d,Hall}}{q_{el,d,Hall}} = 1,64 > \frac{q_{pl,d}}{q_{el,d}} = 1,59$
1.2c	$q_{el,d} = 3,00 \frac{kN}{m}$ $q_{el,d,Hall} = 3,04 \frac{kN}{m}$	$q_{pl,d} = 4,50 \frac{kN}{m}$ $q_{pl,d,Hall} = 5,11 \frac{kN}{m}$	$\frac{q_{pl,d,Hall}}{q_{el,d,Hall}} = 1,68 > \frac{q_{pl,d}}{q_{el,d}} = 1,5$
2.1 – Variante 1	$q_{el,d,PRB} = 3,28 \frac{kN}{m}$	$q_{pl,d} = 4,22 \frac{kN}{m}$ $q_{pl,d,Hall} = 4,28 \frac{kN}{m}$	$\frac{q_{pl,d,Hall}}{q_{el,d,PRB}} = 1,3 > \frac{q_{pl,d,Hand}}{q_{el,d,PRB}} = 1,28$
2.1 – Variante 2	$q_{el,d,PRB} = 3,08 \frac{kN}{m}$	$q_{pl,d} = 4,27 \frac{kN}{m}$ $q_{pl,d,Hall} = 4,51 \frac{kN}{m}$	$\frac{q_{pl,d,Hall}}{q_{el,d,PRB}} = 1,46 > \frac{q_{pl,d,Hand}}{q_{el,d,PRB}} = 1,38$



## 10 Erweitertes Schubfeldträgermodell – Grenzzustand übermäßiger Verformungen

Aufgrund von vorhandenen Umlagerungsmöglichkeiten sind die Ergebnisse einer einfachen händischen Berechnung von voll plastischen Grenzzuständen sehr konservativ gegenüber einer Berechnung mittels der Finite-Elemente-Methode, wie zum Beispiel mit dem Stab-Verbund-Modell von Hall (2012), wie in Abschnitt 9.4 gezeigt wurde. Für die in der Praxis üblichen Tafeltypen 1.1b, 1.1c und 2.1 sind die Umlagerungsmöglichkeiten aufgrund unterschiedlicher Arten der Lasteinleitung sehr unterschiedlich, wie auch Tabelle 12 des Abschnitts 9.4 verdeutlicht.

Innerhalb dieses Kapitels wird anhand einiger Beispiele, gezeigt, dass bei Festlegung des Grenzzustands übermäßiger Verformung als die 1,5-fache Verschiebung im elastischen Grenzzustand der Tafel der im Rahmen des semi-probabilistischen Sicherheitskonzepts definierte Bemessungszustand mindestens dem elastischen Grenzzustand entspricht und damit die Bestimmung der Beanspruchungen und Verformungen auf Basis elastischen Tragverhaltens konservativ ist. Zudem wird gezeigt, dass sich bei annähernd vollständiger Ausnutzung der plastischen Tragreserven lokaler Verbundabschnitte keine übermäßigen Verformungen der ganzen Tafeln einstellen müssen.

Die Modelle dieses Abschnitts sind einerseits so gewählt, dass die Anwendungsgrenzen des Stab-Verbund-Modells von Hall (zum Beispiel die Begrenzung der Plattenknoten oder der maximalen Elementanzahl) auf Grund ihrer Größe nicht überschritten werden. Andererseits sind die Rippenabstände und damit die Anzahl der Verbindungsmittelreihen so gewählt, dass sie mit praxisüblichen Deckenbalkenabständen konform sind (s. Tabelle 13). Die Tafeln sind weiterhin entsprechend der Annahmen des erweiterten Schubfeldträgermodells (s. Abschnitt 1.2) modelliert, so dass sich die Umlagerungsmöglichkeiten lediglich auf die Verteilung der Querkkräfte an den Plattenübergängen beschränken. Die Rippen werden bei allen Modellen als starre Rippen mit Gelenken an den Plattenübergängen modelliert, die Verbundbeanspruchbarkeit  $s_{pl}$  wird zu 10 N/mm und die Verbundsteifigkeit  $k$  zu 10 N/mm<sup>2</sup> angenommen.

**Tabelle 13: Parameter der Beispiele dieses Abschnitts**

Tafeltyp	$n_{tp}$	$n_{hp}$	$n_r / n_{rp}$
1.1b	4	1	5
1.1c	6	1	5
2.1 – Variante 1	4	2	5
2.1 – Variante 2	4	3	4

Für das Beispiel des Tafeltypen 1.1b ergibt sich die elastische Grenzlaster nach Gleichung (152) zu:

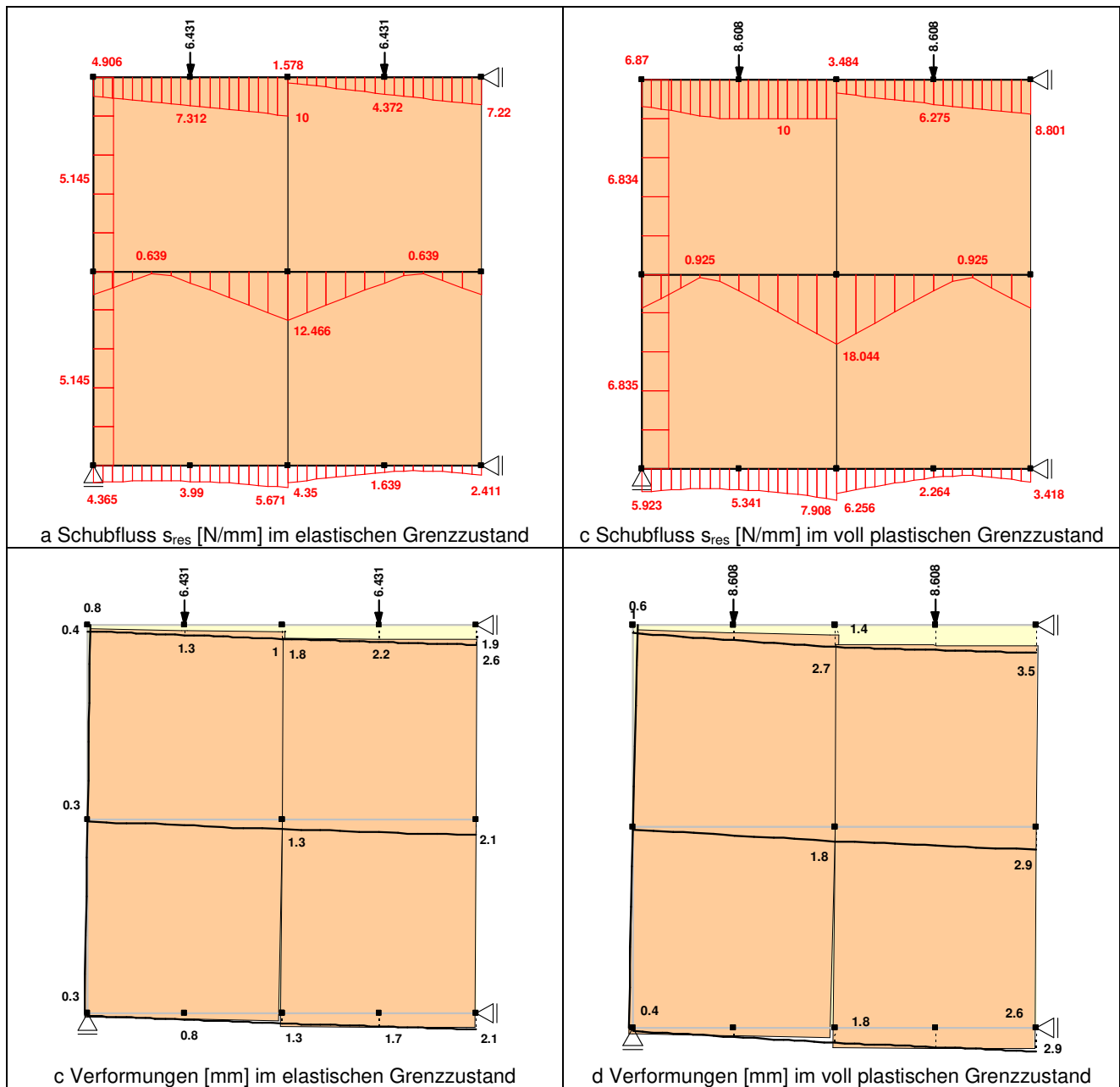
$$q_{el,d,PRB} = 5,13 \frac{kN}{m}$$

Nach dem Stab-Verbund-Modell von Hall ergibt sich ein geringfügig anderer Wert für die elastische Grenzlaster (s. Abbildung 106):

$$q_{el,d,Hall} = \frac{6,431 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} = 5,15 \frac{kN}{m}$$

Da im elastischen Grenzzustand noch keine Umlagerungen innerhalb der Tafel auftreten, sind die Unterschiede der Grenzlaster des Stab-Verbund-Modells und der von Kessel, Sieder, Colling und

Janßen (2017d) auf Basis des erweiterten Schubfeldträgermodells nach Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a) vernachlässigbar gering.



**Abbildung 106: Elastischer Grenzzustand und voll plastischer Grenzzustand<sup>16</sup> einer Deckentafel Typ 1b aus 4 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt**

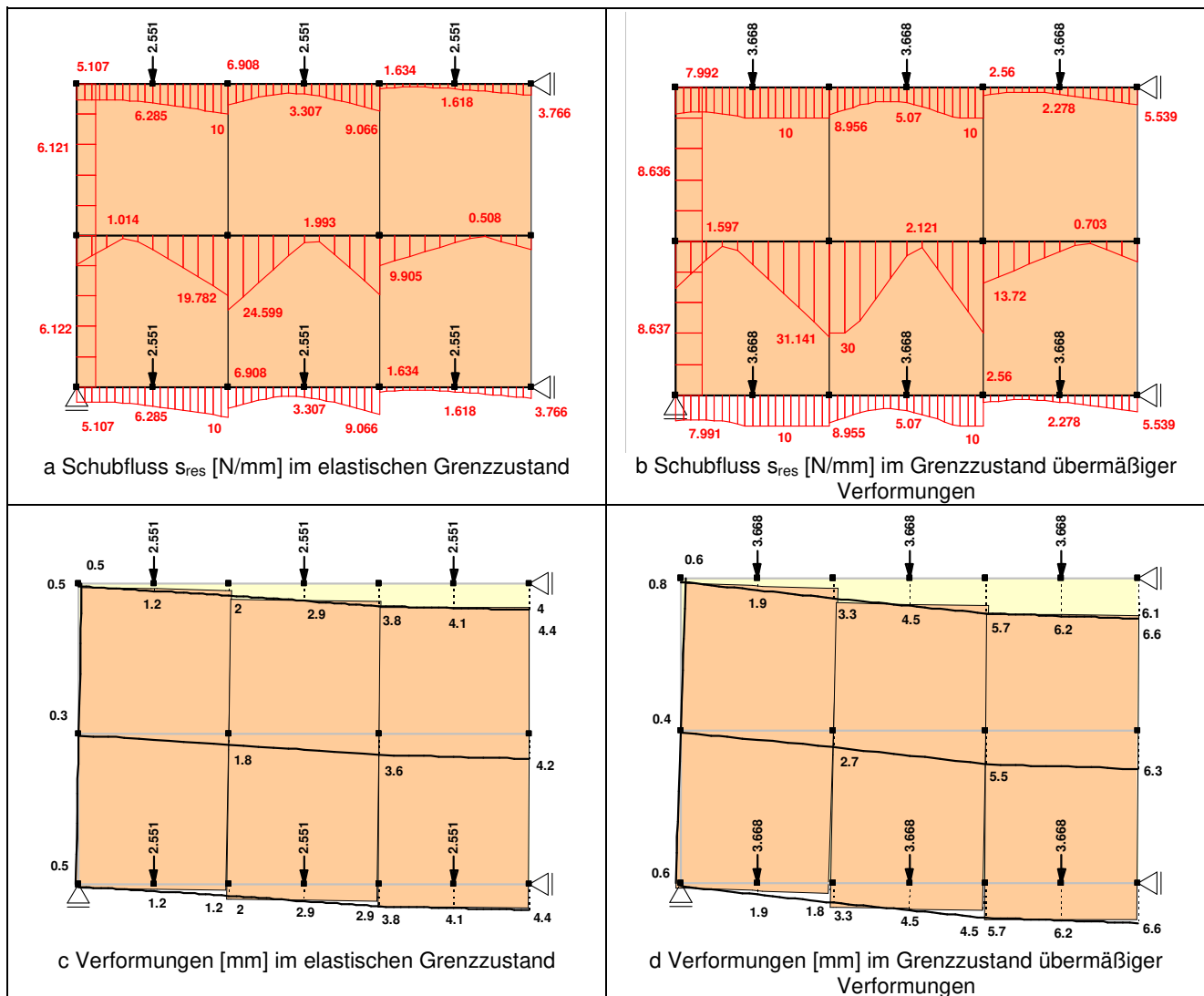
Die Tragfähigkeit dieser Tafel wird durch den voll plastischen Grenzzustand (s. Abbildung 106), und nicht durch die 1,5-fachen Verschiebungen im elastischen Grenzzustand begrenzt. Es ergibt sich aber eine mehr als 1,3-fache Beanspruchbarkeit im elastischen Grenzzustand und damit aufgrund der Umlagerungen ein deutlich größerer Tragfähigkeitsgewinn gegenüber den Ergebnissen bei Anwendung der Bestimmungsgleichungen, bei denen das Verhältnis bei ungefähr 1,2 liegt (vgl. Abbildung 98).

$$\frac{q_{pl,d,Hall}}{q_{el,d,Hall}} = \frac{8,608 \text{ kN}}{6,431 \text{ kN}} = 1,34$$

<sup>16</sup> Das Stab-Verbund-Modell gibt im voll plastischen Grenzzustand die Ergebnisse des Lastschrittes bevor das Gesamtmodell kinematisch wird aus. Daher weist die Tafel noch eine Reststeifigkeit auf und es können Verformungen angegeben werden.



Beim Beispiel des Tafeltyp 1c entspricht wiederum die elastische Grenzlaster nach Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017d) (s. Tabelle 12) der des Stab-Verbund-Modells (s. Abbildung 107). Wie in Tabelle 12 dargestellt, ergibt sich durch die Umlagerungsmöglichkeiten ein größerer Tragfähigkeitsgewinn durch Ausnutzung plastischer Reserven beim Stab-Verbund-Modell gegenüber den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Bestimmungsgleichungen. In dem in Abbildung 107 dargestellten Beispiel sind der Grenzzustand übermäßiger Verformungen und der voll plastische Grenzzustand beim Stab-Verbund-Modell identisch und entsprechen dem 1,44-fachen der elastischen Grenzlaster, so dass sich bei der Annahme der 1,3-fachen elastischen Grenzlaster als charakteristischer Wert der Beanspruchbarkeit geringere als die 1,5-fachen Verschiebungen im elastischen Grenzzustand ergeben.

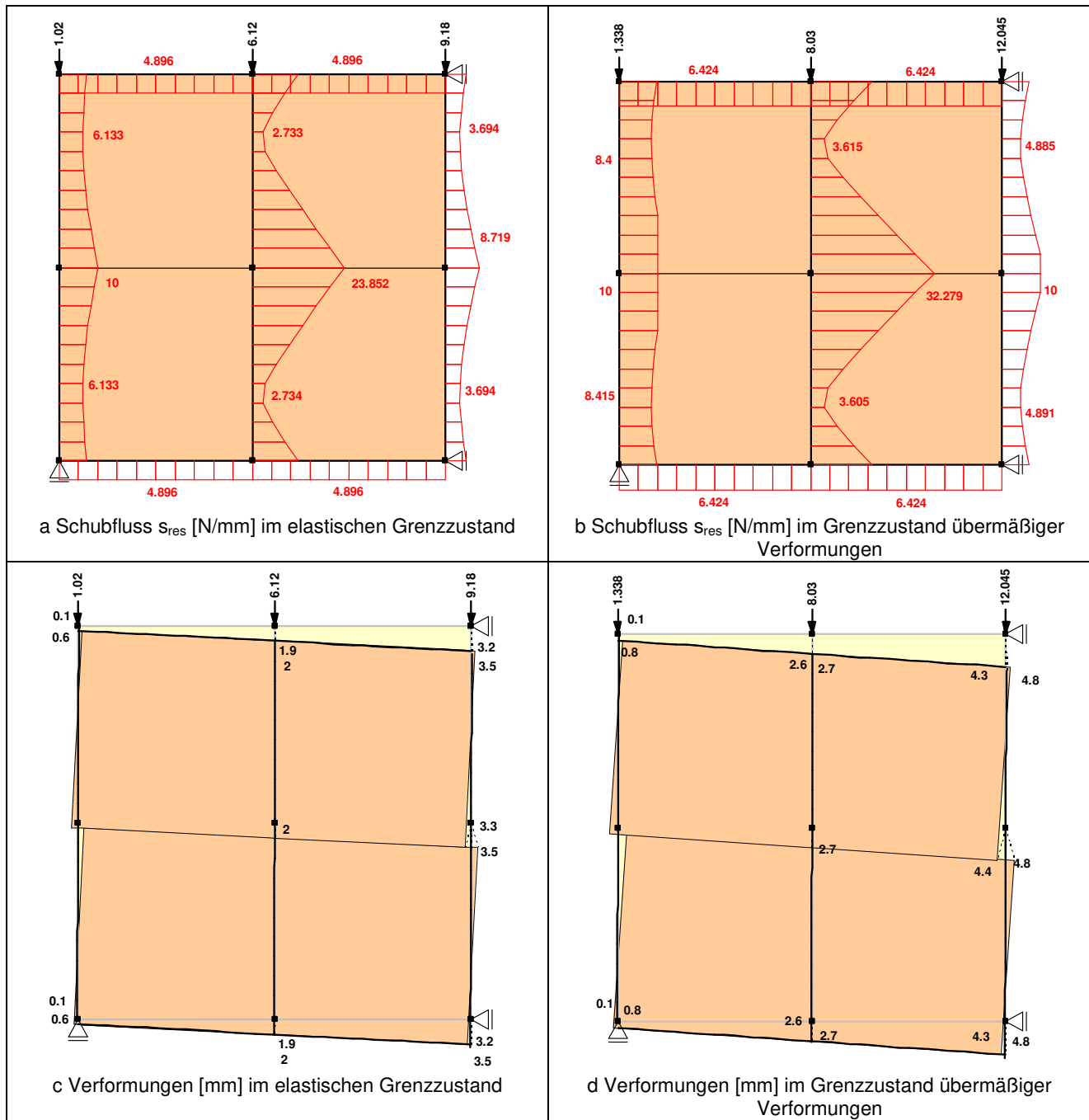


**Abbildung 107: Elastischer Grenzzustand und Grenzzustand übermäßiger Verformung (in diesem Fall auch voll plastischer Grenzzustand<sup>17</sup>) einer Deckentafel Typ 1c aus 6 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lastenleitung in Ober- und Untergurt**

Die elastische Grenzlaster nach Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017d) (s. Tabelle 12) und die des Stab-Verbund-Modells (s. Abbildung 108) sind auch bei dem ersten Beispiel des Tafeltyp 2.1 quasi identisch. Bei dieser Tafel gibt es nur geringe Umlagerungsmöglichkeiten, so dass die Ergebnisse der Bestimmungsgleichungen und die des Stab-Verbund-Modells im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand, der in diesem Fall dem Grenzzustand übermäßiger Verformungen entspricht, nur geringfügig voneinander abweichen. Zudem sind die

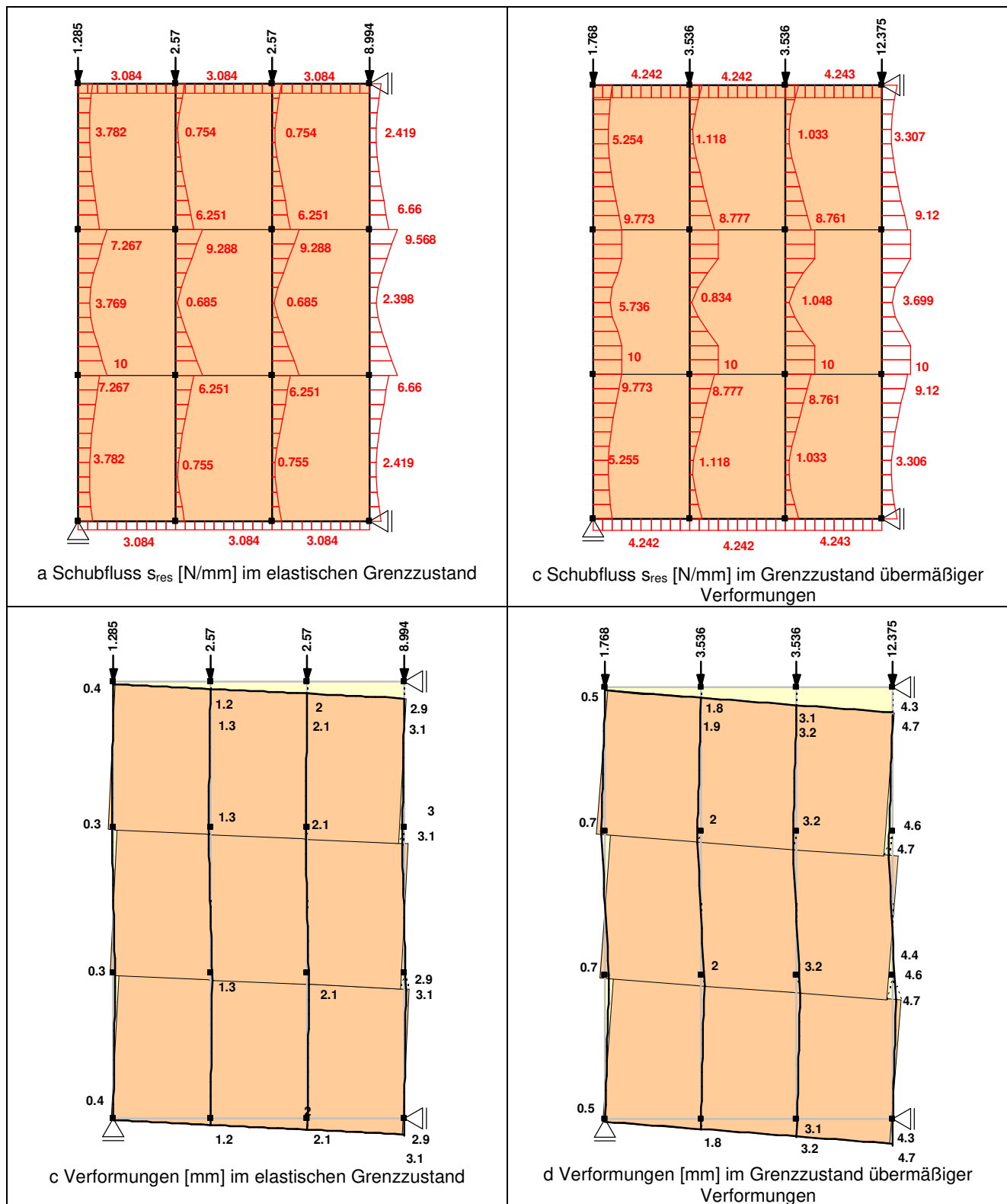
<sup>17</sup> s. Fußnote 16

Tragfähigkeitsgewinne bei Ausnutzung plastischer Reserven nur minimal größer als das 1,3-fache der elastischen Grenzlasterlast (vgl. Tabelle 12 und Abbildung 108), so dass die Annahme der elastischen Grenzlasterlast als Bemessungswert der Tragfähigkeit zwar zutreffend, aber nur in geringem Maße konservativ ist.



**Abbildung 108: Elastischer Grenzzustand und Grenzzustand übermäßiger Verformung (in diesem Fall auch voll plastischer Grenzzustand)<sup>18</sup> einer Deckentafel Typ 2.1 aus 4 Platten quer und 2 Platten parallel zur Lastrichtung, 5 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen.**

<sup>18</sup> s. Fußnote 16



**Abbildung 109: Elastischer Grenzzustand und Grenzzustand übermäßiger Verformung einer Deckentafel Typ 2.1 aus 4 Platten quer und 3 Platten parallel zur Lastrichtung, 4 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen.**

Auch bei der zweiten Variante des Tafeltypen 2.1 ergibt sich bei der elastischen Grenzlastergebnisse des Stab-Verbund-Modells (s. Abbildung 109) und der nach Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017d) (s. Tabelle 12). Für dieses Beispiel entspricht die Grenzlastergebnisse des Stab-Verbund-Modells (s. Abbildung 109) der voll plastischen Grenzlastergebnisse der Bestimmungsgleichung (s. Tabelle 12). Aufgrund geringer,

aber vorhandener Umlagerungsmöglichkeiten ist die voll plastische Grenzlast nach dem Stab-Verbund-Modell etwas größer (s. Tabelle 12 und Anhang D - Abschnitt D.3)

$$q_{pl,d} = 4,27 \frac{kN}{m} \approx q_{1,5,d,Hall} = \frac{1,768 kN}{0,833 m/2} = 4,24 \frac{kN}{m} < q_{pl,d,Hall} = 4,51 \frac{kN}{m}$$

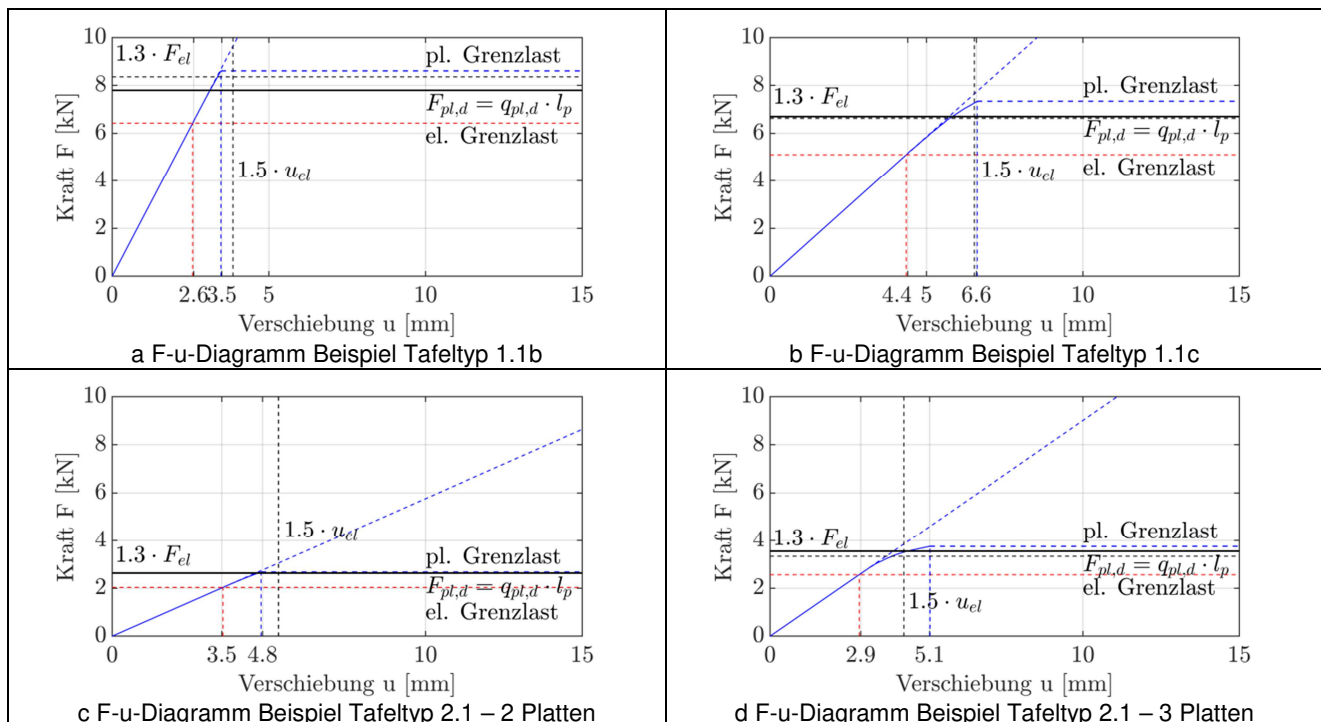
Diese Grenzlast ist jedoch größer als die 1,3-fache elastische Grenzlast nach beiden genannten Verfahren und somit ist auch für diese Tafel die Annahme der elastischen Grenzlast als Bemessungswert der Tragfähigkeit konservativ.

Mit Hilfe der Ergebnisse des Stab-Verbund-Modells, deren erweiterte Darstellung sich in Anhang E befindet, konnte gezeigt werden, dass die Annahme die 1,3-fache elastische Grenzlast als charakteristischen Wert der Beanspruchbarkeit für praxisübliche Tafeln anzusehen konservativ gewählt ist, sofern die 1,5-fachen Verschiebungen im elastischen Grenzzustand als Grenzzustand übermäßiger Verformungen akzeptiert werden.

Zur Verdeutlichung dieser Aussagen sind in Abbildung 110 die Last-Verschiebungsdiagramme der in diesem Kapitel behandelten Tafeltypen vergleichend aufgeführt. Es ist dabei zum einen erkennbar, dass die 1,3-fache elastische Grenzlast nie größer als die voll plastische Grenzlast des Stab-Verbund Modells ist, und zum anderen, dass die Verschiebungen der Tafel beim Erreichen dieser Last für jedes Beispiel geringer als die 1,5-fachen Verschiebungen im elastischen Grenzzustand sind.

Um jedoch alle Varianten von Tafeln mit ausreichendem Sicherheitsniveau abzudecken und für eine Handrechnung zugänglich zu machen, wird konservativ vorgeschlagen den Nachweis des Verbundes zwischen Rippen und Beplankung folgendermaßen zu führen:

$$q_d \leq \min \begin{cases} 1,3 \cdot q_{el,d,PRB}^{19} \\ q_{pl,d} \end{cases} \quad (155)$$



**Abbildung 110: Gegenüberstellung F-u-Diagramme für die beispielhaften Tafeltypen dieses Abschnitts**

<sup>19</sup> Bei Deckentafeln der Typen 1.2, 1.2b und 1.2c ist  $q_{el,d}$  entsprechend Abschnitt 8.4.2 dieser Arbeit zu ermitteln.

## 11 Zusammenfassung und Ausblick

Die Berechnung von ebenen Holztafeln erfolgt gegenwärtig mit Hilfe des Schubfeldträgermodells, bei dem unter anderem die Verbünde von Rippen und Platten ausnahmslos durch  $s_0$  beansprucht werden. Bei Überschreitung der Anwendungsgrenzen des Schubfeldträgermodells, wie zum Beispiel durch das Vorhandensein von freien Plattenrändern bei Deckentafeln, werden die Verbünde zusätzlich durch  $s_{90}$  beansprucht.

Um diese kombinierte Beanspruchung zu berücksichtigen, sind im Rahmen dieser Arbeit Rechenmodelle und -verfahren entwickelt worden, die die Bestimmung von Verbundgrößen  $P_0$ ,  $P_{90}$  und  $M$  im elastischen, plastischen und voll plastischen Zustand und für gegebene lokale Verformungen eines Verbundes von Rippe und Platte ermöglichen. Zur Beschreibung der Beanspruchungen des Verbunds werden die über die Verbundlänge  $\ell_v$  veränderlichen Beanspruchungen  $s_0$  parallel zur Rippenachse und  $s_{90}$  senkrecht zur Rippenachse in äquivalente Verbundgrößen  $P_0$ ,  $P_{90}$  und  $M$  umgerechnet. Aufbauend auf der Dissertation von Hall (2012) ist die dort enthaltene analytische Lösung für den voll plastischen Grenzzustand mit nichtlinearen Verläufen der Verbundbeanspruchungen, die jedoch nur mit Hilfe eines Iterationsprozesses auf ganze Tafeln übertragen werden kann, dahingehend vereinfacht, dass die Verläufe der Verbundbeanspruchungen als linear bzw. als konstant angesehen werden und somit die Grundlage für die Übertragung auf ganze Tafeln geschaffen worden. Durch diese Vereinfachung konnten zudem Isoflächen für die Interaktion von  $P_0$ ,  $P_{90}$  und  $M$  im elastischen, im ersten plastischen, im voll plastischen und im Grenzzustand übermäßiger Verschiebungen angegeben werden.

Als statisches Modell des Verbundes wurde vereinfachend eine kontinuierliche Verbindung der Steifigkeit  $k$  in  $\text{N/mm}^2$  eines elastischen, ideal plastischen Stoffgesetzes gewählt, obwohl die Verbindung durch diskret wirkende stabförmige Verbindungsmittel der Steifigkeit  $K$  in  $\text{N/mm}$  erzeugt wird. Durch den Vergleich mit einem diskreten Verbundmodell mit der Steifigkeit  $K$  eines wirklichkeitsnäheren quasi nichtlinearen Stoffgesetzes konnten die in vertretbarem Maß konservativen Ergebnisse des vereinfachten Modells gezeigt werden.

Die für den Verbund entwickelten Rechenmodelle und -verfahren basieren auf der Annahme starrer Rippen und Platten. Während die Platten in ihrer Wirkung als Scheiben ohne Zweifel steif genug sind, um sie ohne weiteren Nachweis statisch als starr betrachten zu können, gilt diese Aussage für die Rippen nur mit erheblichen Einschränkungen. Um die Rippen im statischen Modell dennoch als starr betrachten zu können, wurden zum einen Grenzwerte für die Annahme der Rippe als starr und zum anderen ein Korrekturbeiwert, falls die Rippe nicht als starr angenommen werden kann, angegeben, durch den die so berechnete Beanspruchung des Verbundes entsprechend der tatsächlich vorhandenen Beanspruchung der elastischen Rippe erhöht werden kann. Für die im weiteren Verlauf der Arbeit entwickelten Bestimmungsgleichungen wurde die Rippe als starr angenommen. Aufbauend auf dieser Arbeit sollte der Einfluss der tatsächlich vorhandenen Rippensteifigkeit genauer untersucht werden.

An einigen wichtigen Beispielen konnte gezeigt werden, wie sich die lokalen Verbundgrößen aus dem statischen Modell einer Tafel berechnen lassen. Die berechneten lokalen Verformungen der Verbünde und der globalen Verformungen von Kleintafeln wurden experimentell in sechs Beanspruchungssituationen an insgesamt 50 Kleintafeln bei Variation der Rippenabmessungen, des Plattenmaterials und des Abstandes der Verbindungsmittel überprüft und konnten bestätigt werden.

In einem nächsten Schritt konnte mit Hilfe des erweiterten Schubfeldträgermodells die Übertragbarkeit der lokalen Verbundgrößen auf Deckentafeln gezeigt werden. Dadurch konnten für die von Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018) definierten Tafeltypen 1 und 2 Bestimmungsgleichungen im Traglastzustand entwickelt werden. Mit Hilfe des Stab-Verbund-Modells von Hall (2012) wurden diese überprüft und deren Konservativität aufgrund der Umlagerungsmöglichkeiten in den Tafeln quantifiziert.

Darüber hinaus konnte für die in dieser Arbeit behandelten Tafeln bestätigt werden, dass der im Rahmen des semi-probabilistischen Sicherheitskonzeptes definierte Bemessungszustand dem elastischen Grenzzustand der Tafel entspricht, wenn die 1,5-fache Verschiebung im elastischen Grenzzustand der Tafel als Grenzzustand übermäßiger Verschiebung festgelegt wird.

Durch die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Bestimmungsgleichungen ist eine planmäßige und vor allem einfach berechenbare Nutzung plastischer Reserven von Holztafelkonstruktionen möglich, was eine wirtschaftliche Verbesserung gegenüber den in DIN EN 1995-1-1/NA vorgeschriebenen pauschalen Abminderungen bei freien Plattenrändern bedeutet.

Die einfachen Bestimmungsgleichungen ermöglichen eine Handrechnung und ersparen somit eine aufwändige nichtlineare FEM-Analyse der Tafelkonstruktion, wie Colling, Kessel, Sieder und Janßen (2018) in der Ausgabe von holzbau statik aktuell (03 | 2018 -11) zeigen. Um jedoch alle Varianten von Tafeln mit ausreichendem Sicherheitsniveau abzudecken, wird es als zweckmäßig angesehen den dort vorgeschlagenen Nachweis des Verbundes zwischen Rippen und Beplankung an Gleichung (155) anzupassen:

$$q_d \leq \min \left\{ \begin{array}{l} k_{pl} \cdot q_{el,d,PRB}^{20} \\ q_{pl,d} \end{array} \right. \text{ mit } k_{pl} = 1,3$$

Die in dieser Arbeit entwickelten Bestimmungsgleichungen für den voll plastischen Grenzzustand gelten für stets gleiche Längen  $l_p$  der Platten einer Tafel. Um die Ergebnisse in der Praxis anwenden zu können, sollten die Gleichungen für ungleiche Plattenlängen erweitert werden.

Bereits zur Kammer (2006) stellte bei einer Analyse des Stands der Forschung von Wandtafeln fest, „dass das Tragverhalten einzelner Holztafeln durch FE-Modelle sehr gut beschrieben und durch ingenieurmäßige Bestimmungsgleichungen eine gute Abschätzung der Tragfähigkeit und Steifigkeit angegeben werden kann.“ Zum Tragverhalten von Wandtafelgruppen, die sich als Konsequenz aus der Grundrissgestaltung aus einzelnen Wandtafeln in L-, T- oder U-Stellung bilden, und ihrem räumlichen Zusammenwirken mit den Deckentafeln, die in der Regel als starre Scheiben angenommen werden, fehlen wissenschaftliche Untersuchungen. Solche Untersuchungen besitzen erhebliche ökonomische und bauaufsichtliche Bedeutung, da auf dem derzeitigen Stand der Forschung der Entwurf solcher Gebäude mit einem auf die Wirtschaftlichkeit abgestimmten Ausnutzungsgrad nicht gewährleistet werden kann.

Ziel zukünftiger Forschungsvorhaben sollte es sein, unter Einbeziehung der im Rahmen dieser Arbeit erzielten Ergebnisse für Deckentafeln das räumliche Tragverhalten mehrgeschossiger Gebäude in Holztafelbauart unter horizontaler Einwirkung zu untersuchen und durch zweidimensionale Tragwerksmodelle zu beschreiben, so dass die genannten Anforderungen an einen Entwurf gewährleistet werden können. Diese Modelle sollten das komplexe räumliche Tragverhalten des Gebäudes möglichst genau beschreiben, aber gleichzeitig einfach anwendbar sein, um dem Tragwerksplaner ein wirtschaftliches Arbeiten in der Planungsphase des Gebäudes zu ermöglichen.

<sup>20</sup> Bei Deckentafeln der Typen 1.2, 1.2b und 1.2c ist  $q_{el,d}$  entsprechend Abschnitt 8.4.2 dieser Arbeit zu ermitteln.

## 12 Literatur

- Anders, C. (2007): *Traglastverfahren für Holztafeln*. Diplomarbeit, Labor für Holztechnik (LHT), HAWK Hildesheim
- Anheier, D. (2013): *Holztafeln mit querbeanspruchten Rippen*. Masterarbeit, Institut für Baukonstruktion und Holzbau, TU Braunschweig
- Chen, W-F.; Atsuta, T. (1976): *Theory of Beam-Columns*. Volume 1, MacGraw Hill
- Czerwenka, G.; Schnell, W. (1967): *Einführung in die Rechenmethoden des Leichtbaus*. Bibliographisches Institut Mannheim, Hochschultaschenbücher-Verlag
- Czieselski, E.; Raabe, B., Wagner, C. (1978): *Dachscheiben aus Spanplatten*, Forschungsbericht, Institut für Baukonstruktion und Festigkeit – Fachgebiet Massivbau, Technische Universität Berlin
- Colling, F., Kessel, M.H.; Sieder, M., Janßen P. (2018): *Bemessung von aussteifenden Deckentafeln*. holzbau statik aktuell 03 | 2018-11, Informationsdienst Holz, Holzbau Deutschland-Institut
- Dettmann, O. (2003): *Entwicklung von Modellen zur Abschätzung der Steifigkeit und Tragfähigkeit von Holztafeln*, Dissertation, Technische Universität Braunschweig
- DIN EN 1995-1-1:2010-12 (2010): *Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten – Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau. Deutsche Fassung EN 1995-1-1:20004 + AC:2006 + A1:2008*, Beuth Verlag Berlin
- DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08 (2013): *Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 5 Bemessung und Konstruktion von Holzbauten – Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau*, Beuth Verlag Berlin
- DIN EN 26891:1991-07 (1991): *Holzbauwerke – Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln, Allgemeine Grundsätze für die Ermittlung der Tragfähigkeit und des Verformungsverhaltens*, Beuth Verlag Berlin
- Ebner, H. (1933): *Die Beanspruchung dünnwandiger Kastenträger auf Drillung bei behinderter Querschnittsverwölbung*, Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, 24. Jahrg., S. 645-655 und S. 684-692
- Ebner, H., Köller, H. (1937): *Zur Berechnung des Kraftverlaufs in versteiften Zylinderschalen*, Luftfahrtforschung, 1937, Bd. 14, S. 607-62
- Fuentes, S. (2013): *Comportement mécanique de planchers diaphragmes en bois – semi-rigidité et résistance pour une situation sismique*, Dissertation, Université Blaise Pascal – Clermont II:
- Hahn, J. (1981): *Durchlaufträger, Rahmen, Platten und Balken auf elastischer Bettung*, 13. Auflage, Werner-Verlag, Düsseldorf
- Hall, C. (2012): *Methoden zur elastischen und plastischen Modellierung von scheibenartig beanspruchten Holztafeln*, Dissertation, Institut für Baukonstruktion und Holzbau, TU Braunschweig
- Hall, C. (2010): *Traglasttheorie für Holztafelwände*, Tagungsband Forschungskolloquium Holzbau Forschung + Praxis, Kap. I-c, Universität Stuttgart
- Hertel, H. (1960): *Leichtbau: Bauelemente, Bemessung und Konstruktion von Flugzeugen und anderen Leichttragwerken*, Springer Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg
- Kessel, M.H.; Schönhoff, T. (2001): *Entwicklung eines Nachweisverfahrens für Scheiben auf der Grundlage von Eurocode 5 und DIN 1052 neu*. Abschlussbericht AiF 12100 N, Institut für Baukonstruktion und Holzbau, Technische Universität Braunschweig
- Kessel M. H. (2002): *DIAMO Diaphragm Modeling*, Copyright Ingenieurbüro kgs



- Kessel M. H. (2003): *Tafeln - Eine elastische, geometrisch lineare Beschreibung*. Holzbau Kalender 599 - 632, Bruderverlag Karlsruhe
- Kessel, M. H., Hall, C. (2011): *Enhanced model of the nonlinear load-bearing behaviour of wood shear walls and diaphragms*. In: Proceedings of CIB-W18, paper 44-15-6, Alghero, Italy
- Kessel, M.H.; Anheier, D. (2017a): *Entwicklung einer Traglasttheorie für Holztafeln*. Abschlussbericht DFG KE 901/4-3 (Kurzfassung), Institut für Baukonstruktion und Holzbau, Technische Universität Braunschweig
- Kessel M.H.; Schierbaum S.; Polatschek, Th.; Augustin, R. (2017b): *Versuchsbericht F0714*, Labor für Holztechnik (LHT), HAWK Hildesheim
- Kessel, M. H.; Sieder, M.; Colling, F.; Janßen, P. (2017c): *Erarbeitung eines Rechenverfahrens zur Berücksichtigung von freien Stößen bei der Bemessung von Deckenscheiben in Holztafelbauart (erweiterte Schubfeldtheorie) - Teilbericht A: Erweiterung des Schubfeldmodells*. PRB-Teilprojekt 4.5 + 4.6
- Kessel, M. H.; Sieder, M.; Colling, F.; Janßen, P. (2017d): *Erarbeitung eines Rechenverfahrens zur Berücksichtigung von freien Stößen bei der Bemessung von Deckenscheiben in Holztafelbauart (erweiterte Schubfeldtheorie) - Teilbericht B: Nachweise der Tragfähigkeit*. PRB-Teilprojekt 4.5 + 4.6
- Kessel, M. H.; Sieder, M.; Colling, F.; Janßen, P. (2017e): *Erarbeitung eines Rechenverfahrens zur Berücksichtigung von freien Stößen bei der Bemessung von Deckenscheiben in Holztafelbauart (erweiterte Schubfeldtheorie) - Teilbericht C: Nachweise der Gebrauchstauglichkeit*. PRB-Teilprojekt 4.5 + 4.6
- Kessel, M.; Sieder, M.; Anheier, D.; Janßen, P. (2018a): *Floor panels with free edges. Extension of the shear field girder*. In: Dill-Langer, G. (ed.): *Timber: Bonds, Connections, Structures. Commemorative publication honoring Simon Aicher on the occasion of his 65th birthday* (pp. 271-288). Stuttgart: MPA University of Stuttgart
- Kessel, M.; Anheier, D.; Sieder, M. (2018b): *Zur Einschätzung der Duktilität von Holztafeln*. In: *Bautechnik* 95, S. 801-810
- Kessel, M.H.; Anheier, D.; Sieder, M. (2019): *Entwicklung einer Traglasttheorie für Holztafeln*. Abschlussbericht DFG SI 1456/1-1 (Kurzfassung), Institut für Baukonstruktion und Holzbau, Technische Universität Braunschweig
- Raschper, N. (1990): *Zur Berechnung von Wandscheiben in Holztafelbauart*, Dissertation, Technische Universität Braunschweig
- Sandau-Wietfeldt, M. (2003): *Modelle für die Tragfähigkeit von Holztafeln mit beulgefährdeter Beplankung*, Dissertation, Technische Universität Braunschweig
- Schulze, H., Schönhoff, T. (1989): *Bemessungsvorschläge für Deckenscheiben in Holzbauart mit dreiseitiger Lagerung*, Bauen mit Holz, Heft 2, S. 96-101
- Skovran, P. (2019): *Parameterstudie zu den verschiedenen Grenzzuständen einer scheibenartig beanspruchten Deckentafel mit freien Plattenrändern*, Studienarbeit, Institut für Baukonstruktion und Holzbau, Technische Universität Braunschweig
- zur Kammer, Th. (2006): *Zum räumlichen Tragverhalten mehrgeschossiger Gebäude in Holztafelbauart*, Dissertation, Institut für Baukonstruktion und Holzbau, Technische Universität Braunschweig



## 13 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Ansicht des materialisierten Modells einer Holztafel .....	1
Abbildung 2: Statisch bestimmtes Modell eines Schubfeldträgers oder einer Deckentafel .....	2
Abbildung 3: Statisch bestimmtes Modell einer Wandtafel oder eines auskragenden Schubfeldträgers (aus Kessel, Anheier und Sieder (2018b)) .....	3
Abbildung 4: Statisch bestimmtes Modell eines Schubfeldträgers oder einer Deckentafel mit freien Plattenrändern .....	5
Abbildung 5: Rechteckige Tafel mit Beplankung aus einer Platte .....	9
Abbildung 6: Mechanisches Modell einer rechteckigen Tafel mit Beplankung aus einer Platte .....	10
Abbildung 7: elastisches, ideal plastisches Kraft-Verschiebungsdiagramm .....	11
Abbildung 8: Elastischer und voll plastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus einer Platte nach Hall (2012) .....	11
Abbildung 9: Kraft-Weg-Diagramm mit elastischem und voll plastischem Grenzzustand bei einer vertikalen Verschiebung von 4 mm .....	12
Abbildung 10: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 2 Platten, einer zusätzlichen Stoßrippe und Rippen über den Plattenstoß für die Normalkraft $N$ durchlaufend .....	13
Abbildung 11: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 2 Platten, einer Stoßrippe und zusätzlich allseits biegesteif durchlaufenden Randrippen .....	14
Abbildung 12: Voll plastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 2 Platten, einer Stoßrippe und allseits biegesteif durchlaufenden Randrippen .....	15
Abbildung 13: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 2 Platten und allseits biegesteif durchlaufenden Randrippen, ohne Stoßrippe und mit zwei freien Plattenrändern .....	16
Abbildung 14: Voll plastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 2 Platten und allseits biegesteif durchlaufenden Randrippen ohne Stoßrippe und mit zwei freien Plattenrändern .....	17
Abbildung 15: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 4 Platten, zusätzlichen Stoßrippen und Rippen über den Plattenstoß für die Normalkraft $N$ durchlaufend .....	18
Abbildung 16: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 4 Platten und 3 biegesteif durchlaufenden Rippen in $y$ -Richtung ohne Stoßrippen und mit freien Plattenrändern .....	19
Abbildung 17: Schubfeldmodell einer Tafel, bestehend aus acht einzelnen Randrippen, vier einzelnen Innenrippen und einer Beplankung aus vier Platten .....	19
Abbildung 18: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 4 Platten mit versetztem Plattenstoß und durchlaufender nahezu starrer Kopf-, Innen- und Fußrippe .....	20
Abbildung 19: Elastischer Grenzzustand einer Tafel mit Beplankung aus 4 Platten mit versetztem Plattenstoß und nicht durchlaufenden Rippen .....	21
Abbildung 20: Gleichgewicht am abgeschnittenen rechten Teil einer Tafel mit Beplankung aus 4 Platten mit versetztem Plattenstoß und nicht durchlaufenden nahezu starren Kopf-, Innen- und Fußrippen .....	21
Abbildung 21: Statisch bestimmtes Modell eines Schubfeldträgers oder einer Deckentafel ohne und mit freien Plattenrändern .....	23

Abbildung 22: Interaktionskurven des elastischen und der plastischen Grenzzustände des Verbundes .....	25
Abbildung 23: Beispiele für den Verlauf von $s_{90}$ in den elastischen und plastischen Grenzzuständen des Verbundes.....	26
Abbildung 24: Modell für den voll plastischen Zustand.....	27
Abbildung 25: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen des elastischen und des ersten plastischen Grenzzustandes .....	29
Abbildung 26: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen des elastischen und voll plastischen Grenzzustandes .....	29
Abbildung 27: Beispiele für den Verlauf von $s_{res}$ in den Grenzzuständen des Verbundes.....	29
Abbildung 28: Verbund eines Rippenabschnitts mit freiem Ende mit einem Teil einer Auflagerplatte .....	30
Abbildung 29: Verbundbeanspruchungen einer Auflagerplatte mit zwei Rippen.....	30
Abbildung 30: Verbund eines am Rand gelagerten Rippenabschnitts mit der dem Auflager am nächsten gelegenen Platte.....	31
Abbildung 31: Verbund eines Rippenabschnitts mit einem Teil einer nicht auflagernahen Platte ..	31
Abbildung 32: Verbund eines durch $q$ belasteten Rippenabschnitts mit einem Teil einer nicht auflagernahen Platte.....	31
Abbildung 33: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen des elastischen und voll plastischen Grenzzustandes für das Beispiel des Abbildung 32 dargestellten allgemeinen Falls mit $A = ql/2$ , für $\ell = 6\ell_v$ und für $h_p = \ell_v/2$ .....	32
Abbildung 34: Elastischer und voll plastischer Grenzzustand für das Beispiel des Abbildung 32 dargestellten allgemeinen Falls mit $A = ql/2$ , für $\ell = 6\ell_v$ und für $h_p = \ell_v/2$ nach dem Stab-Verbund-Modell von Hall (2012) .....	34
Abbildung 35: Rippen verbunden mit einem Plattenpaar.....	35
Abbildung 36: Rippen verbunden mit zwei nicht schub- und biegesteif verbundenen Plattenpaaren .....	36
Abbildung 37: Kraft-Verschiebung-Diagramm der 4 Prüfkörper VB 3.2-3.5 für die Verbindung einer DWD-Platte $t=16\text{mm}$ mit einer Rippe aus C24 durch einen Nagel $d = 2,1\text{mm}$ (aus Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b), geändert).....	39
Abbildung 38: Funktionen zur Beschreibung des Verformungsverhaltens eines Nagels $d = 2,1\text{ mm}$ einer Verbindung einer DWD-Platte $t = 16\text{ mm}$ mit einer Rippe aus C24.....	40
Abbildung 39: Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.2 für eine Verschiebung der äußeren Nägel von $0,85\text{ mm}$ .....	42
Abbildung 40: Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.2 für eine Verschiebung der äußeren Nägel von $2,45\text{mm}$ .....	43
Abbildung 41: Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.2 für eine Verschiebung der äußeren Nägel von $3,68\text{mm}$ .....	44
Abbildung 42: Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.2 für eine Verschiebung der äußeren Nägel von $5,00\text{ mm}$ .....	45

Abbildung 43: Vergleich Rechenmodell 1V mit Rechenmodell 2.2 für eine Verschiebung der äußeren Nägel von 7,00 mm.....	46
Abbildung 44: Diagramm Moment-Randverschiebung .....	46
Abbildung 45: Beanspruchungssituation mit qualitativem Verlauf der elastischen Verbundbeanspruchung $s_{90}$ einer starren Rippe.....	48
Abbildung 46: Verhältnis der Verbundbeanspruchungen der biegesteifen zur biegestarren Rippe an der Stelle der Lasteinleitung $Q_j$ .....	48
Abbildung 47: Beiwert $k_s$ in der Beanspruchungssituation 3.....	50
Abbildung 48: Kraft-Verschiebung-Kurven für verschiedene Querschnittshöhen der Rippe der Beanspruchungssituation 3 (Prüfkörpertyp B2) .....	50
Abbildung 49: Vergleich der voll plastischen und elastischen Grenzlaster bei Beanspruchungssituation 3 mit $\ell_v = 1000$ mm (Prüfkörpertyp B2) .....	51
Abbildung 50: Versuchskörpertyp B2 mit einer Rippenstärke von 140 mm.....	51
Abbildung 51: Moment-Weg-Diagramm der Prüfkörper B2 mit DWD beplankt (aus Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b) und der Rechenmodelle 1V und 2.2 .....	52
Abbildung 52: Verformungen der Nägel in der Mittelrippe der Prüfkörper B2 mit DWD beplankt (aus Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b)) .....	53
Abbildung 53: Moment-Weg Diagramm der 3 Rechenmodelle .....	53
Abbildung 54: Verbundbeanspruchungen $s_{90}$ nach dem Stab-Verbund-Modell bei Erreichen der elastischen Grenzlaster ( $U$ in Abbildung 38) .....	54
Abbildung 55: Beispiel für den Verlauf von $s_{90}$ zwischen dem elastischen und ersten plastischen Grenzzustand des Verbundes.....	55
Abbildung 56: Interaktionskurven für bezogene Randverschiebungen $u_{90}$ in den Zwischenzuständen 1-2 (primary plastic) und 2-3 (secondary plastic) und gestrichelte Gerade für Kleintafel B4.17 in Abschnitt 6.3.....	56
Abbildung 57: Schematisches Moment-Weg-Diagramm zur Festlegung der Grenzmomente (vgl. Abbildung 53 und Tabelle 1) .....	57
Abbildung 58: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen für $u = 1$ (elastischer Grenzzustand) .....	60
Abbildung 59: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen für $u = 1,25$ .....	60
Abbildung 60: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen für $u = 1,5$ , zusätzlich der Geraden für das Beispiel des Abbildung 32 dargestellten allgemeinen Falls mit $A = ql/2$ , $\ell = 6\ell_v$ und $h_p = \ell_v/2$ .....	60
Abbildung 61: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen für $u = 2$ .....	61
Abbildung 62: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen für $u = 3$ .....	61
Abbildung 63: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen für $u = \infty$ (voll plastischer Grenzzustand) .....	61
Abbildung 64: Verbundbeanspruchungen $s_0$ , $s_{90}$ und $s_{res}$ und die Verformungen im Grenzzustand übermäßiger Verformungen für das Beispiel des Abbildung 32 dargestellten allgemeinen Falls mit $A = ql/2$ , für $\ell = 6\ell_v$ und für $h_p = \ell_v/2$ nach dem Stab-Verbund-Modell von Hall (2012).....	62
Abbildung 65: Prüfkörper B4.17 in Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b) .....	63

Abbildung 66: Statisches Modell und Verbundbeanspruchung $s_{90}$ des Prüfkörpers B4.17 nach dem Stab-Verbund-Modell .....	64
Abbildung 67: Verformungen nach dem Stab-Verbund-Modell.....	64
Abbildung 68: Kraft-Weg-Diagramme Prüfkörper B4.16 und B4.17 (Sensoren am äußeren Ende der Rippe) und Ergebnis Rechenmodell 1V für B4.17 .....	66
Abbildung 69: Prüfkörper des Typs B5-G und B5 aus Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b).....	67
Abbildung 70: Kraft-Weg-Diagramme (Lasteinleitungsstelle) nach Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b).....	67
Abbildung 71: Materialisiertes Modell von Prüfkörper B5.3 .....	68
Abbildung 72: Statisches Modell und Verbundbeanspruchung $s_{90}$ des Prüfkörpers B5.3-G nach dem Stab-Verbund-Modell im elastischen Grenzzustand $\mathbf{F} = \mathbf{F}_y$ .....	69
Abbildung 73: Verformungen des Prüfkörpers B5.3-G nach dem Stab-Verbund-Modell.....	70
Abbildung 74: Verbundbeanspruchungen des Prüfkörpers B5.3-G nach dem Stab-Verbund-Modell im Grenzzustand übermäßiger Verformungen $\mathbf{F} = \mathbf{F}_u, 1, 5$ .....	71
Abbildung 75: Verbundbeanspruchungen des Prüfkörpers B5.3-G nach dem Stab-Verbund-Modell im voll plastischen Grenzzustand $\mathbf{F} \cong \mathbf{F}_u, \infty$ (s. auch Tabelle 8 in Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b)) .....	72
Abbildung 76: Interaktionsdiagramm $p_0$ - $p_{90}$ - $m$ (elastischer und voll plastischer Grenzzustand) mit Gerade für Kleintafel B5-G.....	73
Abbildung 77: Interaktionsdiagramm $p_0$ - $p_{90}$ - $m$ (elastischer und erster plastischer Grenzzustand) mit Gerade für Kleintafel B5-G.....	73
Abbildung 78: Interaktionsdiagramm $p_0$ - $p_{90}$ - $m$ (Grenzzustand übermäßiger Verformungen $u = 1.5$ ) mit Gerade für Kleintafel B5-G .....	73
Abbildung 79: Kraft-Weg-Diagramme (Lasteinleitungsstelle) der Prüfkörper und Ergebnis Rechenmodell 1V.....	74
Abbildung 80: Schematische Darstellung einer ganzen Deckentafel oben in der Abbildung mit Beplankung (1) und Rippen (2) und Projektion der Tafelabschnitte nach unten, die für Kräfte in y- bzw. x-Richtung tragend wirken können (aus Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a)) .....	75
Abbildung 81: Erweiterte Schubfeldträgermodelle für Tafeltyp 1.1 und Tafeltyp 1.2 nach Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a) .....	77
Abbildung 82: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen des elastischen und voll plastischen Grenzzustandes für die Tafel entsprechend Abbildung 81a mit $2a = b = 2500$ mm und $s_{pl} = 10$ N/mm.....	78
Abbildung 83: Verbundbeanspruchungen im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand nach Hall (2012) für die Tafel aus Abbildung 81a.....	79
Abbildung 84: Hüllflächen der Interaktion der bezogenen Verbundgrößen des elastischen und voll plastischen Grenzzustandes für die Tafel entsprechend Abbildung 81b mit $2a = b = 2500$ mm und $s_{pl} = 10$ N/mm.....	81
Abbildung 85: Verbundbeanspruchungen im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand nach Hall (2012) für die Tafel aus Abbildung 81b.....	82

Abbildung 86: Symmetriehälfte einer beidseitig mit einer Randrippe gelagerten Deckentafel des Typs 1 mit Platten als Verteiler.....	83
Abbildung 87: Symmetriehälfte einer beidseitig durch Schubhölzer gelagerten Deckentafel des Typs 1 mit Platten als Verteiler.....	84
Abbildung 88: Schnittgrößen an den Plattenübergängen einer beidseitig mit einer Auflagerrippe gelagerten Deckentafel des Typs 1 mit Platten als Verteiler.....	84
Abbildung 89: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt.....	89
Abbildung 90: Symmetriehälfte einer beidseitig durch Schubhölzer gelagerten Deckentafel des Typs 1 mit Platten als Verteiler.....	91
Abbildung 91: Symmetriehälfte einer beidseitig mit punktuell gelagerten Deckentafel des Typs 1 mit Platten als Verteiler .....	91
Abbildung 92: Schnittgrößen an den Plattenübergängen einer beidseitig punktuell gelagerten Deckentafel des Typs 1 mit Platten als Verteiler .....	92
Abbildung 93: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in die Platten. ....	97
Abbildung 94: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in die Platten. ....	98
Abbildung 95: Symmetriehälfte einer beidseitig gelagerten Deckentafel des Typs 2 mit Rippen als Verteiler und freigeschnittene auflagernahe Plattenreihe .....	99
Abbildung 96: Schnittgrößen an den Plattenübergängen der auflagernahen Plattenreihe einer beidseitig gelagerten Deckentafel des Typs 2 mit Rippen als Verteiler.....	100
Abbildung 97: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten quer und 2 Platten parallel zur Lastrichtung, 5 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen. ....	103
Abbildung 98: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlasterlast bei einseitiger Lasteinleitung .	106
Abbildung 99: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlasterlast bei beidseitiger Lasteinleitung	106
Abbildung 100: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlasterlast bei Lasteinleitung in die Platten .....	107
Abbildung 101: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlasterlast bei einseitiger Lasteinleitung	107
Abbildung 102: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlasterlast bei beidseitiger Lasteinleitung .....	108
Abbildung 103: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlasterlast bei Lasteinleitung in die Platten .....	108
Abbildung 104: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlasterlast bei $h/h_p = 2$ .....	109
Abbildung 105: Verhältnis voll plastischer zu elastischer Grenzlasterlast bei $h/h_p > 2$ .....	109
Abbildung 106: Elastischer Grenzzustand und voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel Typ 1b aus 4 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt .....	114

Abbildung 107: Elastischer Grenzzustand und Grenzzustand übermäßiger Verformung (in diesem Fall auch voll plastischer Grenzzustand) einer Deckentafel Typ 1c aus 6 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in Ober- und Untergurt.....	115
Abbildung 108: Elastischer Grenzzustand und Grenzzustand übermäßiger Verformung (in diesem Fall auch voll plastischer Grenzzustand) einer Deckentafel Typ 2.1 aus 4 Platten quer und 2 Platten parallel zur Lastrichtung, 5 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen.....	116
Abbildung 109: Elastischer Grenzzustand und Grenzzustand übermäßiger Verformung einer Deckentafel Typ 2.1 aus 4 Platten quer und 3 Platten parallel zur Lastrichtung, 4 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen.....	117
Abbildung 110: Gegenüberstellung F-u-Diagramme für die beispielhaften Tafeltypen dieses Abschnitts .....	118
Abbildung 111: Querkräfte und Verbundbeanspruchung $s_{90}$ nach Hall (2012) bei Lasteinleitung in die Platten.....	B-1
Abbildung 112: Querkräfte und Verbundbeanspruchung $s_{90}$ nach Hall (2012) bei Lasteinleitung in den Obergurt.....	B-2
Abbildung 113: Querkraftverlauf und Verbundbeanspruchung $s_{90}$ nach Hall (2012) bei Lasteinleitung in den Ober- und Untergurt .....	B-2
Abbildung 114: Verbundbeanspruchung $s_{90}$ im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt .....	C-2
Abbildung 115: Verbundbeanspruchung $s_{90}$ im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt .....	C-2
Abbildung 116: Verbundbeanspruchung $s_{90}$ im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Ober- und Untergurt .....	C-3
Abbildung 117: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt.....	D-2
Abbildung 118: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 6 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Ober- und den Untergurt. ...	D-3
Abbildung 119: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 6 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Platten.....	D-5
Abbildung 120: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in die Platten. ....	D-6
Abbildung 121: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in die Platten. ....	D-7
Abbildung 122: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in den Obergurt. ....	D-8
Abbildung 123: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in den Obergurt. ....	D-9
Abbildung 124: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in den Ober- und Untergurt.....	D-10

Abbildung 125: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in den Ober- und Untergurt.....	D-11
Abbildung 126: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten quer und 2 Platten parallel zur Lastrichtung, 5 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen. ....	D-13
Abbildung 127: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten quer und 3 Platten parallel zur Lastrichtung, 4 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen. ....	D-14
Abbildung 128: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel Typ 1b aus 4 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt.....	E-2
Abbildung 129: Grenzzustand übermäßiger Verformung (in diesem Fall auch voll plastischer Grenzzustand) einer Deckentafel Typ 1b aus 4 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt .....	E-3
Abbildung 130: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel Typ 1c aus 6 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in Ober- und Untergurt.....	E-4
Abbildung 131: Grenzzustand übermäßiger Verformung (in diesem Fall auch voll plastischer Grenzzustand) einer Deckentafel Typ 1c aus 6 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in Ober- und Untergurt .....	E-5
Abbildung 132: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel Typ 2.1 aus 4 Platten quer und 2 Platten parallel zur Lastrichtung, 5 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen.....	E-6
Abbildung 133: Grenzzustand übermäßiger Verformung (in diesem Fall auch voll plastischer Grenzzustand) einer Deckentafel Typ 2.1 aus 4 Platten quer und 2 Platten parallel zur Lastrichtung, 5 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen.....	E-7
Abbildung 134: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel Typ 2.1 aus 4 Platten quer und 3 Platten parallel zur Lastrichtung, 4 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen.....	E-8
Abbildung 135: Grenzzustand übermäßiger Verformung einer Deckentafel Typ 2.1 aus 4 Platten quer und 3 Platten parallel zur Lastrichtung, 4 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen. ....	E-9
Abbildung 136: Gegenüberstellung F-u-Diagramme für die beispielhaften Tafeltypen dieses Abschnitts .....	E-10





## Anhang A Koeffizienten des elastisch gebetteten Balkens

### A.1 Allgemeine Lösung der Differentialgleichung und deren Ableitungen:

$$w(x) = e^{a_k \cdot x} \cdot (C_1 \cdot \cos(a_k \cdot x) + C_2 \cdot \sin(a_k \cdot x)) + e^{-a_k \cdot x} \cdot (C_3 \cdot \cos(a_k \cdot x) + C_4 \cdot \sin(a_k \cdot x))$$

$$w'(x) = a_k \cdot \left( \begin{array}{l} e^{a_k \cdot x} \cdot (C_1 \cdot (\cos(a_k \cdot x) - \sin(a_k \cdot x)) + C_2 \cdot (\sin(a_k \cdot x) + \cos(a_k \cdot x))) \\ + e^{-a_k \cdot x} \cdot (-C_3 \cdot (\cos(a_k \cdot x) + \sin(a_k \cdot x)) + C_4 \cdot (\cos(a_k \cdot x) - \sin(a_k \cdot x))) \end{array} \right)$$

$$w''(x) = a_k^2 \cdot \left( \begin{array}{l} -2C_1 \cdot e^{a_k \cdot x} \cdot \sin(a_k \cdot x) + 2C_2 \cdot e^{a_k \cdot x} \cdot \cos(a_k \cdot x) \\ + 2C_3 \cdot \sin(a_k \cdot x) \cdot e^{-a_k \cdot x} - 2C_4 \cdot \cos(a_k \cdot x) \cdot e^{-a_k \cdot x} \end{array} \right)$$

$$w'''(x) = -2a_k^3 \cdot \left( \begin{array}{l} C_1 \cdot e^{a_k \cdot x} \cdot (\cos(a_k \cdot x) + \sin(a_k \cdot x)) + C_2 \cdot e^{a_k \cdot x} \cdot (\sin(a_k \cdot x) - \cos(a_k \cdot x)) \\ + C_3 \cdot e^{-a_k \cdot x} \cdot (\sin(a_k \cdot x) - \cos(a_k \cdot x)) - C_4 \cdot e^{-a_k \cdot x} \cdot (\cos(a_k \cdot x) + \sin(a_k \cdot x)) \end{array} \right)$$

$$w''''(x) = -4 a_k^4 \cdot \left( \begin{array}{l} e^{a_k \cdot x} \cdot (C_1 \cdot \cos(a_k \cdot x) + C_2 \cdot \sin(a_k \cdot x)) \\ + e^{-a_k \cdot x} \cdot (C_3 \cdot \cos(a_k \cdot x) + C_4 \cdot \sin(a_k \cdot x)) \end{array} \right)$$

mit:

$$a_k = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$$

$$\lambda_k = \ell_v \cdot a_k = \ell_v \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$$

## A.2 Koeffizienten $C_1$ - $C_4$ für Fall 1: $Q_j \neq 0$ und $Q_{j+1} = 0$ :

$$C_1 = \frac{Q_j}{EI \cdot a_k^3} \cdot \frac{\alpha_{C1} + \beta_{C1}}{\gamma_{C1} + \delta_{C1}}$$

mit:

$$\alpha_{C1} = 2 \cdot e^{2\lambda_k} \cdot \cos(\lambda_k) \cdot \sin(\lambda_k) - e^{2\lambda_k} + 1$$

$$\beta_{C1} = 0$$

$$\gamma_{C1} = 2 \cdot (4\cos(\lambda_k)^2 \cdot e^{2\lambda_k} + e^{4\lambda_k} - 6e^{2\lambda_k} + 1)$$

$$\delta_{C1} = 0$$

$$C_2 = \frac{Q_j}{EI \cdot a_k^3} \cdot \frac{\alpha_{C2} + \beta_{C2}}{\gamma_{C2} + \delta_{C2}}$$

mit:

$$\alpha_{C2} = 2 \cdot e^{2\lambda_k} \cdot \left( \left( \cos(\lambda_k)^2 + \frac{1}{2} \sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k) - 1 \right) \cdot e^{2\lambda_k} - \frac{1}{2} \sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k) \right) \cdot \sin(\lambda_k)$$

$$\beta_{C2} = 0$$

$$\gamma_{C2} = (4\cos(\lambda_k)^2 \cdot e^{2\lambda_k} + e^{4\lambda_k} - 6e^{2\lambda_k} + 1) \cdot (e^{2\lambda_k} \cdot \cos(\lambda_k) - 2e^{2\lambda_k} \cdot \sin(\lambda_k) - \cos(\lambda_k))$$

$$\delta_{C2} = 0$$

$$C_3 = \frac{Q_j}{EI \cdot a_k^3} \cdot \frac{\alpha_{C3} + \beta_{C3}}{\gamma_{C3} + \delta_{C3}}$$

mit:

$$\alpha_{C3} = e^{2\lambda_k} \cdot (-2\sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k) + e^{2\lambda_k} - 1)$$

$$\beta_{C3} = 0$$

$$\gamma_{C3} = (4 \cdot \cos(\lambda_k)^2 \cdot e^{2\lambda_k} + e^{4\lambda_k} - 6 \cdot e^{2\lambda_k} + 1)$$

$$\delta_{C3} = 0$$

$$C_4 = C_2$$

### A.3 Koeffizienten $C_1$ - $C_4$ für Fall 2: $Q_j \neq 0$ und $Q_{j+1} = 0,5 Q_j$

$$C_1 = \frac{Q_j}{EI \cdot a_k^3} \cdot \frac{\alpha_{C1} + \beta_{C1}}{\gamma_{C1} + \delta_{C1}}$$

mit:

$$\alpha_{C1} = (\sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k)^2 + \sin(\lambda_k) - \cos(\lambda_k)) \cdot e^{2\lambda_k} - \left( \sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k)^2 + 2 \cos(\lambda_k)^3 + \sin(\lambda_k) - \frac{5}{2} \cos(\lambda_k) \right) \cdot e^{4\lambda_k}$$

$$\beta_{C1} = \frac{1}{2} \cos(\lambda_k) - e^{5\lambda_k} \cdot \left( \frac{1}{4} \cos(\lambda_k)^2 - \frac{1}{2} \sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k) \right) + e^{3\lambda_k} \cdot \left( \frac{3}{2} \cos(\lambda_k)^2 - 1 \right) - e^{\lambda_k} \cdot \left( \frac{1}{2} \sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k) + \frac{1}{4} \cos(\lambda_k)^2 \right)$$

$$\gamma_{C1} = (-8 \sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k)^2 + 4 \cos(\lambda_k)^3 + 12 \sin(\lambda_k) - 7 \cos(\lambda_k)) \cdot e^{4\lambda_k}$$

$$\delta_{C1} = (-4 \cos(\lambda_k)^3 - 2 \sin(\lambda_k) + 7 \cos(\lambda_k)) \cdot e^{2\lambda_k} + (-2 \sin(\lambda_k) + \cos(\lambda_k)) \cdot e^{6\lambda_k} - \cos(\lambda_k)$$

$$C_2 = \frac{Q_j}{EI \cdot a_k^3} \cdot \frac{\alpha_{C2} + \beta_{C2}}{\gamma_{C2} + \delta_{C2}}$$

mit:

$$\alpha_{C2} = - \left( 2e^{3\lambda_k} \cdot \cos(\lambda_k)^2 - 2e^{3\lambda_k} - \frac{1}{2} e^{4\lambda_k} \cdot \sin(\lambda_k) + \frac{1}{4} \cdot e^{4\lambda_k} \cdot \cos(\lambda_k) - \frac{1}{2} e^{2\lambda_k} \cdot \cos(\lambda_k) \right) \cdot e^{\lambda_k} \cdot \sin(\lambda_k)$$

$$\beta_{C2} = - \left( \sin(\lambda_k) \cdot e^{3\lambda_k} \cdot \cos(\lambda_k) + \frac{1}{2} e^{2\lambda_k} \cdot \sin(\lambda_k) + \frac{1}{4} \cos(\lambda_k) - e^{\lambda_k} \cdot \sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k) \right) \cdot e^{\lambda_k} \cdot \sin(\lambda_k)$$

$$\gamma_{C2} = (-8 \sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k)^2 + 4 \cos(\lambda_k)^3 + 12 \sin(\lambda_k) - 7 \cos(\lambda_k)) \cdot e^{4\lambda_k}$$

$$\delta_{C2} = (-4 \cos(\lambda_k)^3 - 2 \sin(\lambda_k) + 7 \cos(\lambda_k)) \cdot e^{2\lambda_k} + (-2 \sin(\lambda_k) + \cos(\lambda_k)) \cdot e^{6\lambda_k} - \cos(\lambda_k)$$

$$C_3 = \frac{Q_j}{EI \cdot a_k^3} \cdot \frac{\alpha_{C3} + \beta_{C3}}{\gamma_{C3} + \delta_{C3}}$$

mit:

$$\alpha_{C3} = -e^{\lambda_k} \cdot \left( \left( -\frac{1}{2} \sin(\lambda_k) + \frac{1}{4} \cos(\lambda_k) \right) \cdot e^{2\lambda_k} - \frac{1}{4} \cdot \cos(\lambda_k) - \frac{1}{2} e^{3\lambda_k} + \frac{1}{2} e^{\lambda_k} + e^{\lambda_k} \cdot \sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k) \right)$$

$$\beta_{C3} = 0$$

$$\gamma_{C3} = e^{4\lambda_k} + 4e^{2\lambda_k} \cdot \cos(\lambda_k)^2 - 6e^{2\lambda_k} + 1$$

$$\delta_{C3} = 0$$

$$C_4 = C_2$$

### A.4 Koeffizienten $C_1$ - $C_4$ für Fall 3: $Q_j = Q_{j+1} \neq 0$ .

$$C_1 = \frac{Q_j}{EI \cdot a_k^3} \cdot \frac{\alpha_{C1} + \beta_{C1}}{\gamma_{C1} + \delta_{C1}}$$

mit:

$$\alpha_{C1} = -2 \cdot \left( \frac{\cos(\lambda_k) - \sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k)^2 - \sin(\lambda_k)}{2} \cdot e^{2\lambda_k} + \left( \cos(\lambda_k)^3 + \frac{1}{2} \sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k)^2 - \frac{5}{4} \cos(\lambda_k) + \frac{1}{2} \sin(\lambda_k) \right) \cdot e^{4\lambda_k} \right)$$

$$\beta_{C1} = -2 \cdot \left( \left( -\frac{3}{2} \cos(\lambda_k)^2 + 1 \right) \cdot e^{3\lambda_k} + \frac{1}{4} \cos(\lambda_k) \cdot \left( (\cos(\lambda_k) - 2 \sin(\lambda_k)) \cdot e^{5\lambda_k} + e^{\lambda_k} \cdot \cos(\lambda_k) + 2e^{\lambda_k} \cdot \sin(\lambda_k) - 1 \right) \right)$$

$$\gamma_{C1} = \left( (\cos(\lambda_k) - 2 \sin(\lambda_k)) \cdot e^{2\lambda_k} - \cos(\lambda_k) \right) \cdot \left( (4 \cos(\lambda_k)^2 - 6) \cdot e^{2\lambda_k} + e^{4\lambda_k} + 1 \right)$$

$$\delta_{C1} = 0$$

$$C_2 = \frac{Q_j}{EI \cdot a_k^3} \cdot \frac{\alpha_{C2} + \beta_{C2}}{\gamma_{C2} + \delta_{C2}}$$

mit:

$$\alpha_{C2} = -\sin(\lambda_k) \cdot e^{\lambda_k} \cdot \left( (-2 \cos(\lambda_k) + 2 \sin(\lambda_k)) \cdot e^{2\lambda_k} + (4 \cos(\lambda_k)^2 + 2 \sin(\lambda_k) \cdot \cos(\lambda_k) - 4) \cdot e^{3\lambda_k} \right)$$

$$\beta_{C2} = -\sin(\lambda_k) \cdot e^{\lambda_k} \cdot \left( (\cos(\lambda_k) - 2 \sin(\lambda_k)) \cdot e^{4\lambda_k} + (-2e^{\lambda_k} \cdot \sin(\lambda_k) + 1) \cdot \cos(\lambda_k) \right)$$

$$\gamma_{C2} = 2 \cdot a^3 \cdot \left( (\cos(\lambda_k) - 2 \sin(\lambda_k)) \cdot e^{2\lambda_k} - \cos(\lambda_k) \right) \cdot \left( (4 \cdot \cos(\lambda_k)^2 - 6) \cdot e^{2\lambda_k} + e^{4\lambda_k} + 1 \right)$$

$$\delta_{C2} = 0$$

$$C_3 = \frac{Q_j}{EI \cdot a_k^3} \cdot \frac{\alpha_{C3} + \beta_{C3}}{\gamma_{C3} + \delta_{C3}}$$

mit:

$$\alpha_{C3} = e^{\lambda_k} \cdot (e^{\lambda_k} - \cos(\lambda_k)) (e^{2\lambda_k} + 2e^{\lambda_k} \cdot \sin(\lambda_k) - 1)$$

$$\beta_{C3} = 0$$

$$\gamma_{C3} = 2 \cdot (4e^{2\lambda_k} \cdot \cos(\lambda_k)^2 - 6e^{2\lambda_k} + e^{4\lambda_k} + 1)$$

$$\delta_{C3} = 0$$

$$C_4 = C_2$$

## Anhang B Verteilung der Querkkräfte im Auflagerbereich bei Tafeltyp 1.2, 1.2b und 1.2c

Die in Abschnitt 8.4.1 analytisch ermittelten Gleichungen zur Bestimmung der Verteilung der Querkkräfte im Auflagerbereich bei Tafeltyp 1.2, 1.2b und 1.2c sind mit Hilfe des Stab-Verbund-Modells von Hall (2012) überprüft worden. Wie anhand einiger Beispielen im Folgenden gezeigt wird, ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit den Ansätzen und Annahmen.

Für das Beispiel mit Lasteinleitung in die Platten wurden folgende Parameter gewählt:

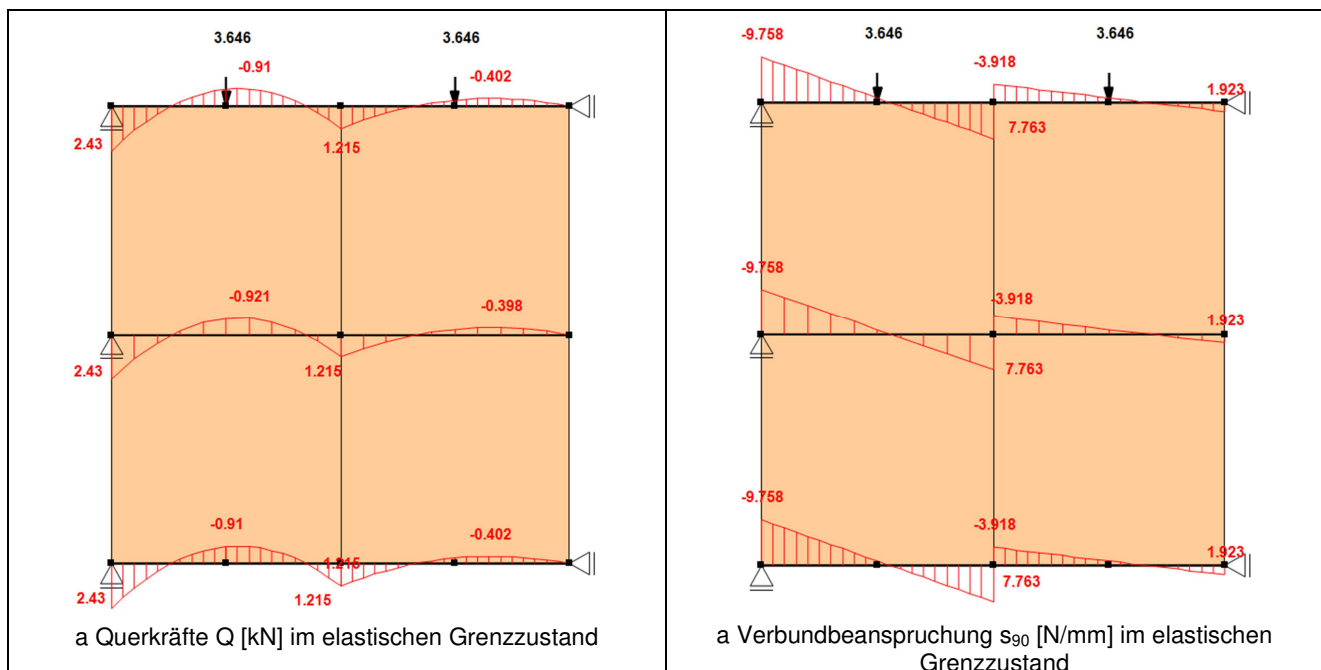
$$n_r = 3, n_{\ell p} = 4, h_p = 2,5 \text{ m}, \ell_p = \ell_v = 1,25 \text{ m}$$

Die Last wird dabei punktuell in die Mitte der Platten eingeleitet. Zur Vergleichbarkeit wird die Einzellast aus dem Stab-Verbund-Modell (vgl. Abbildung 111) in eine Streckenlast umgerechnet:

$$q = \frac{3,646 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} = 2,917 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Damit ergibt sich die Querkraft entsprechend Gleichung (97) zu:

$$Q_{1,i} = q \cdot \frac{\ell_v}{2} \cdot \frac{n_{\ell p}}{n_r} = 2,917 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{1,25 \text{ m}}{2} \cdot \frac{4}{3} = 2,431 \text{ kN} \approx 2,43 \text{ kN nach Hall}$$



**Abbildung 111: Querkkräfte und Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  nach Hall (2012) bei Lasteinleitung in die Platten**

Für das Beispiel mit Lasteinleitung in den Obergurt wurden folgende Parameter gewählt:

$$n_r = 3, n_{\ell p} = 6, h_p = 2,5 \text{ m}, \ell_p = \ell_v = 1,25 \text{ m}$$

Die Last wird dabei punktuell in die Mitte der starren Rippen eingeleitet. Zur Vergleichbarkeit wird die Einzellast aus dem Stab-Verbund-Modell (vgl. Abbildung 112) in eine Streckenlast umgerechnet:

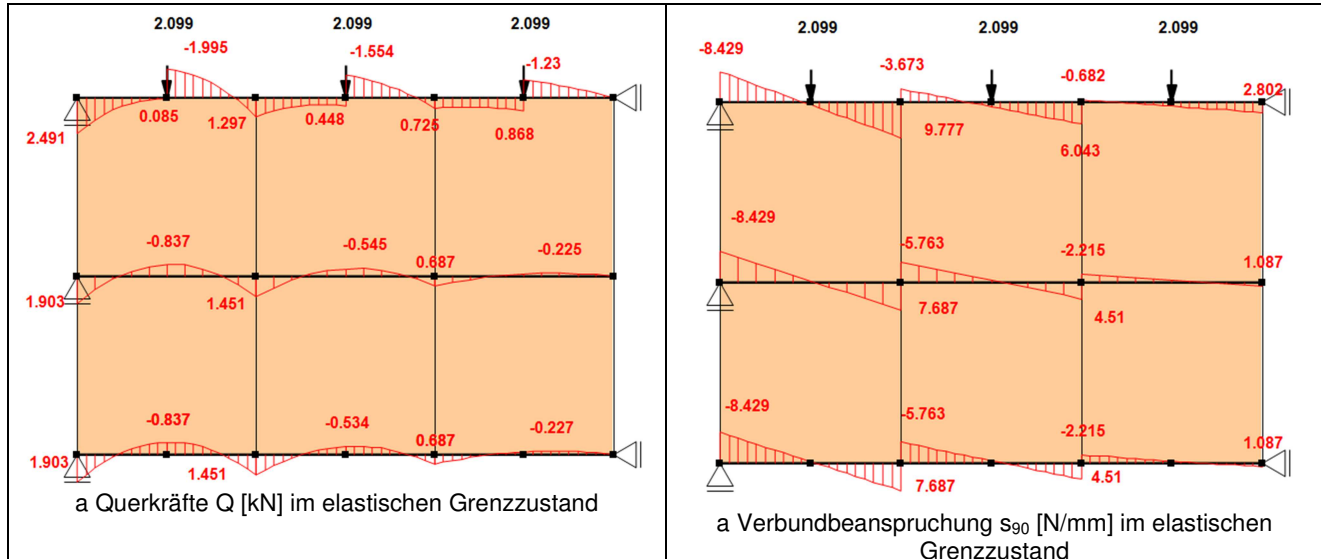
$$q = \frac{2,099 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} = 1,68 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Damit ergeben sich die Querkkräfte entsprechend der Gleichungen (101) und (102) zu:

$$Q_{1,OG} = \left(1 + \frac{n_r}{2n_{\ell p} - 1}\right) \cdot \frac{2n_{\ell p} - 1}{4n_r} \cdot q \cdot \ell_v = \left(1 + \frac{3}{2 \cdot 6 - 1}\right) \cdot \frac{2 \cdot 6 - 1}{4 \cdot 3} \cdot 1,68 \cdot 1,25 = 2,45 \text{ kN}$$

$\approx 2,49 \text{ kN}$  nach Hall

$$Q_{1,IR} = Q_{1,UG} = \frac{2n_{\ell p} - 1}{4n_r} \cdot q \cdot \ell_v = \frac{2 \cdot 6 - 1}{4 \cdot 3} \cdot 1,68 \cdot 1,25 = 1,92 \text{ kN} \approx 1,91 \text{ kN} \text{ nach Hall}$$

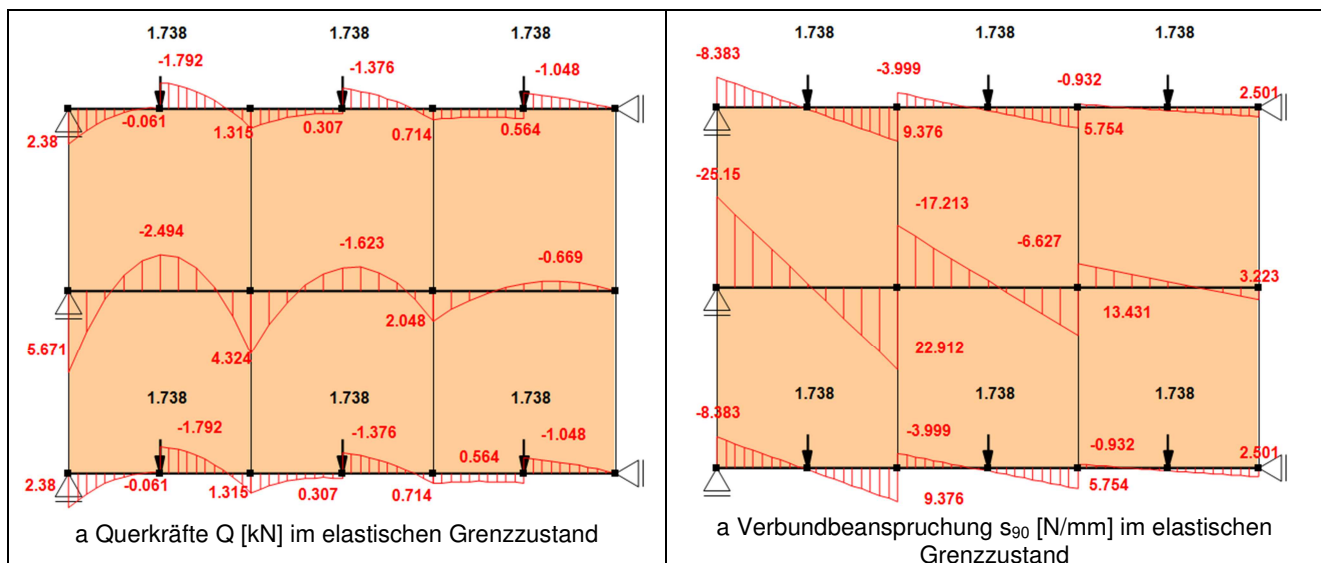


**Abbildung 112: Querkräfte und Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  nach Hall (2012) bei Lasteinleitung in den Obergurt**

Für das Beispiel mit Lasteinleitung in den Ober- und den Untergurt wurden folgende Parameter gewählt:

$$n_r = 5, n_{\ell p} = 6, h_p = 2,5 \text{ m}, \ell_p = \ell_v = 1,25 \text{ m}$$

Die Modellierung der Innenrippen wurde vereinfachend durch die 3-fache Rippen- und Verbundsteifigkeit sowie Verbundbeanspruchbarkeit realisiert. Aufgrund der Modellierung, dass lediglich Ober- und Untergurt Normalkräfte erhalten, ergibt sich dabei kein Unterschied zu einer Modellierung der einzelnen Innenrippen. Die Last wird wieder punktuell in die Mitte der starren Rippen eingeleitet.



**Abbildung 113: Querkraftverlauf und Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  nach Hall (2012) bei Lasteinleitung in den Ober- und Untergurt**

Zur Vergleichbarkeit wird die Einzellast aus dem Stab-Verbund-Modell (vgl. Abbildung 113) in eine Streckenlast umgerechnet:

$$q = \frac{2 \cdot 1,738 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} = 2,78 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Damit ergeben sich die Querkräfte entsprechend der Gleichungen (106) und (107) zu:

$$\begin{aligned} Q_{1,OG} = Q_{1,UG} &= \left(1 + \frac{n_r}{4n_{\ell p} - 2}\right) \cdot \frac{2n_{\ell p} - 1}{4n_r} \cdot q \cdot \ell_v = \left(1 + \frac{5}{4 \cdot 6 - 2}\right) \cdot \frac{2 \cdot 6 - 1}{4 \cdot 5} \cdot 2,78 \cdot 1,25 \\ &= 2,35 \text{ kN} \approx 2,38 \text{ kN nach Hall} \end{aligned}$$

$$Q_{1,IR} = \frac{2n_{\ell p} - 1}{4n_r} \cdot q \cdot \ell_v = \frac{2 \cdot 6 - 1}{4 \cdot 5} \cdot 2,78 \cdot 1,25 = 1,91 \text{ kN} \approx \frac{5,671 \text{ kN}}{3} = 1,89 \text{ kN nach Hall}$$





## Anhang C Umlagerungsmöglichkeiten - Zahlenbeispiele

Um die in Abschnitt 9.4 erwähnten Umlagerungsmöglichkeiten, die in den händischen Bestimmungsgleichungen für den voll plastischen Grenzzustand nicht berücksichtigt werden, zu quantifizieren, werden die Ergebnisse des Stab-Verbund-Modells verwendet und vergleichend für drei Tafeln mit jeweils vier Platten (1,25 m x 2,5 m) und einer Verbundlänge  $\ell_v$  von 1,25 m gegenübergestellt.

Bei Verbundabschnitten ohne plastische Bereiche lässt sich ein linearer Zusammenhang zwischen den Querkraften, der Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  an den jeweiligen Enden und der Lasteinleitung formulieren. Für einen nicht auflagernahen Verbundabschnitt (vgl. Abbildung 32) ergibt er sich aufgrund der Symmetrieebene bei vier Platten ( $Q_{j+2,i} = 0$ ) mit der Vorzeichenkonvention des Stab-Verbund-Modells für den Obergurt zu:

$$Q_{j+1,OG} = (k_q \cdot q - s_{90,j+1,OG}) \cdot \frac{\ell_v}{4} \quad (156)$$

Für alle weiteren Rippen gilt bei einseitiger Lasteinleitung der folgende Zusammenhang:

$$Q_{j+1,IR} = Q_{j+1,UG} = (-s_{90,j+1,IR}) \cdot \frac{\ell_v}{4} \quad (157)$$

Bei einer beidseitigen Lasteinleitung gilt Gleichung (156) für den Ober- und den Untergurt und Gleichung (157) für alle weiteren Rippen. Wird die Last in die Platten eingeleitet, gilt Gleichung (156) für alle querbeanspruchten Rippen.

Bei Variante 1 werden fünf Rippen angeordnet und die Last in den Obergurt eingeleitet ( $k_q = 1$ ). Im elastischen Grenzzustand ergeben sich mit den äußeren Einwirkungen und dem vorhandenen Schubfluss  $s_{90,2,i}$  entsprechend Abbildung 114a die folgenden Querkraften am Übergang von der ersten zur zweiten Platte ( $j = 2$ ) entsprechend der Gleichungen (156) und (157):

$$Q_{2,OG} = (k_q \cdot q - s_{90,2,OG}) \cdot \frac{\ell_v}{4} = \left(1 \cdot \frac{6,431 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} - 0,915 \frac{\text{kN}}{\text{m}}\right) \cdot \frac{1,25 \text{ m}}{4} = 1,32 \text{ kN}$$

Für alle weiteren Rippen gilt der Zusammenhang:

$$Q_{2,IR/UG} = (-s_{90,2,IR}) \cdot \frac{\ell_v}{4} = -\left(-4,155 \frac{\text{kN}}{\text{m}}\right) \cdot \frac{1,25 \text{ m}}{4} = 1,29 \text{ kN}$$

Für das Gleichgewicht muss dabei gelten:

$$\sum Q_{2,i} = 1,32 + 4 \cdot 1,29 = 6,47 \text{ kN} \approx q \cdot \ell_v = 6,43 \text{ kN}$$

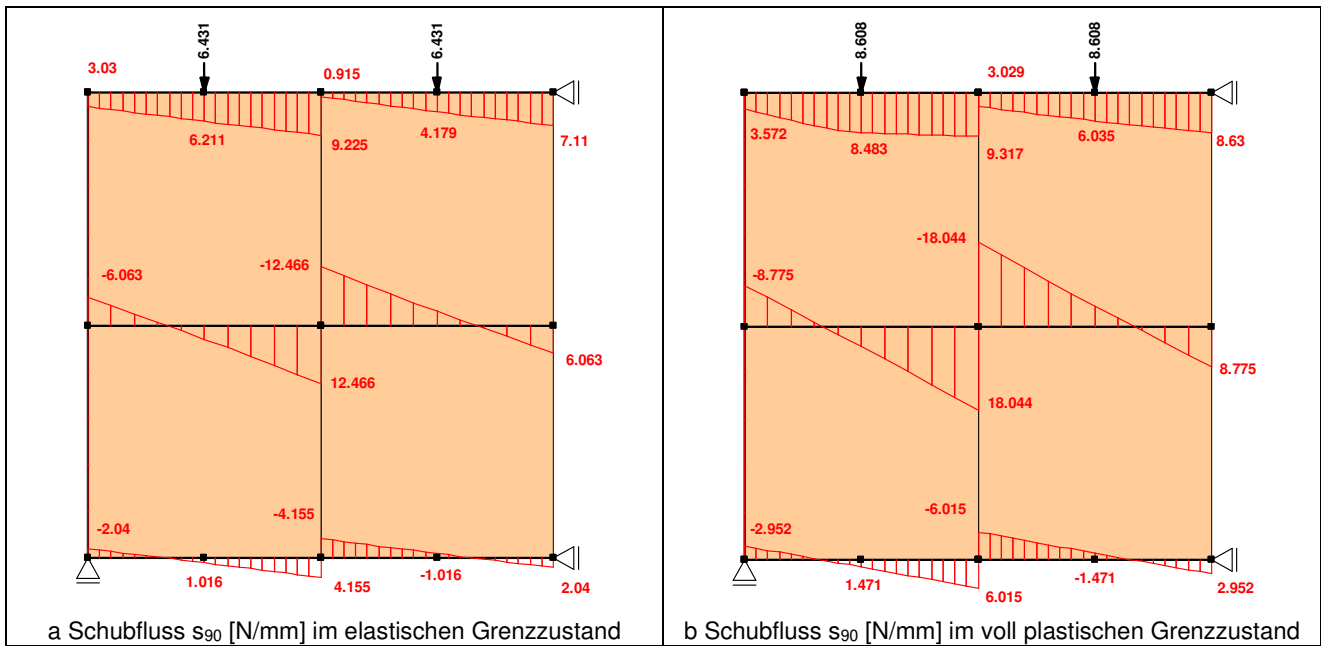
Da die innenliegende Platte keine plastischen Bereiche aufweist, ergeben sich entsprechend der Beanspruchungen in Abbildung 114b im voll plastischen Grenzzustand die Querkraften am Plattenübergang ( $j = 2$ ) zu:

$$Q_{2,OG} = (k_q \cdot q - s_{90,2,OG}) \cdot \frac{\ell_v}{4} = \left(1 \cdot \frac{8,608 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} - 3,029 \frac{\text{kN}}{\text{m}}\right) \cdot \frac{1,25 \text{ m}}{4} = 1,20 \text{ kN}$$

$$Q_{2,IR/UG} = (-s_{90,2,IR}) \cdot \frac{\ell_v}{4} = -\left(-6,015 \frac{\text{kN}}{\text{m}}\right) \cdot \frac{1,25 \text{ m}}{4} = 1,88 \text{ kN}$$

Das Gleichgewicht am Plattenübergang bestätigt diese Querkraften

$$\sum Q_{2,i} = 1,20 + 4 \cdot 1,88 = 8,72 \text{ kN} \approx q \cdot \ell_v = 8,61 \text{ kN}$$

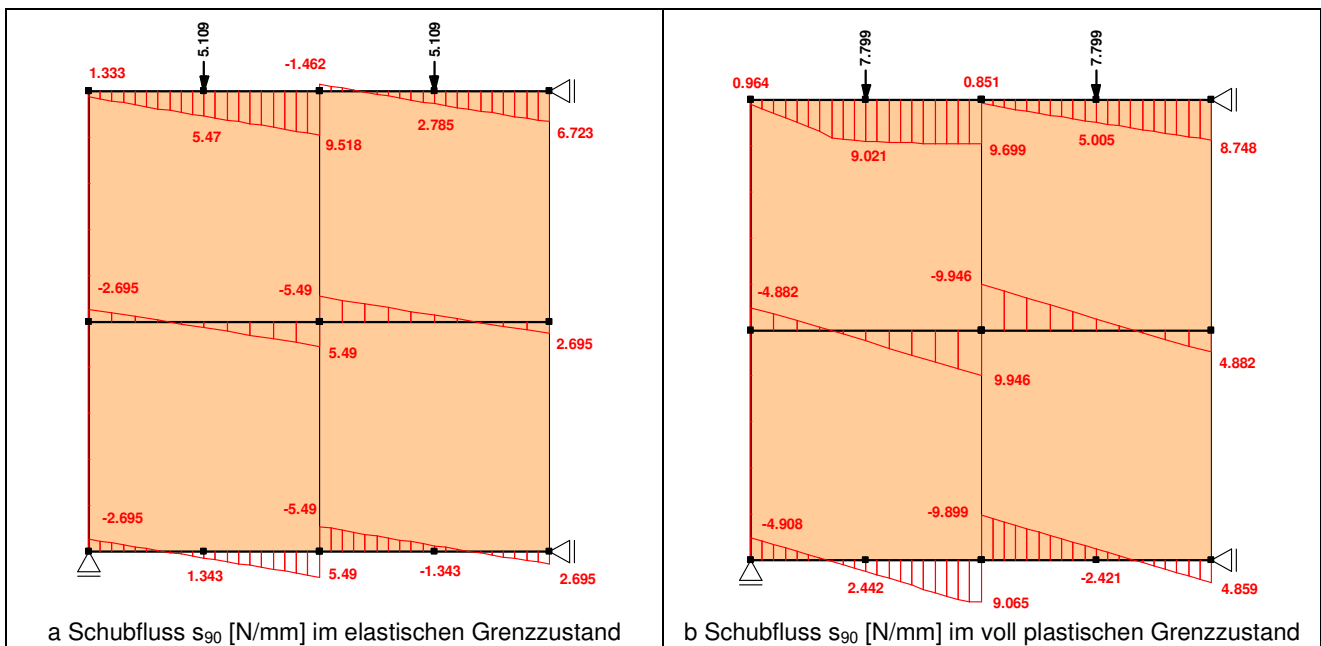


**Abbildung 114: Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt**

Bei Variante 2 wird die Rippenanzahl von fünf auf drei Rippen reduziert und die Last weiterhin in den Obergurt eingeleitet. Entsprechend der Beanspruchungen in Abbildung 115a ergeben sich die Querkräfte im elastischen Grenzzustand zu:

$$Q_{2,OG} = (k_q \cdot q - s_{90,2,OG}) \cdot \frac{\ell_v}{4} = \left( 1 \cdot \frac{5,109 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} + 1,462 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right) \cdot \frac{1,25 \text{ m}}{4} = 1,73 \text{ kN}$$

$$Q_{2,IR/UG} = (-s_{90,2,IR}) \cdot \frac{\ell_v}{4} = - \left( -5,49 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right) \cdot \frac{1,25 \text{ m}}{4} = 1,72 \text{ kN}$$



**Abbildung 115: Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt**

Im voll plastischen Grenzzustand ergibt sich entsprechend der Beanspruchungen in Abbildung 115b wiederum eine Umlagerung:

$$Q_{2,OG} = (k_q \cdot q - s_{90,2,OG}) \cdot \frac{\ell_v}{4} = \left(1 \cdot \frac{7,799 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} - 0,851 \frac{\text{kN}}{\text{m}}\right) \cdot \frac{1,25 \text{ m}}{4} = 1,68 \text{ kN}$$

$$Q_{2,IR/UG} = (-s_{90,2,IR}) \cdot \frac{\ell_v}{4} = -\left(-9,946 \frac{\text{kN}}{\text{m}}\right) \cdot \frac{1,25 \text{ m}}{4} = 3,11 \text{ kN}$$

In Variante 3 wird Variante 2 dahingehend abgeändert, dass die Last auf Ober- und Untergurt verteilt wird. Dann ergeben sich entsprechend der Beanspruchungen in Abbildung 116a die Querkräfte im elastischen Grenzzustand zu:

$$Q_{2,OG/UG} = (k_q \cdot q - s_{90,2,OG}) \cdot \frac{\ell_v}{4} = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3,15 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} + 4,288 \frac{\text{kN}}{\text{m}}\right) \cdot \frac{1,25 \text{ m}}{4} = 2,13 \text{ kN}$$

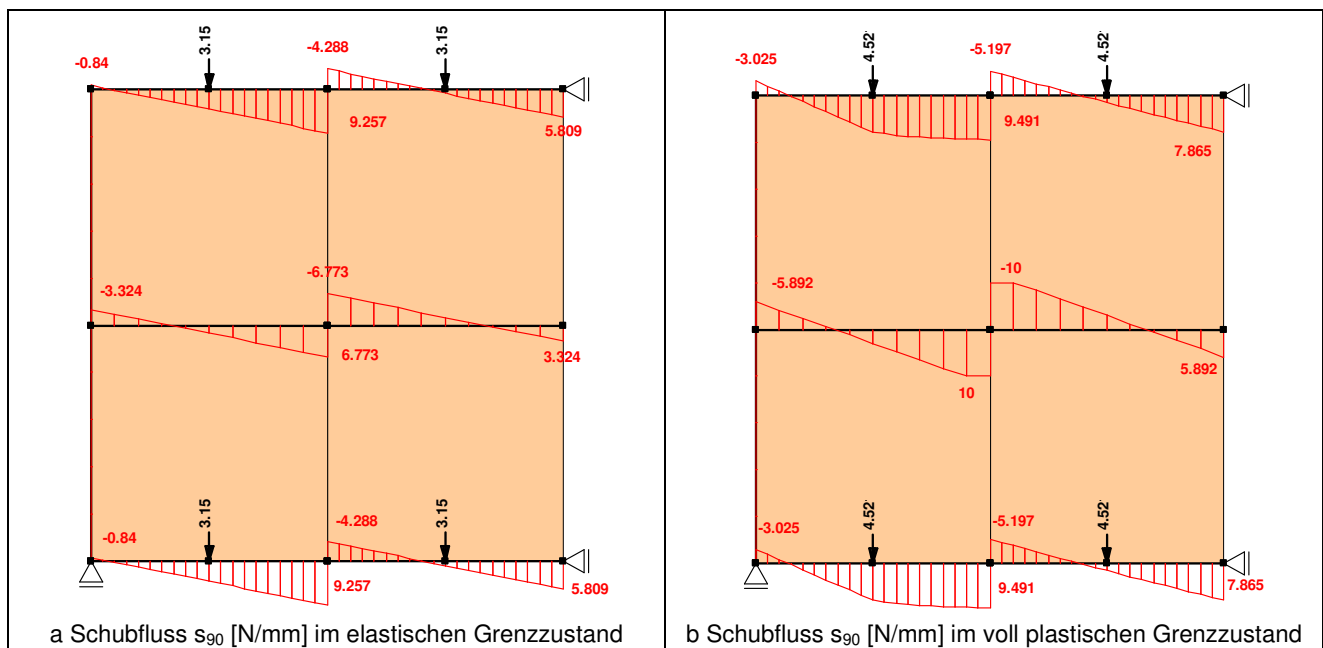
$$Q_{2,IR} = (-s_{90,2,IR}) \cdot \frac{\ell_v}{4} = -\left(-6,773 \frac{\text{kN}}{\text{m}}\right) \cdot \frac{1,25 \text{ m}}{4} = 2,11 \text{ kN}$$

Im voll plastischen Grenzzustand ergibt sich entsprechend der Beanspruchungen in Abbildung 116b wiederum eine Umlagerung:

$$Q_{2,OG/UG} = (k_q \cdot q - s_{90,2,OG}) \cdot \frac{\ell_v}{4} = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 4,52 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} + 5,197 \frac{\text{kN}}{\text{m}}\right) \cdot \frac{1,25 \text{ m}}{4} = 2,75 \text{ kN}$$

Da in der Mittelrippe plastische Bereiche vorhanden sind, kann die Querkraft nicht entsprechend der obigen Gleichung ermittelt werden, sondern lediglich aus den Gleichgewichtsbedingungen am Plattenübergang:

$$Q_{2,IR} = q \cdot \ell_v - 2 \cdot Q_{2,OG/UG} = 2 \cdot 4,52 - 2 \cdot 2,75 = 3,54 \text{ kN}$$



**Abbildung 116: Verbundbeanspruchung  $s_{90}$  im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Ober- und Untergurt**



## Anhang D Voll plastische Grenzlasten - Zahlenbeispiele

### D.1 Grenzlasten von Tafeltyp 1.1, 1.1b und 1.1c – Zahlenbeispiele

Da eine experimentelle Überprüfung der entwickelten Bestimmungsgleichungen wegen des großen Aufwands nicht möglich ist, erfolgt die Überprüfung mit dem Stab-Verbund-Modell von Hall. Um eine direkte Vergleichbarkeit der untersuchten Tafelvarianten zu ermöglichen, ist auch das bereits in Abschnitt 8.3.2 enthaltene Beispiel an dieser Stelle erneut dargestellt.

Bei den untersuchten Tafeln wird die Plattenanzahl  $n_{tp} = 4$  und die Rippenanzahl  $n_r$  variiert, während die Plattenabmessungen (1,25 m x 2,5 m) konstant gehalten werden. Für die Verbundbeanspruchbarkeit wird  $s_{pl} = 10$  N/mm und für die Verbundsteifigkeit  $k = 10$  N/mm<sup>2</sup> angenommen sowie die Rippen als starr modelliert.

Damit ergibt sich die voll plastische Grenzlast nach Gleichung (96) bei einer Lasteinleitung in den Obergurt für 4 Platten ( $n_{tp} = 4$ ), mit der Folge, dass die dritte Gleichung nicht maßgebend werden kann, und 3 Rippen ( $n_r = 3$ ) zu:

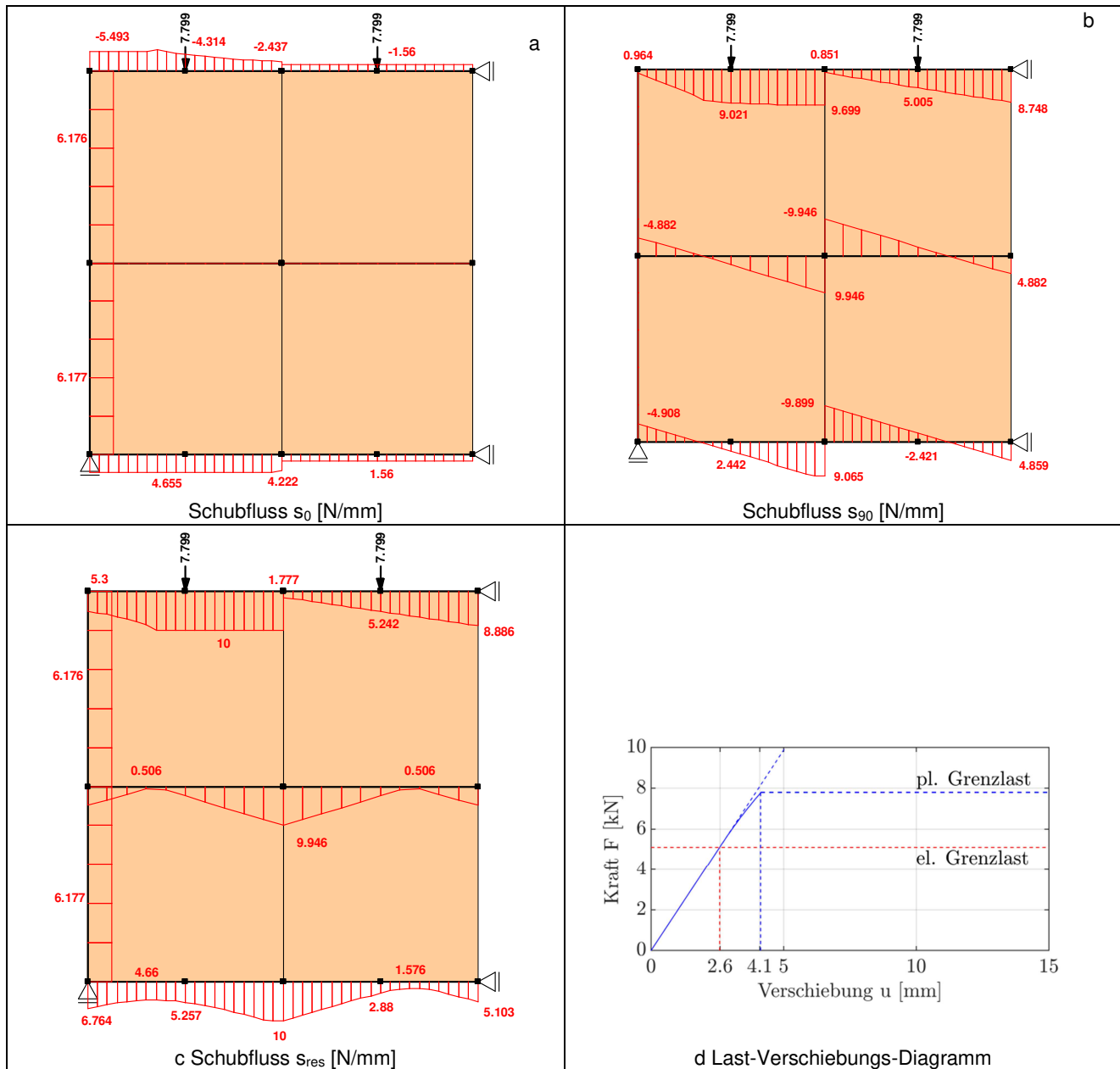
$$\begin{aligned}
 q_{pl,d} &= s_{pl} \cdot \min \left\{ \left( \frac{2 \cdot \frac{h}{n_{tp} \cdot \ell_v}}{\sqrt{\left( \frac{n_{tp} - 2}{2n_r} + \sqrt{\left( \frac{n_{tp} - 2}{2n_r} \right)^2 + \left( \frac{n_{tp} - 2}{2n_r} + k_q \right)^2} } + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{tp} - 1) \right)^2} \right)^{-1} \right. \\
 &= 10 \cdot \min \left\{ \left( \frac{2 \cdot \frac{2,5}{4 \cdot 1,25}}{\sqrt{\left( \frac{4 - 2}{2 \cdot 3} + \sqrt{\left( \frac{4 - 2}{2 \cdot 3} \right)^2 + \left( \frac{4 - 2}{2 \cdot 3} + 1 \right)^2} } + \left( \frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (4 - 1) \right)^2} \right)^{-1} \right. \\
 &= 10 \cdot \min \left\{ \frac{1}{0,536} = 5,36 \frac{kN}{m} \right.
 \end{aligned}$$

Das Stab-Verbund-Modell von Hall (2012) ermöglicht nicht die Berücksichtigung von Streckenlasten, so dass diese als zentrische Einzellast in der Mitte der Rippe eingeleitet werden. Da die Rippe als starr modelliert ist, ergibt dies für die Beanspruchungen keinen Unterschied. Bei Lasteinleitung in die starren Platten wird dieses Vorgehen ebenso angewendet. Diese Einzellasten können auf die Verbund- bzw. Plattenlänge bezogen werden und sind dann mit den ermittelten Streckenlasten vergleichbar.

Die Ergebnisse nach Hall (s. Abbildung 117) ergeben aufgrund der vorhandenen Umlagerungsmöglichkeiten auf die weniger beanspruchten Rippen in der Tafel eine höhere voll plastische Grenzlast:

$$q_{pl,d,Hall} = \frac{7,799 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} = 6,23 \frac{kN}{m}$$

Die Ergebnisse der händisch anwendbaren Bestimmungsgleichung sind somit konservativ.



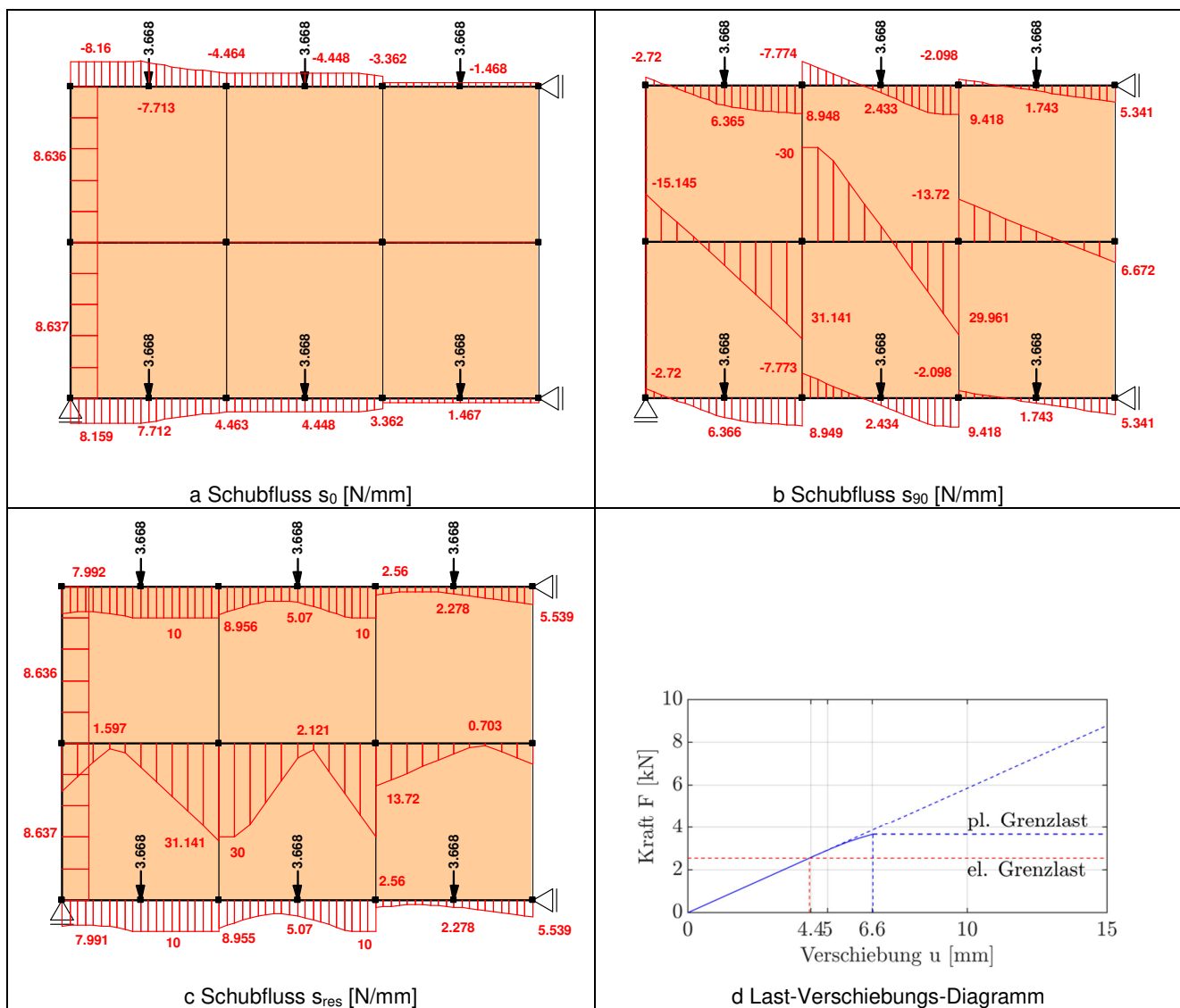
**Abbildung 117: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt.**

Für das Beispiel mit einer Lasteinleitung in den Ober- und den Untergurt, ergibt sich die voll plastische Grenzlast nach Gleichung (96). Diese berechnet sich für 6 Platten ( $n_{lp} = 6$ ) und 5 Rippen ( $n_r = 5$ ) zu:

$$q_{pl,d} = s_{pl} \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot \frac{h}{n_{lp} \cdot \ell_v} \\ \left( \sqrt{\left( \frac{n_{lp} - 2}{2n_r} + \sqrt{\left( \frac{n_{lp} - 2}{2n_r} \right)^2 + \left( \frac{n_{lp} - 2}{2n_r} + k_q \right)^2} \right)^2 + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{lp} - 1) \right)^2} \right)^{-1} \\ \left( \sqrt{\left( \frac{n_{lp} - 3}{n_r} + \sqrt{\left( \frac{n_{lp} - 3}{n_r} \right)^2 + \left( k_q - \frac{1}{n_r} \right)^2} \right)^2 + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{lp} - 3) \right)^2} \right)^{-1} \end{array} \right.$$

$$= 10 \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot \frac{2,5}{6 \cdot 1,25} \\ \sqrt{\left( \frac{6-2}{2 \cdot 5} + \sqrt{\left( \frac{6-2}{2 \cdot 5} \right)^2 + \left( \frac{6-2}{2 \cdot 5} + 0,5 \right)^2} \right)^2 + \left( \frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (6-1) \right)^2}^{-1} \\ \sqrt{\left( \frac{6-3}{5} + \sqrt{\left( \frac{6-3}{5} \right)^2 + \left( 0,5 - \frac{1}{5} \right)^2} \right)^2 + \left( \frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (6-3) \right)^2}^{-1} \end{array} \right.$$

$$= 10 \cdot \min \begin{cases} 0,666 \\ 0,536 \\ 0,678 \end{cases} = 5,36 \frac{kN}{m}$$



**Abbildung 118: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 6 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Ober- und den Untergurt.**

Auch in diesem Fall ist die voll plastische Grenzlast nach Hall (s. Abbildung 118) aufgrund der vorhandenen Umlagerungsmöglichkeiten auf die weniger beanspruchten Rippen größer gegenüber der voll plastischen Grenzlast entsprechend der einfachen Bestimmungsgleichung, die damit konservativ ist.

$$q_{pl,d,Hall} = \frac{2 \cdot 3,668 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} = 5,87 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Für das Stab-Verbund-Modell von Hall sind die inneren drei Rippen zu einer zusammengefasst, die die dreifache Eigenbiegesteifigkeit und die dreifache Verbundsteifigkeit und -tragfähigkeit gegenüber Ober- und Untergurt aufweist.

Bei einer Lasteinleitung in die Platten ergibt sich die voll plastische Grenzlast nach Gleichung (96) für 6 Platten ( $n_{lp} = 6$ ) und 5 Rippen ( $n_r = 5$ ) zu:

$$q_{pl,d} = s_{pl} \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot \frac{h}{n_{lp} \cdot \ell_v} \\ \left( \sqrt{\left( \frac{n_{lp}-2}{2n_r} + \sqrt{\left( \frac{n_{lp}-2}{2n_r} \right)^2 + \left( \frac{n_{lp}-2}{2n_r} + k_q \right)^2} \right)^2 + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{lp}-1) \right)^2} \right)^{-1} \\ \left( \sqrt{\left( \frac{n_{lp}-3}{n_r} + \sqrt{\left( \frac{n_{lp}-3}{n_r} \right)^2 + \left( k_q - \frac{1}{n_r} \right)^2} \right)^2 + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{lp}-3) \right)^2} \right)^{-1} \end{array} \right.$$

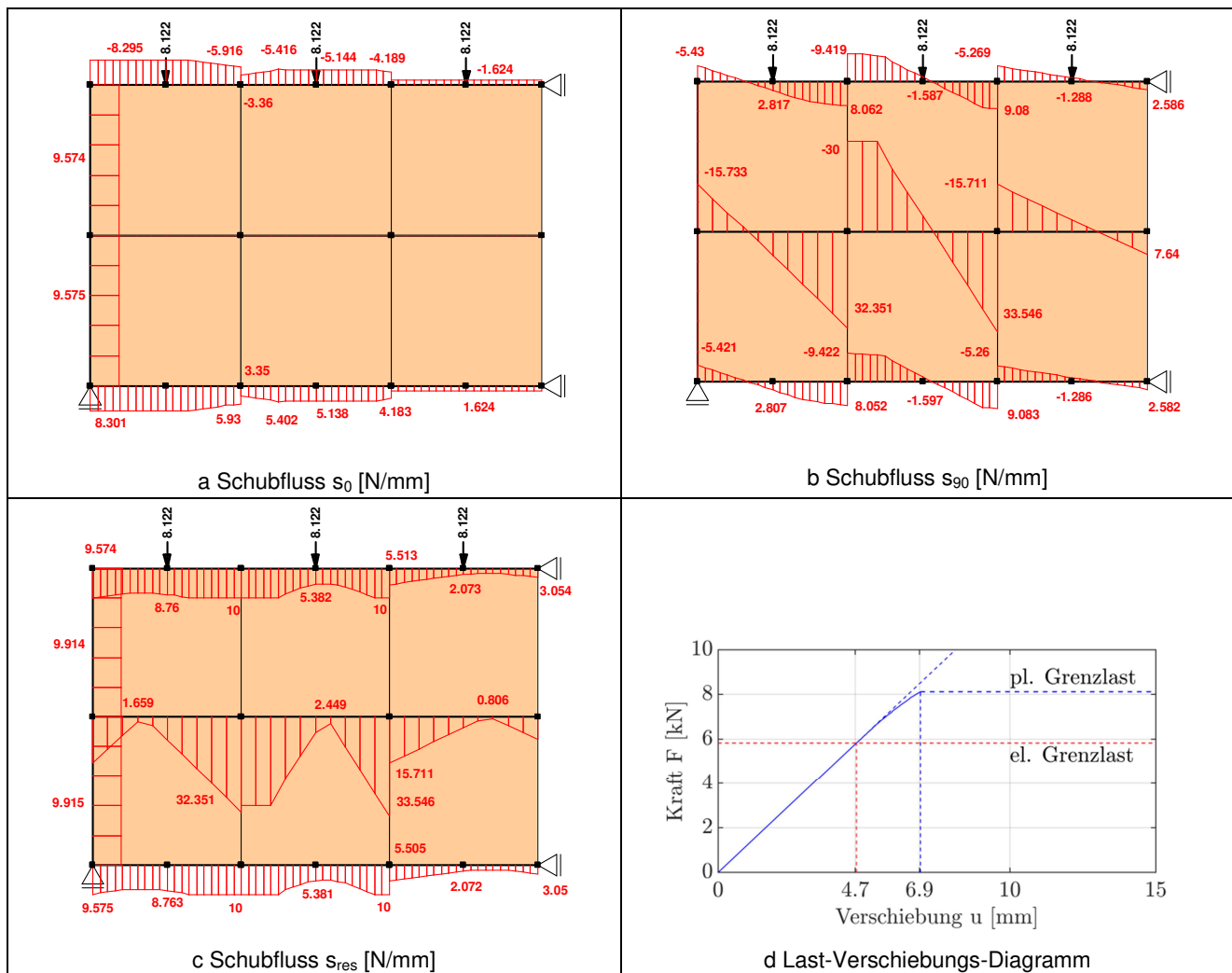
$$= 10 \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot \frac{2,5}{6 \cdot 1,25} \\ \left( \sqrt{\left( \frac{6-2}{2 \cdot 5} + \sqrt{\left( \frac{6-2}{2 \cdot 5} \right)^2 + \left( \frac{6-2}{2 \cdot 5} + 0 \right)^2} \right)^2 + \left( \frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (6-1) \right)^2} \right)^{-1} \\ \left( \sqrt{\left( \frac{6-3}{5} + \sqrt{\left( \frac{6-3}{5} \right)^2 + \left( 0 - \frac{1}{5} \right)^2} \right)^2 + \left( \frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (6-3) \right)^2} \right)^{-1} \end{array} \right.$$

$$= 10 \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 0,633 \\ 0,693 \end{array} \right\} = 6,33 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Wie für die anderen Varianten der Lasteinleitung ist die voll plastische Grenzlast nach Hall (s. Abbildung 119) größer gegenüber der nach der einfachen Bestimmungsgleichung, die damit als konservativ angesehen werden kann. Die mittleren Rippen werden dabei, wie im vorherigen Beispiel, zu einer zusammengefasst. Da sich jedoch für diese Art der Lasteinleitung die Last gleichmäßig auf alle Rippen verteilt, sind nur geringfügige Umlagerungsmöglichkeiten vorhanden und der Unterschied beider Rechenmodelle ist sehr gering.

$$q_{pl,d,Hall} = \frac{8,122 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} = 6,49 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$





**Abbildung 119: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 6 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Platten.**

## D.2 Grenzlasten von Tafeltyp 1.2, 1.2b und 1.2c - Zahlenbeispiele

Auch für diese Tafeltypen sind die händischen Bestimmungsgleichungen mit Hilfe des Stab-Verbund-Modells überprüft worden. Zur Vergleichbarkeit weisen die untersuchten Tafeln eine gleiche Plattenanzahl ( $n_{lp} = 4$ ), gleiche Plattenabmessungen (1,25 m x 2,5 m) sowie eine gleiche Rippenanzahl ( $n_r = 3$ ) auf. Um eine direkte Vergleichbarkeit der untersuchten Tafelvarianten im Hinblick auf die Varianten der Lasteinleitung zu ermöglichen, ist auch das bereits in Abschnitt 8.4.4 enthaltene Beispiel erneut dargestellt. Für die Verbundbeanspruchbarkeit wird  $s_{pl} = 10$  N/mm und für die Verbundsteifigkeit  $k = 10$  N/mm<sup>2</sup> angenommen sowie die Rippen als starr modelliert.

Mit den genannten Parametern ergeben sich die elastische und die voll plastische Grenzlast nach den Gleichungen (117) und (130) bei einer Lasteinleitung in die Platten:

$$q_{el,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{3n_{lp}-2}{n_r}\right)^2 + \left(\frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{lp}-1)\right)^2}} = \frac{10}{\sqrt{\left(\frac{3 \cdot 4 - 2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (4-1)\right)^2}} = 2,927 \frac{kN}{m}$$

$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{n_{lp} - 1}{n_r} + \sqrt{\frac{(n_{lp} - 1)^2 + 1}{n_r^2}}\right)^2 + \left(\frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{lp} - 1)\right)^2}} = \frac{10}{\sqrt{\left(\frac{4 - 1}{3} + \sqrt{\frac{(4 - 1)^2 + 1}{3^2}}\right)^2 + \left(\frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (4 - 1)\right)^2}} = 4,573 \frac{kN}{m}$$

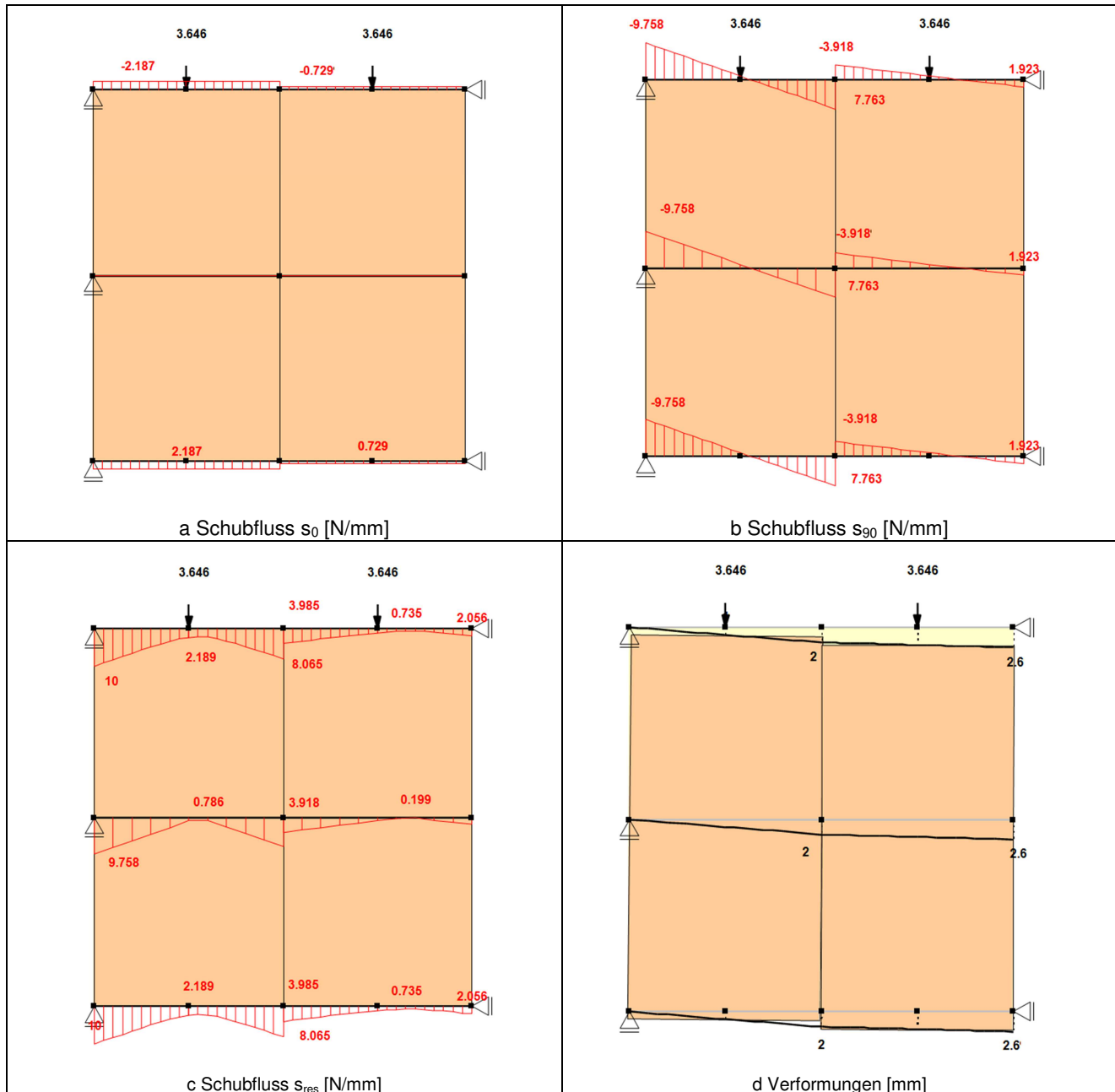
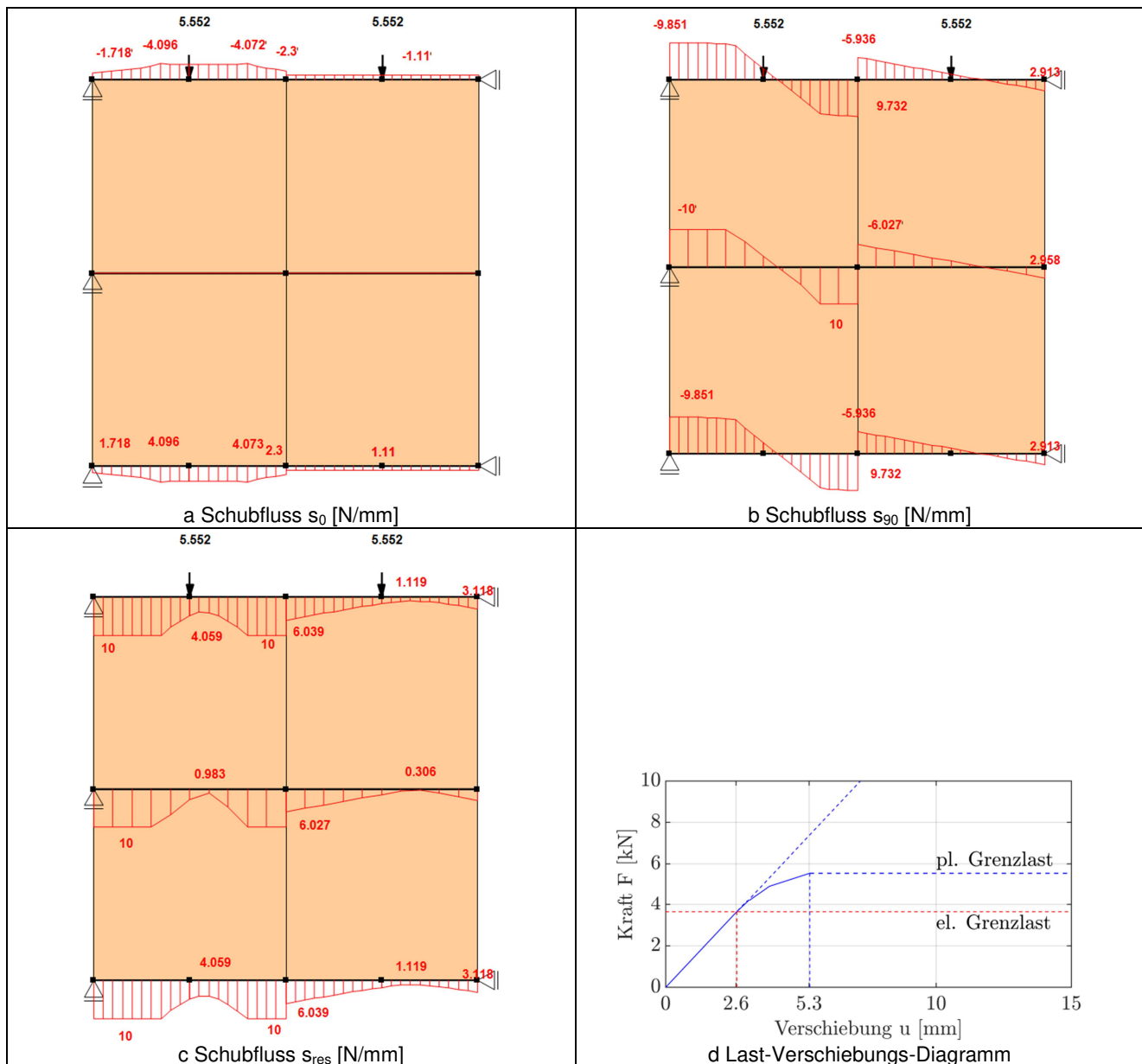


Abbildung 120: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in die Platten.



**Abbildung 121: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in die Platten.**

Zum Vergleich sind in Abbildung 120 und Abbildung 121 die Ergebnisse der Berechnung mit dem Stab-Verbund-Modell dargestellt. Die Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung:

$$q_{el,d} = 2,927 \frac{kN}{m} \approx q_{el,d,Hall} = \frac{3,646 kN}{1,25 m} = 2,917 \frac{kN}{m}$$

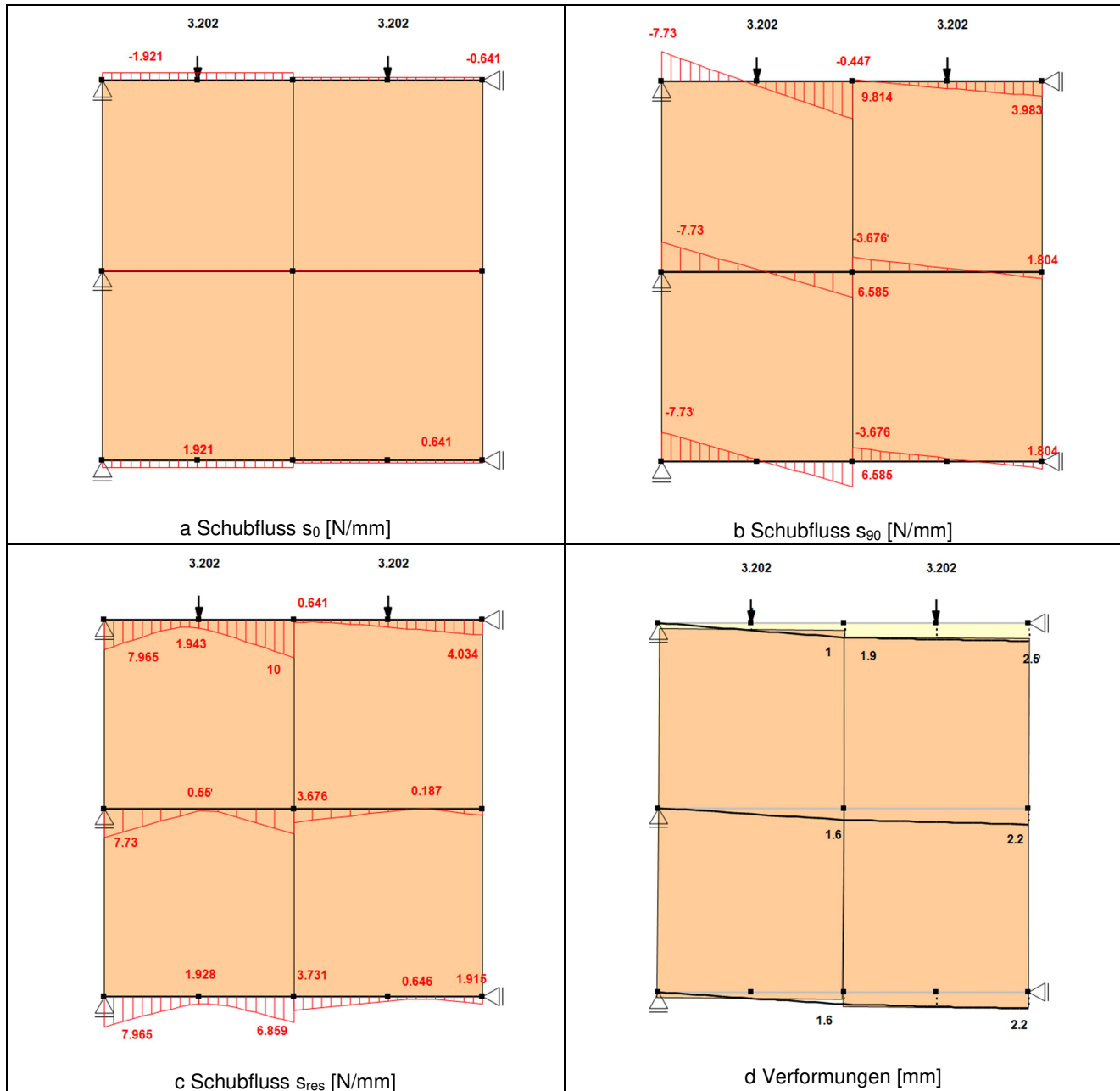
$$q_{pl,d} = 4,573 \frac{kN}{m} \approx q_{pl,d,Hall} = \frac{5,552 kN}{1,25 m} = 4,44 \frac{kN}{m}$$

Bei Lasteinleitung den Obergurt ergeben sich die Grenzlasten nach den Gleichungen (123) und (131) zu:

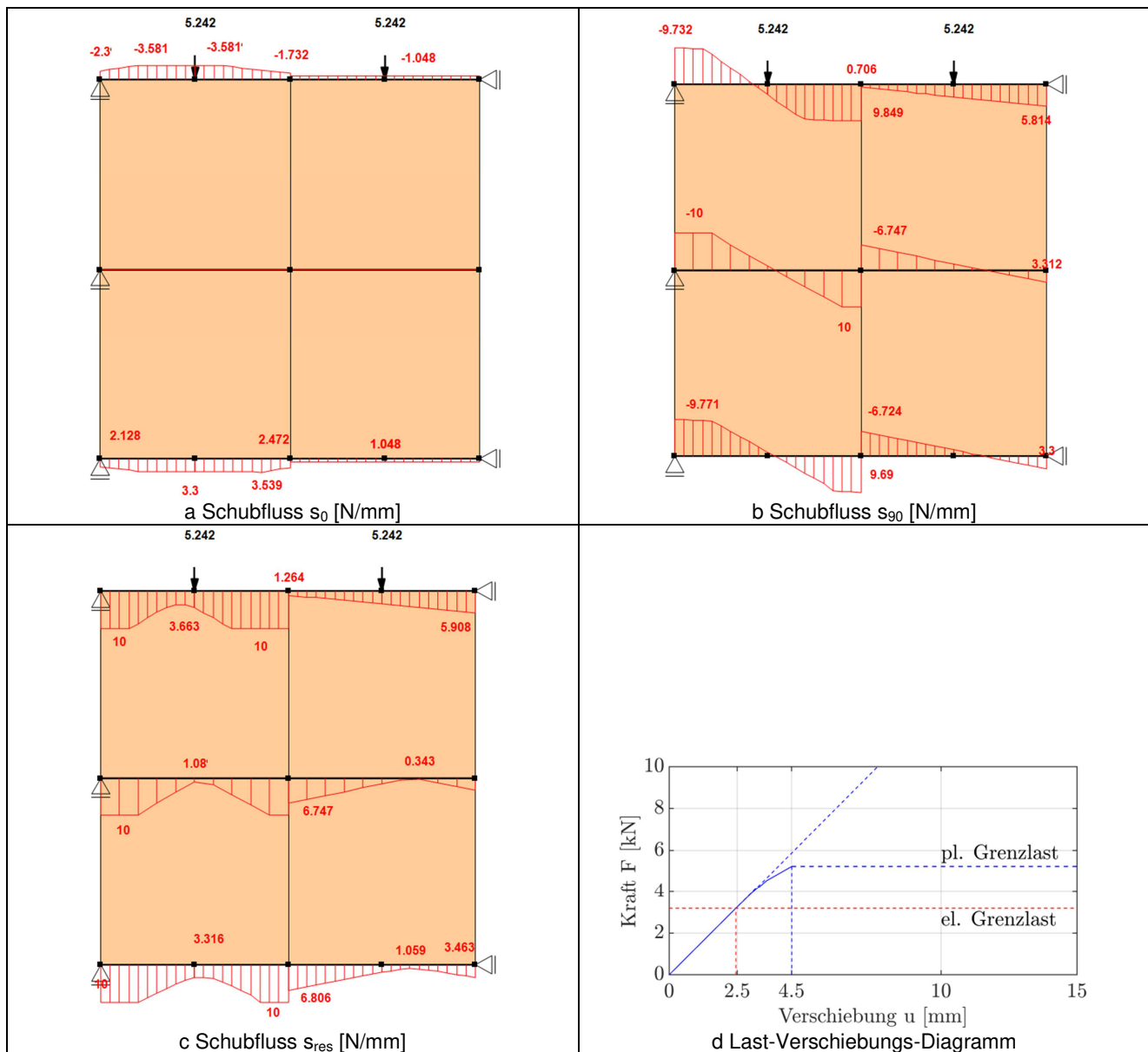
$$q_{el,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{6n_{lp} + 3n_r - 9}{2n_r}\right)^2 + \left(\frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{lp} - 1)\right)^2}} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{6 \cdot 4 + 3 \cdot 3 - 9}{2 \cdot 3}\right)^2 + \left(\frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (4 - 1)\right)^2}} = 2,457 \frac{kN}{m}$$

$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{4n_{\ell p} + n_r - 5}{4n_r} + \sqrt{\frac{(4n_{\ell p} + n_r - 5)^2 + (3n_r - 3)^2}{16n_r^2}}\right)^2 + \left(\frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1)\right)^2}}$$

$$= \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{4 \cdot 4 + 3 - 5}{4 \cdot 3} + \sqrt{\frac{(4 \cdot 4 + 3 - 5)^2 + (3 \cdot 3 - 3)^2}{16 \cdot 3^2}}\right)^2 + \left(\frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (4 - 1)\right)^2}} = 3,923 \frac{kN}{m}$$



**Abbildung 122: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in den Obergurt.**



**Abbildung 123: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in den Obergurt.**

Zum Vergleich sind in Abbildung 122 und Abbildung 123 die Ergebnisse der Berechnung mit dem Stab-Verbund-Modell dargestellt.

$$q_{el,d} = 2,457 \frac{kN}{m} \approx q_{el,d,Hall} = \frac{3,202 \text{ kN}}{1,25m} = 2,56 \frac{kN}{m}$$

$$q_{pl,d} = 3,923 \frac{kN}{m} \approx q_{pl,d,Hall} = \frac{5,242 \text{ kN}}{1,25m} = 4,19 \frac{kN}{m}$$

Bei Lasteinleitung in den Ober- und den Untergurt ergeben sich die Grenzlasten nach den Gleichungen (129) und (132):

$$q_{el,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{12n_{lp} + 3n_r - 18}{4n_r}\right)^2 + \left(\frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{lp} - 1)\right)^2}} = \frac{10}{\sqrt{\left(\frac{12 \cdot 4 + 3 \cdot 3 - 18}{4 \cdot 3}\right)^2 + \left(\frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (4 - 1)\right)^2}} = 2,998 \frac{kN}{m}$$

$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{8n_{\ell p} + n_r - 10}{8n_r} + \sqrt{\frac{(8n_{\ell p} + n_r - 10)^2 + (3n_r - 6)^2}{64 \cdot n_r^2}}\right)^2 + \left(\frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{\ell p} - 1)\right)^2}}$$

$$= \frac{s_{pl}}{\sqrt{\left(\frac{8 \cdot 4 + 3 - 10}{8 \cdot 3} + \sqrt{\frac{(8 \cdot 4 + 3 - 10)^2 + (3 \cdot 3 - 6)^2}{64 \cdot 3^2}}\right)^2 + \left(\frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (4 - 1)\right)^2}} = 4,502 \frac{kN}{m}$$

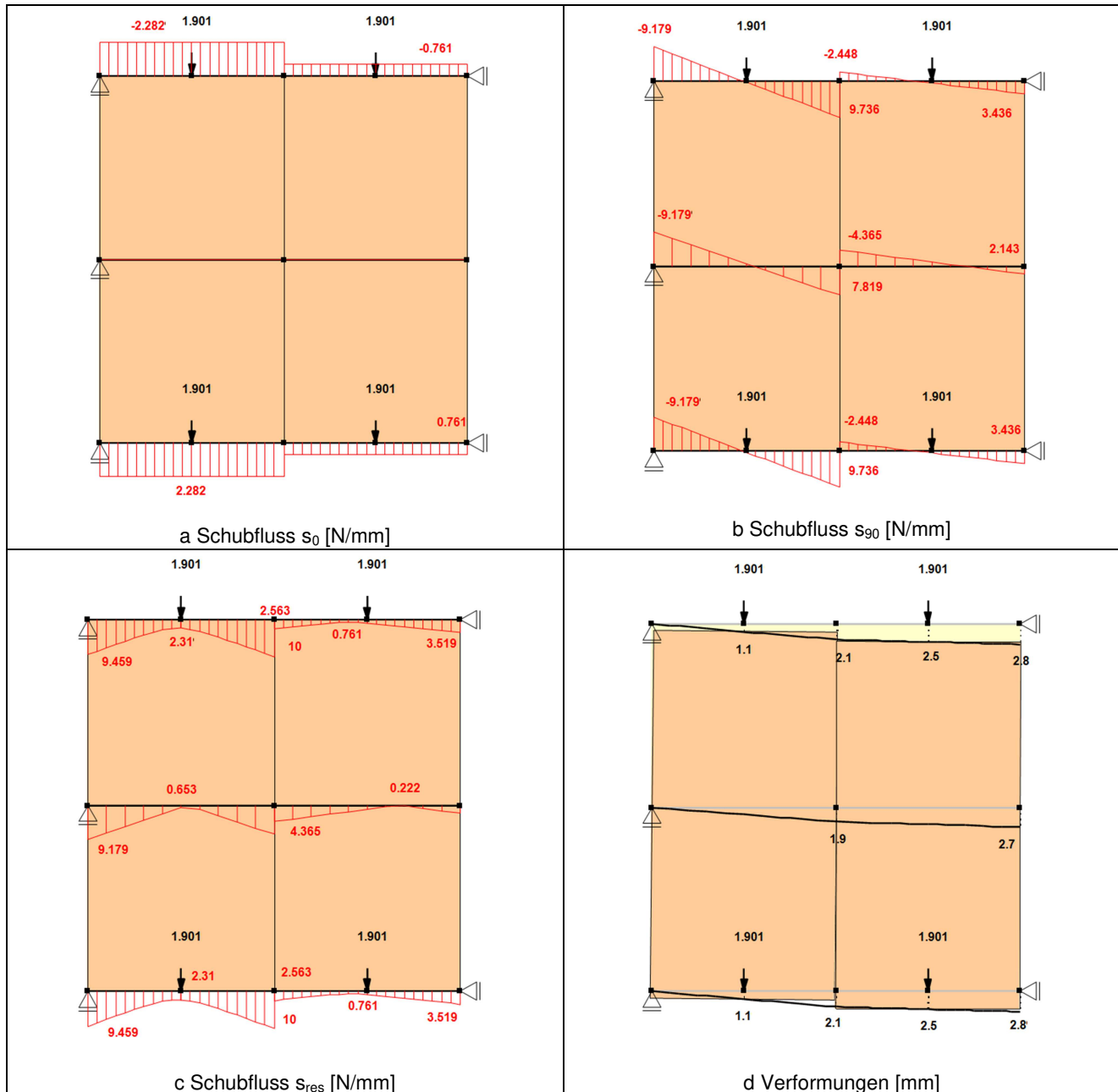
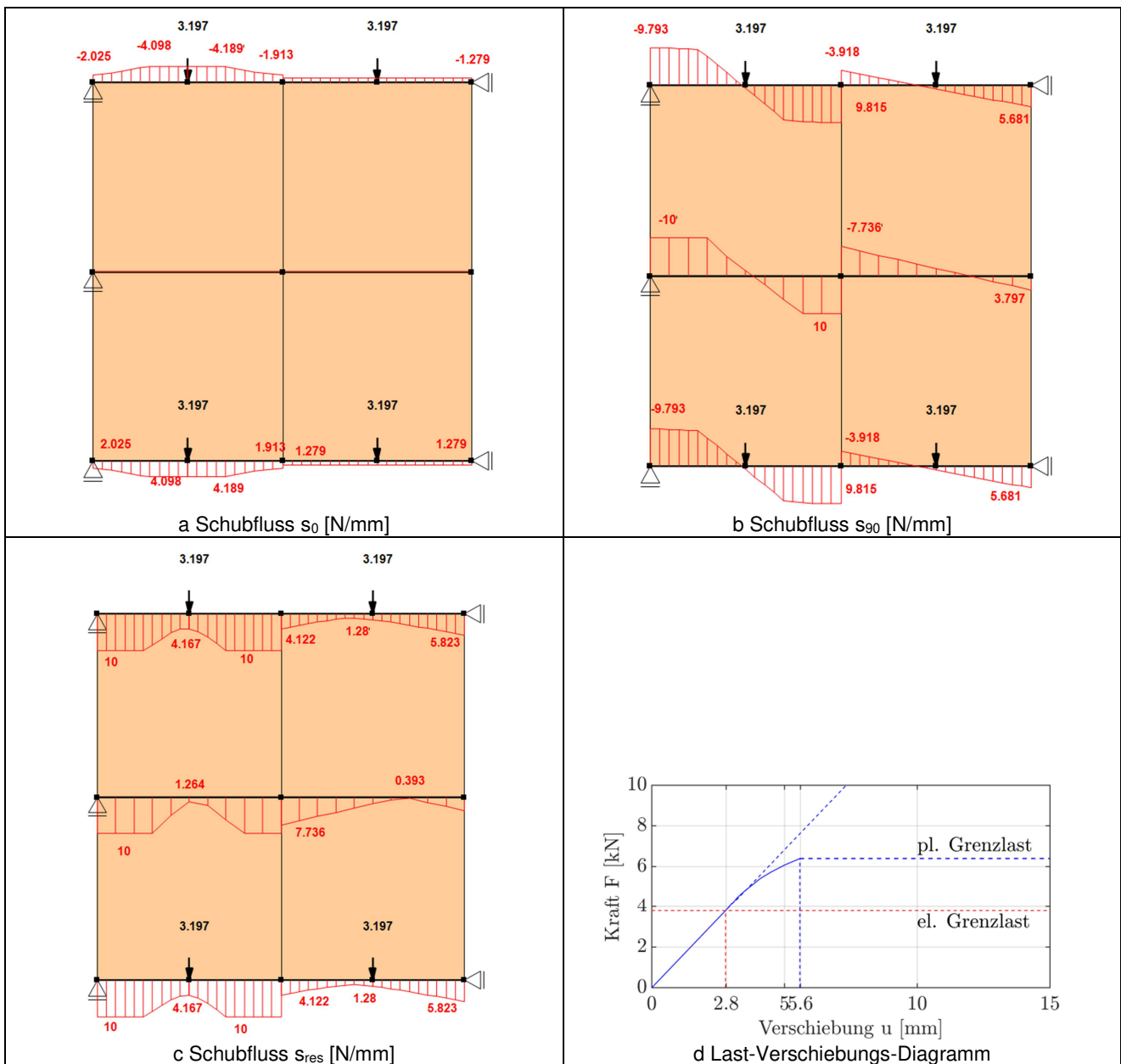


Abbildung 124: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in den Ober- und Untergurt.



**Abbildung 125: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten, 3 Rippen und punktueller Lagerung der Rippen mit Lasteinleitung in den Ober- und Untergurt.**

Zum Vergleich sind in Abbildung 124 und Abbildung 125 die Ergebnisse der Berechnung mit dem Stab-Verbund-Modell dargestellt.

$$q_{el,d} = 2,998 \frac{kN}{m} \approx q_{el,d,Hall} = \frac{2 \cdot 1,901 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} = 3,04 \frac{kN}{m}$$

$$q_{pl,d} = 4,502 \frac{kN}{m} \approx q_{pl,d,Hall} = \frac{2 \cdot 3,197 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} = 5,11 \frac{kN}{m}$$

### D.3 Grenzlasten von Tafeltyp 2.1 - Zahlenbeispiele

Wie bei den anderen Tafeltypen kann anhand einfacher Beispiele die Konservativität der Ergebnisse der Bestimmungsgleichungen mit dem Stab-Verbund-Modell von Hall (2012) gezeigt werden. Die Plattenabmessungen werden wiederum konstant gehalten (1,25 m x 2,5 m). Während bei den Varianten des Tafeltypen 1 lediglich eine Plattenreihe in Lastrichtung untersucht wurde, ist es bei Tafeltyp 2.1 zweckmäßig zwischen zwei und drei Plattenreihen zu unterscheiden.

Zur Vergleichbarkeit weisen die untersuchten Tafeln eine gleiche Plattenanzahl quer zur Lastrichtung ( $n_{lp} = 4$ ) auf. Wie bei den vorherigen Abschnitten ist auch an dieser Stelle das Beispiel aus Abschnitt 8.5.2 noch einmal dargestellt. Für die Verbundbeanspruchbarkeit wird  $s_{pl} = 10$  N/mm und für die Verbundsteifigkeit  $k = 10$  N/mm<sup>2</sup> angenommen sowie die Rippen als starr modelliert.

Für zwei Plattenreihen ( $n_{hp} = 2$ ) in Lastrichtung und fünf Rippen ( $n_{rp} = 5$ ,  $a_r = 0,625$  m) ergibt sich die voll plastische Grenzlast nach Gleichung (148) zu:

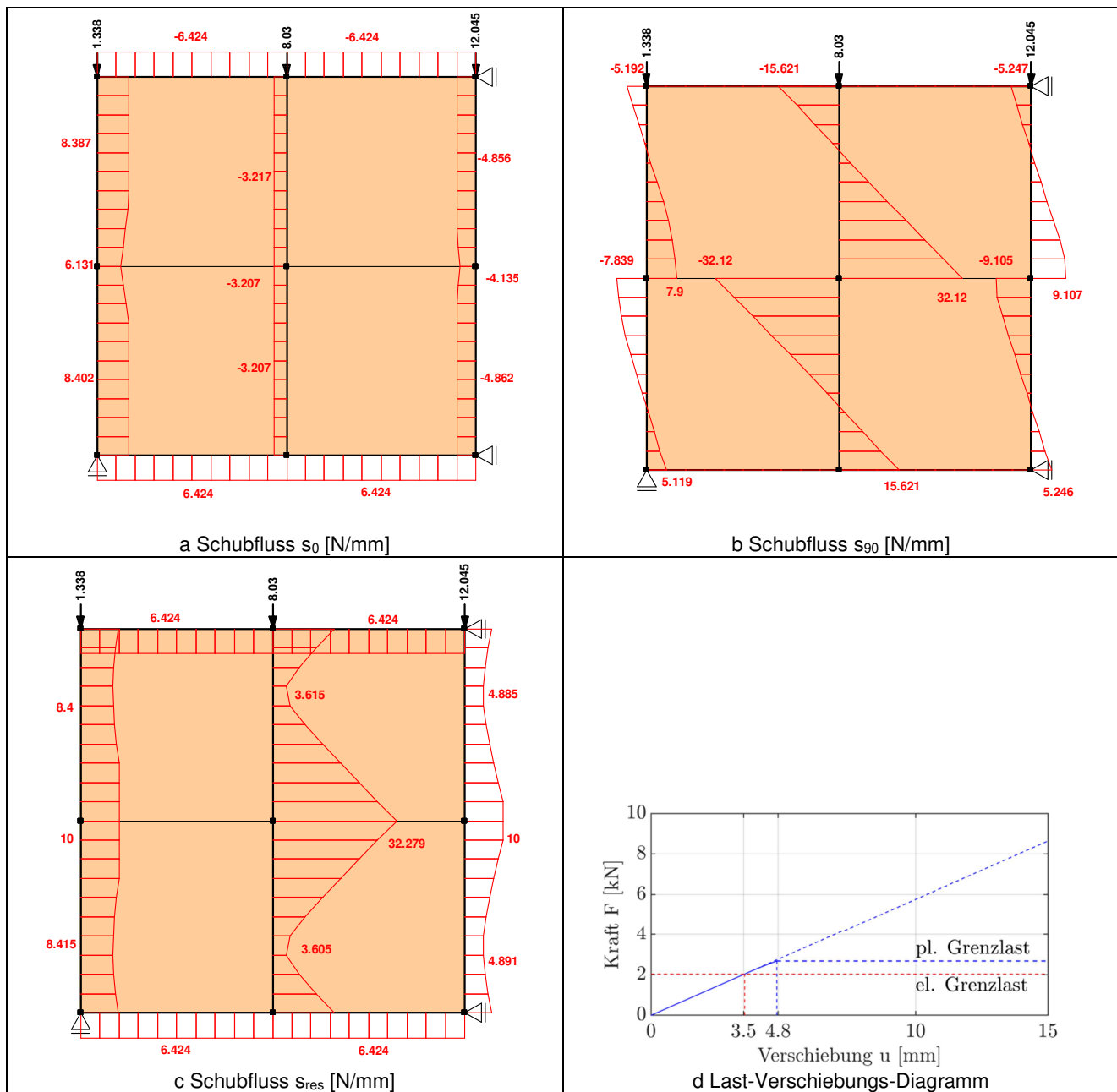
$$q_{pl,d} = \frac{s_{pl}}{\left( \sqrt{\left( \frac{\ell_p^2}{h_p^2} \cdot \frac{n_{lp} - 1}{2 \cdot n_{rp} \cdot n_{hp}} \cdot (1 + \sqrt{2}) \right)^2 + \left( \frac{n_{lp} \cdot \ell_p - a_r}{2 \cdot n_{hp} \cdot h_p} \right)^2} \right)} = \frac{10}{\left( \sqrt{\left( \frac{2,5^2}{1,25^2} \cdot \frac{4 - 1}{2 \cdot 5 \cdot 2} \cdot (1 + \sqrt{2}) \right)^2 + \left( \frac{4 \cdot 2,5 - 0,625}{2 \cdot 2 \cdot 1,25} \right)^2} \right)} = 4,22 \frac{kN}{m}$$

Nach Hall (s. Abbildung 126) ergibt sich die voll plastische Grenzlast für diese Tafel zu:

$$q_{pl,d,Hall} = \frac{1,338 \text{ kN}}{\frac{0,625 \text{ m}}{2}} = 4,28 \frac{kN}{m}$$

Die drei innen angeordneten Rippen sind dabei vereinfachend zu einer zusammengefasst und weisen die dreifache Eigenbiegesteifigkeit auf. Der Verbund dieser Rippen mit der Beplankung wird ebenso mit dreifacher Steifigkeit und dreifacher Beanspruchbarkeit modelliert. Die Last aus den auflagerfernen Platten wird dabei ausschließlich durch die gemeinsame vertikale Rippe und nicht durch Querkräfte in Ober- und Untergurt in den Randbereich eingeleitet. Für den maßgebenden Verbundbereich der Randrippe ändert sich durch diese Vereinfachung nichts.





**Abbildung 126: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten quer und 2 Platten parallel zur Lastrichtung, 5 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen.**

Für drei Plattenreihen ( $n_{hp} = 3$ ) in Lastrichtung und vier Rippen ( $n_{rp} = 4$ ,  $a_r = 0,833$  m) ergibt sich die voll plastische Grenzlast nach Gleichung (149) zu:

$$\begin{aligned}
 q_{pl,d} &= \frac{s_{pl}}{\left( \sqrt{\left( 2 \cdot \frac{\ell_p^2}{h_p^2} \cdot \frac{n_{\ell p} - 1}{n_{rp} \cdot n_{hp}} \right)^2 + \left( \frac{n_{\ell p} \cdot \ell_p - a_r}{2 \cdot n_{hp} \cdot h_p} \right)^2} \right)} \\
 &= \frac{10}{\left( \sqrt{\left( 2 \cdot \frac{2,5^2}{1,25^2} \cdot \frac{4 - 1}{4 \cdot 3} \right)^2 + \left( \frac{4 \cdot 2,5 - 0,833}{2 \cdot 3 \cdot 1,25} \right)^2} \right)} = 4,27 \frac{kN}{m}
 \end{aligned}$$

Das Stab-Verbund-Modell nach Hall (2012) ergibt eine geringfügig höhere voll plastische Grenzlast (s. auch Abbildung 127):

$$q_{pl,d,Hall} = \frac{1,879 \text{ kN}}{\frac{0,833 \text{ m}}{2}} = 4,51 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Auch für diesen Fall wird die Last aus der auflagerfernen Plattenreihe vereinfachend in die gemeinsame vertikale Rippe eingeleitet.

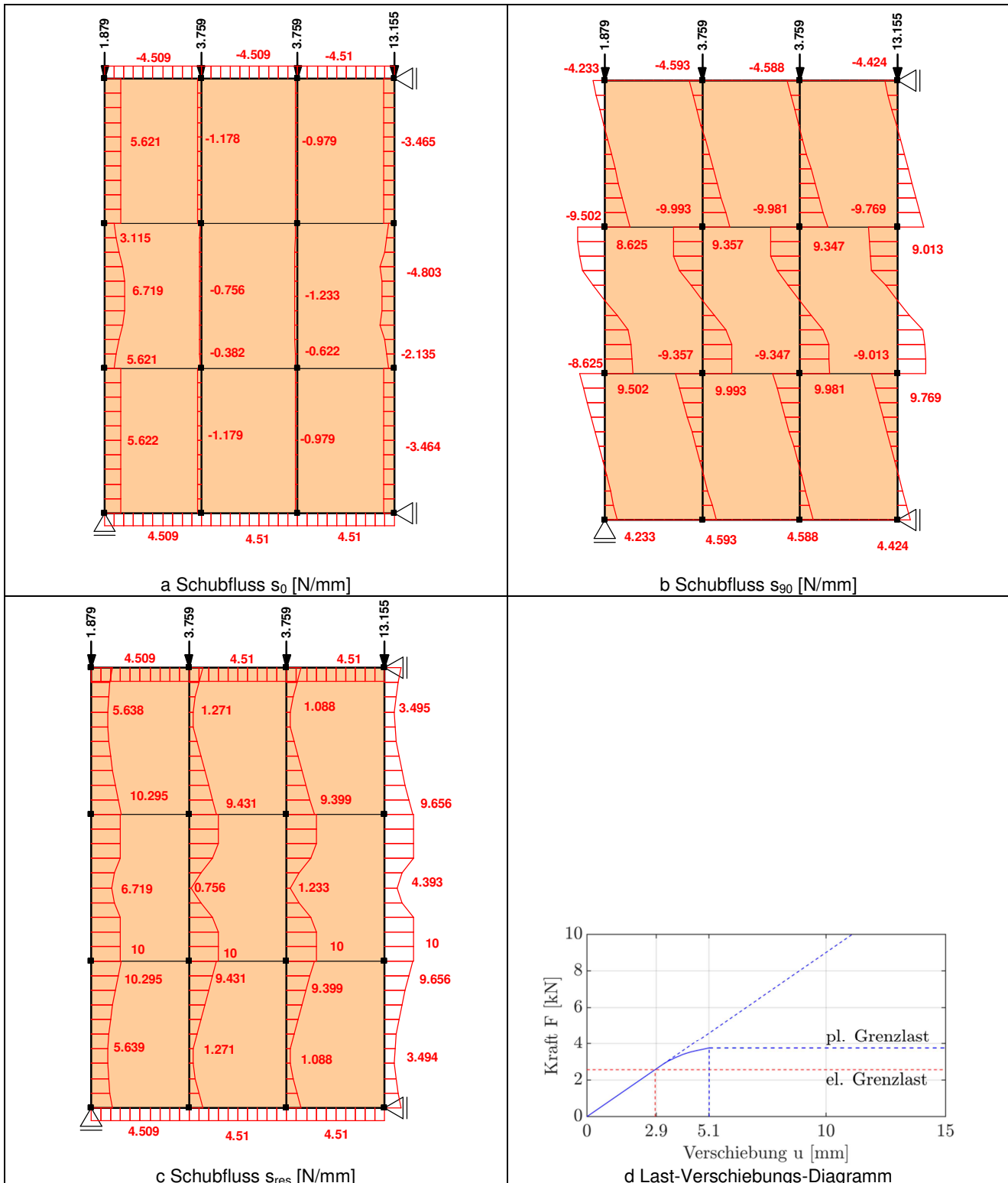


Abbildung 127: Voll plastischer Grenzzustand einer Deckentafel aus 4 Platten quer und 3 Platten parallel zur Lastrichtung, 4 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen.

## Anhang E Grenzzustand übermäßiger Verformungen - Zahlenbeispiele

In Kapitel 10 wird anhand einiger Beispiele, die innerhalb dieses Anhangs vollständig dargestellt sind, gezeigt, dass bei Festlegung des Grenzzustands übermäßiger Verformung als die 1,5-fache Verschiebung im elastischen Grenzzustand der im Rahmen des semi-probabilistischen Sicherheitskonzepts definierte Bemessungszustand mindestens dem elastischen Grenzzustand entspricht und damit die Bestimmung der Beanspruchungen und Verformungen auf Basis elastischen Tragverhaltens konservativ ist. Zudem wird gezeigt, dass sich bei annähernd vollständiger Ausnutzung der plastischen Tragreserven lokaler Verbundabschnitte keine übermäßigen Verformungen der ganzen Tafeln einstellen.

Die Beispiele beschränken sich dabei auf die in der Praxis üblichen Tafeltypen 1.1b, 1.1c und 2.1. Für diese Tafeltypen sind die Umlagerungsmöglichkeiten aufgrund unterschiedlicher Arten der Lasteinleitung sehr unterschiedlich, wie auch Tabelle 12 des Abschnitts 9.4 verdeutlicht.

Die Modelle dieses Abschnitts sind einerseits so gewählt, dass die die Anwendungsgrenzen des Stab-Verbund-Modells von Hall (zum Beispiel die Begrenzung der Plattenknoten oder der maximalen Elementanzahl) auf Grund ihrer Größe nicht überschritten werden. Andererseits sind die Rippenabstände und damit die Anzahl der Verbindungsmittelreihen so gewählt, dass sie mit praxisüblichen Deckenbalkenabständen konform sind (s. Tabelle 13). Die Tafeln sind jedoch weiterhin entsprechend der Annahmen des erweiterten Schubfeldträgermodells (s. Abschnitt 1.2) modelliert, so dass sich die Umlagerungsmöglichkeiten lediglich auf die Verteilung der Querkräfte an den Plattenübergängen beschränken. Die Rippen werden bei allen Modellen als starre Rippen mit Gelenken an den Plattenübergängen modelliert, die Verbundbeanspruchbarkeit wird  $s_{pl}$  zu 10 N/mm und die Verbundsteifigkeit  $k$  zu 10 N/mm<sup>2</sup> angenommen.

**Tabelle 14: Parameter der Beispiele dieses Abschnitts**

Tafeltyp	$n_{lp}$	$n_{hp}$	$n_r / n_{rp}$
1.1b	4	1	5
1.1c	6	1	5
2.1 – Variante 1	4	2	5
2.1 – Variante 2	4	3	4

Für das Beispiel des Tafeltypen 1.1b ergibt sich die elastische Grenzlaster nach Gleichung (152) zu:

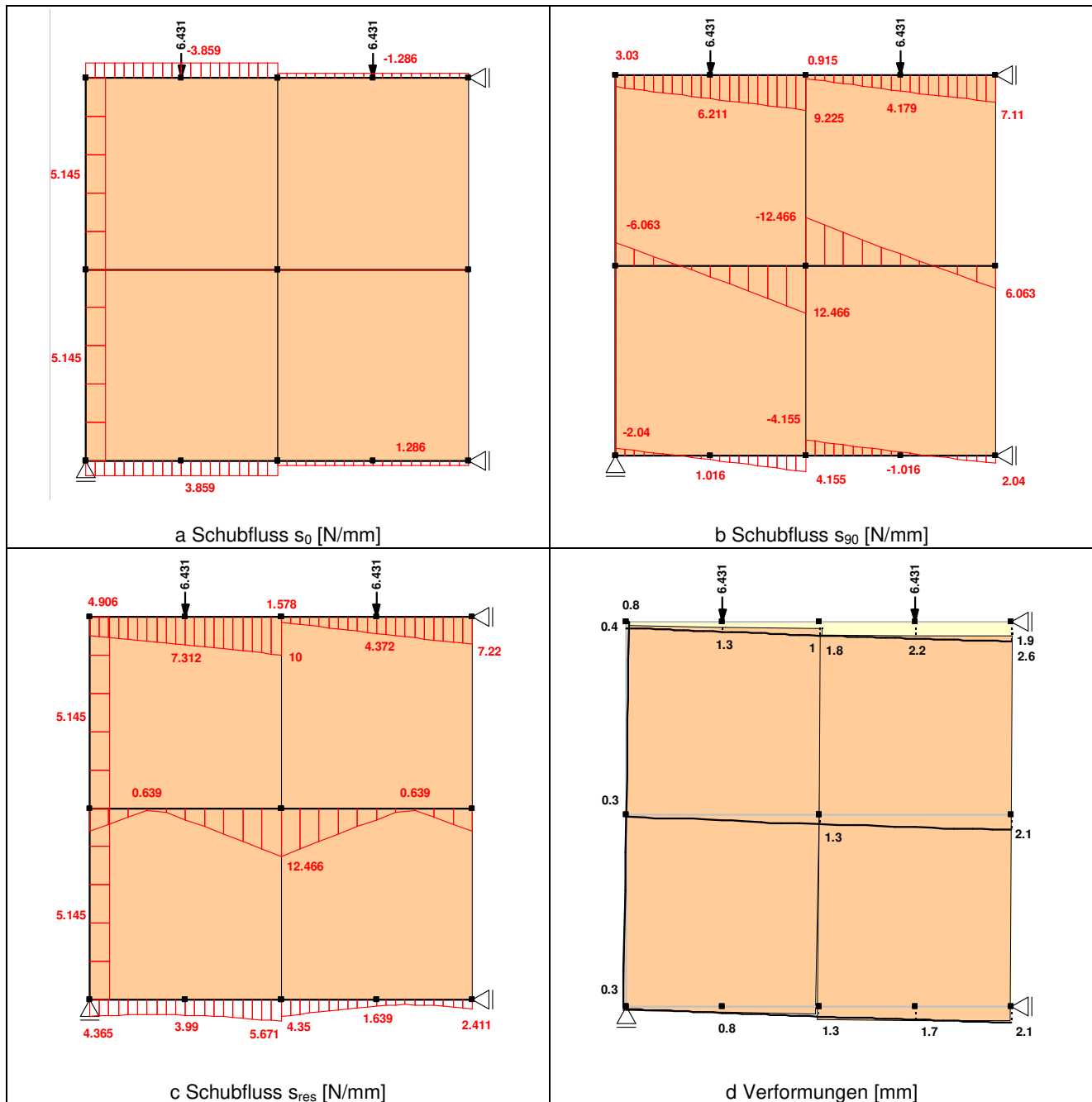
$$q_{el,d,PRB} = s_{pl} \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot \frac{h}{n_{lp} \cdot \ell_v} \\ \left( \sqrt{\left( 2 \cdot \frac{n_{lp} - 2}{n_r} + k_q \right)^2 + \left( \frac{\ell_v}{2h} \cdot (n_{lp} - 1) \right)^2} \right)^{-1} \end{array} \right.$$

$$= 10 \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot \frac{2,5}{4 \cdot 1,25} \\ \left( \sqrt{\left( 2 \cdot \frac{4 - 2}{5} + 1 \right)^2 + \left( \frac{1,25}{2 \cdot 2,5} \cdot (4 - 1) \right)^2} \right)^{-1} \end{array} \right. = 10 \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 0,513 \end{array} \right. = 5,13 \frac{kN}{m}$$

Nach dem Stab-Verbund-Modell von Hall ergibt sich ein geringfügig anderer Wert für die elastische Grenzlast (s. Abbildung 128):

$$q_{el,d,Hall} = \frac{6,431 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} = 5,15 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Da im elastischen Grenzzustand noch keine Umlagerungen innerhalb der Tafel auftreten, sind die Unterschiede des Stab-Verbund-Modells und die des erweiterten Schubfeldträgermodells nach Kessel, Sieder, Anheier und Janßen (2018a) vernachlässigbar gering.

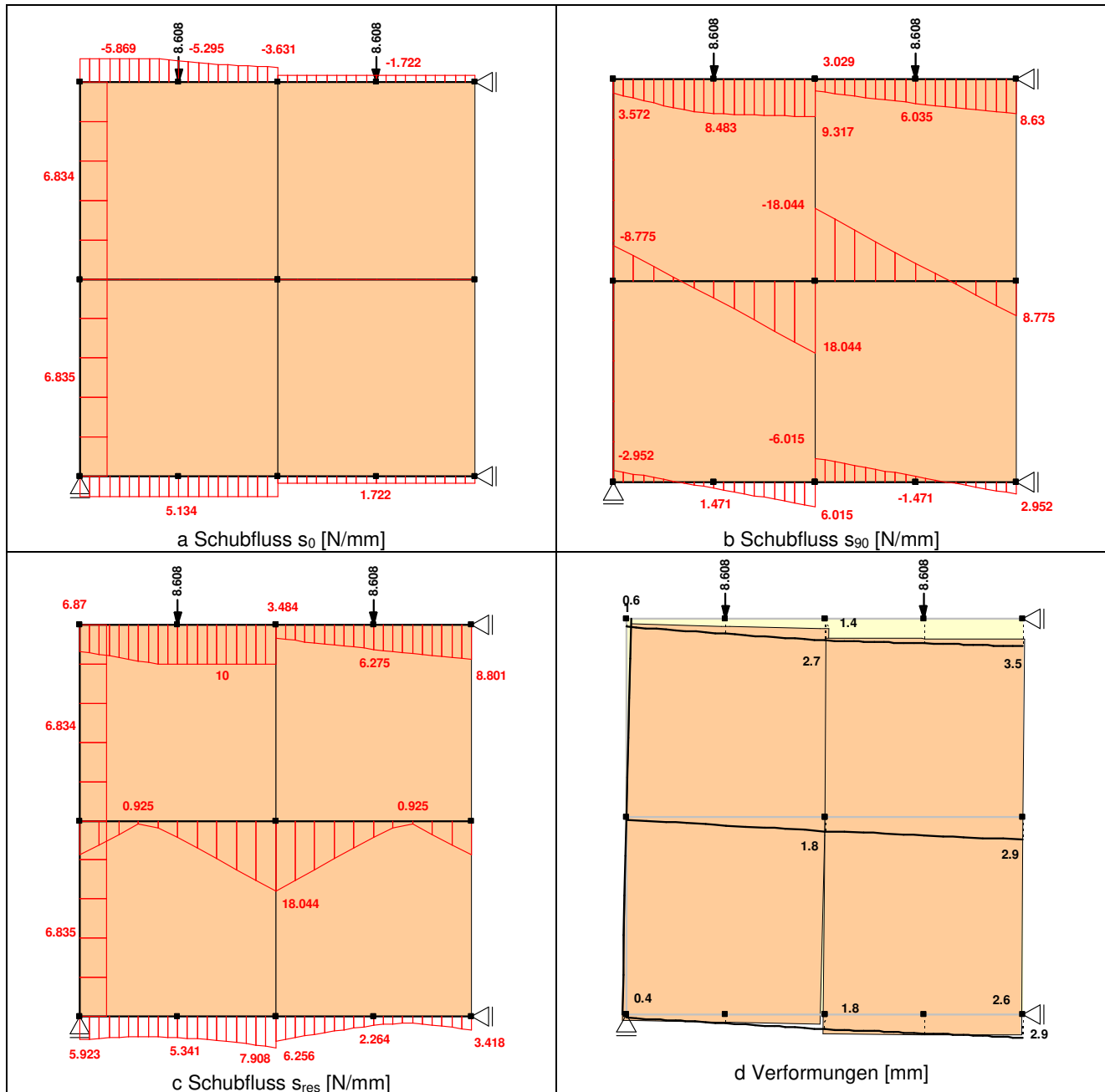


**Abbildung 128: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel Typ 1b aus 4 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt**

Die Tragfähigkeit dieser Tafel wird durch den voll plastischen Grenzzustand (s. Abbildung 129) und nicht durch die 1,5-fachen Verschiebungen im elastischen Grenzzustand begrenzt. Es ergibt sich eine mehr als 1,3-fache Beanspruchbarkeit im elastischen Grenzzustand und damit aufgrund der Umlagerungen ein deutlich größerer Tragfähigkeitsgewinn gegenüber den Ergebnissen bei

Anwendung der Bestimmungsgleichungen, bei denen das Verhältnis bei ungefähr 1,2 liegt (vgl. Abbildung 98).

$$\frac{q_{pl,d,Hall}}{q_{el,d,Hall}} = \frac{8,608 \text{ kN}}{6,431 \text{ kN}} = 1,34$$



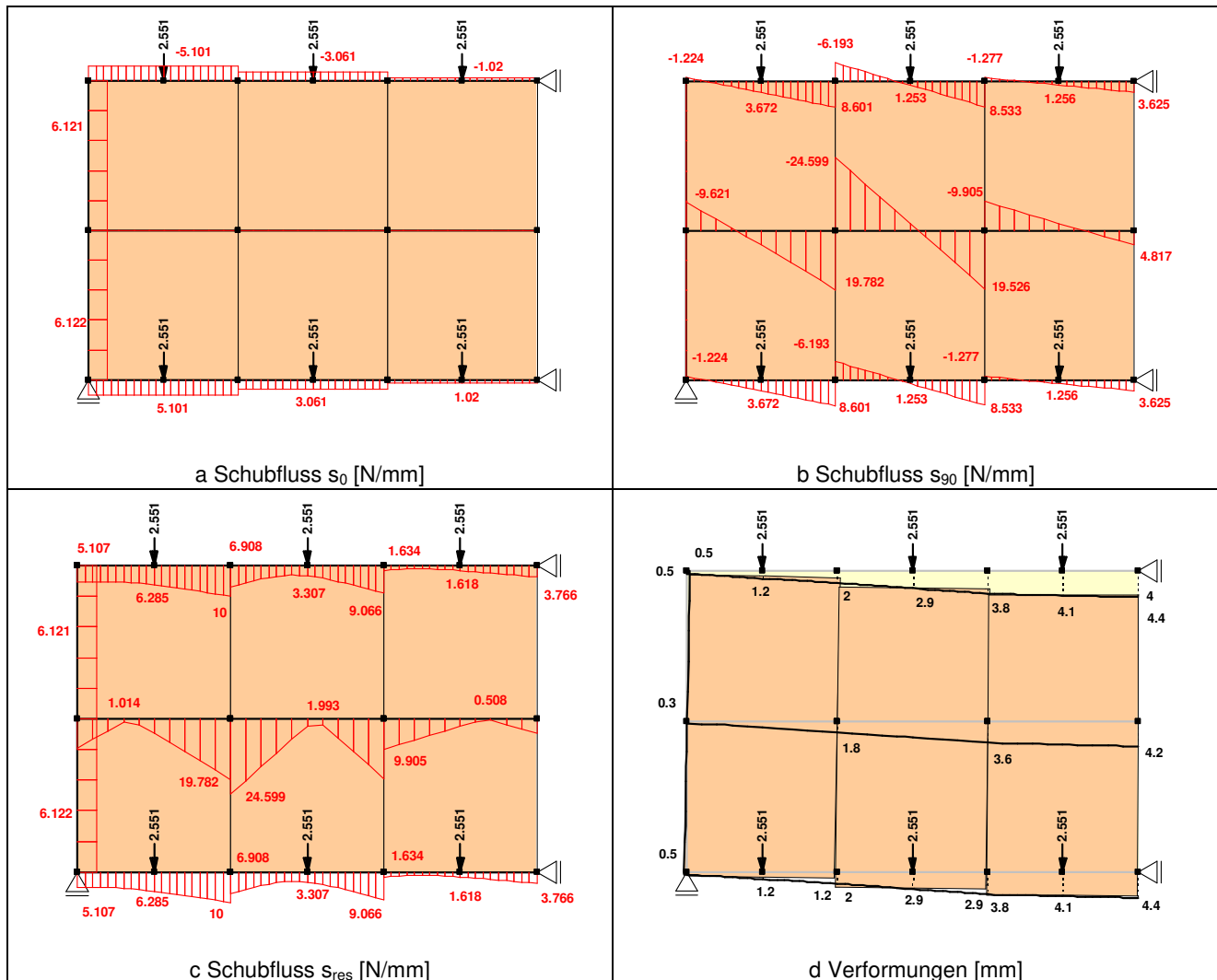
**Abbildung 129: Grenzzustand übermäßiger Verformung (in diesem Fall auch voll plastischer Grenzzustand)<sup>21</sup> einer Deckentafel Typ 1b aus 4 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in den Obergurt**

Beim Beispiel des Tafeltyp 1c entspricht wiederum die elastische Grenzlaster nach Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017d) (s. Tabelle 12) der des Stab-Verbund-Modells (s. Abbildung 130):

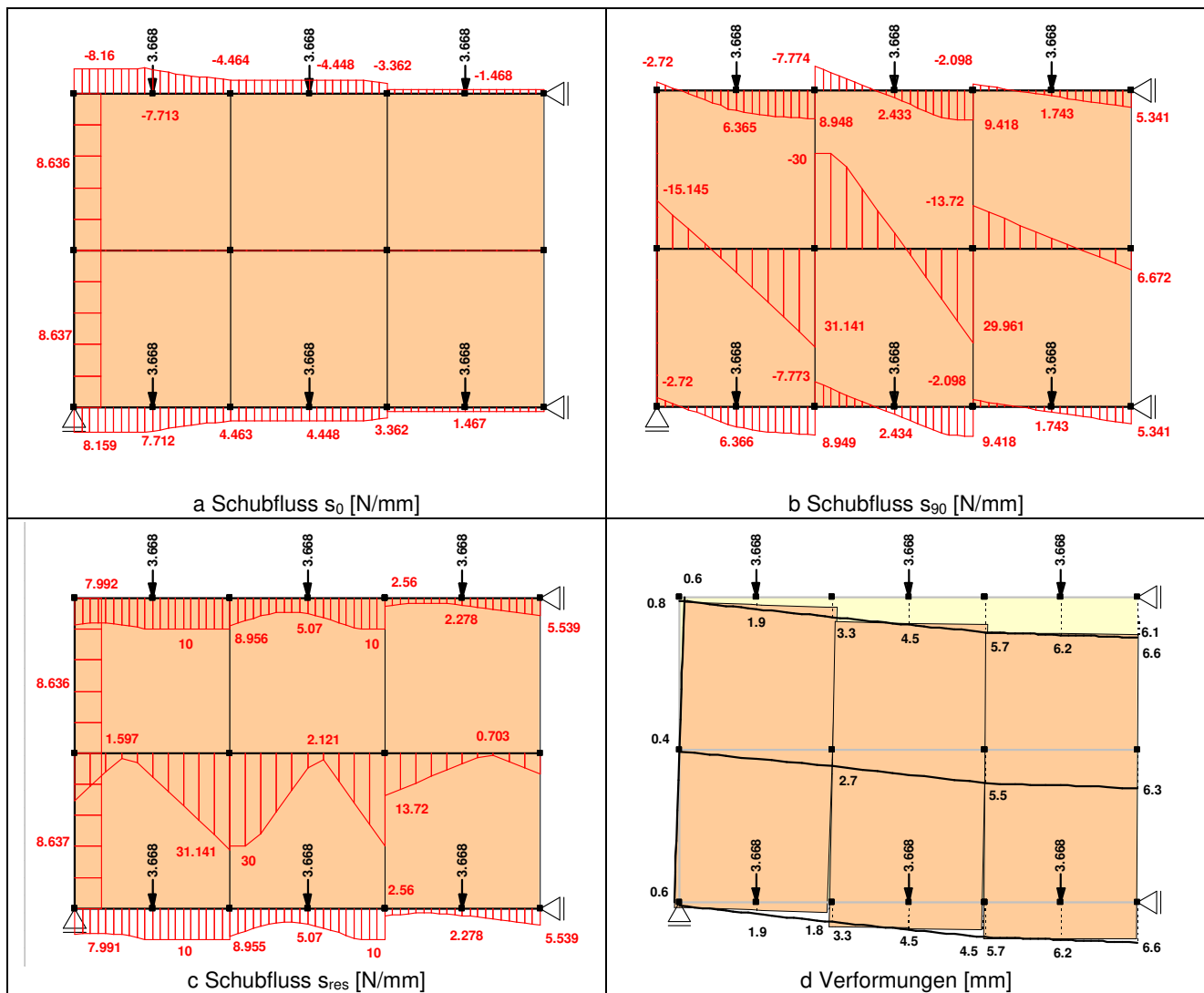
$$q_{el,d,PRB} = 4,09 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \approx q_{el,d,Hall} = \frac{2 \cdot 2,55 \text{ kN}}{1,25 \text{ m}} = 4,08 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

<sup>21</sup> Das Stab-Verbund-Modell gibt im voll plastischen Grenzzustand die Ergebnisse des Lastschrittes bevor das Gesamtmodell kinematisch wird aus. Daher weist die Tafel noch eine Reststeifigkeit auf und es können Verformungen angegeben werden.

Wie in Tabelle 12 dargestellt ergibt sich durch die Umlagerungsmöglichkeiten ein größerer Tragfähigkeitsgewinn durch Ausnutzung plastischer Reserven beim Stab-Verbund-Modell gegenüber den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Bestimmungsgleichungen. In dem in Abbildung 131 dargestellten Beispiel sind der Grenzzustand übermäßiger Verformungen und der voll plastische Grenzzustand beim Stab-Verbund-Modell identisch und entsprechen dem 1,44-fachen der elastischen Grenzlast, so dass sich bei der Annahme der 1,3-fachen elastischen Grenzlast als charakteristischer Wert der Beanspruchbarkeit geringere als die 1,5-fachen Verschiebungen im elastischen Grenzzustand ergeben.



**Abbildung 130: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel Typ 1c aus 6 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in Ober- und Untergurt**



**Abbildung 131: Grenzzustand übermäßiger Verformung (in diesem Fall auch voll plastischer Grenzzustand)<sup>22</sup> einer Deckentafel Typ 1c aus 6 Platten, 5 Rippen und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in Ober- und Untergurt**

Die elastische Grenzlaster nach Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017d) (s. Tabelle 12) und die des Stab-Verbund-Modells (s. Abbildung 132) sind auch bei dem ersten Beispiel des Tafeltyp 2.1 quasi identisch.

$$q_{el,d,PRB} = 3,28 \frac{kN}{m} \approx q_{el,d,Hall} = \frac{1,02 \, kN}{\frac{0,625m}{2}} = 3,26 \frac{kN}{m}$$

Bei dieser Tafel gibt es nur geringe Umlagerungsmöglichkeiten, so dass die Ergebnisse der Bestimmungsgleichungen und die des Stab-Verbund-Modells im elastischen und im voll plastischen Grenzzustand, der in diesem Fall dem Grenzzustand übermäßiger Verformungen entspricht, nur geringfügig voneinander abweichen. Zudem sind die Tragfähigkeitsgewinne bei Ausnutzung plastischer Reserven nur minimal größer als das 1,3-fache der elastischen Grenzlaster (vgl. Tabelle 12 und Abbildung 133), so dass die Annahme der elastischen Grenzlaster als Bemessungswert der Tragfähigkeit zwar zutreffend, aber nur in geringem Maße konservativ ist.

<sup>22</sup> s. Fußnote 21

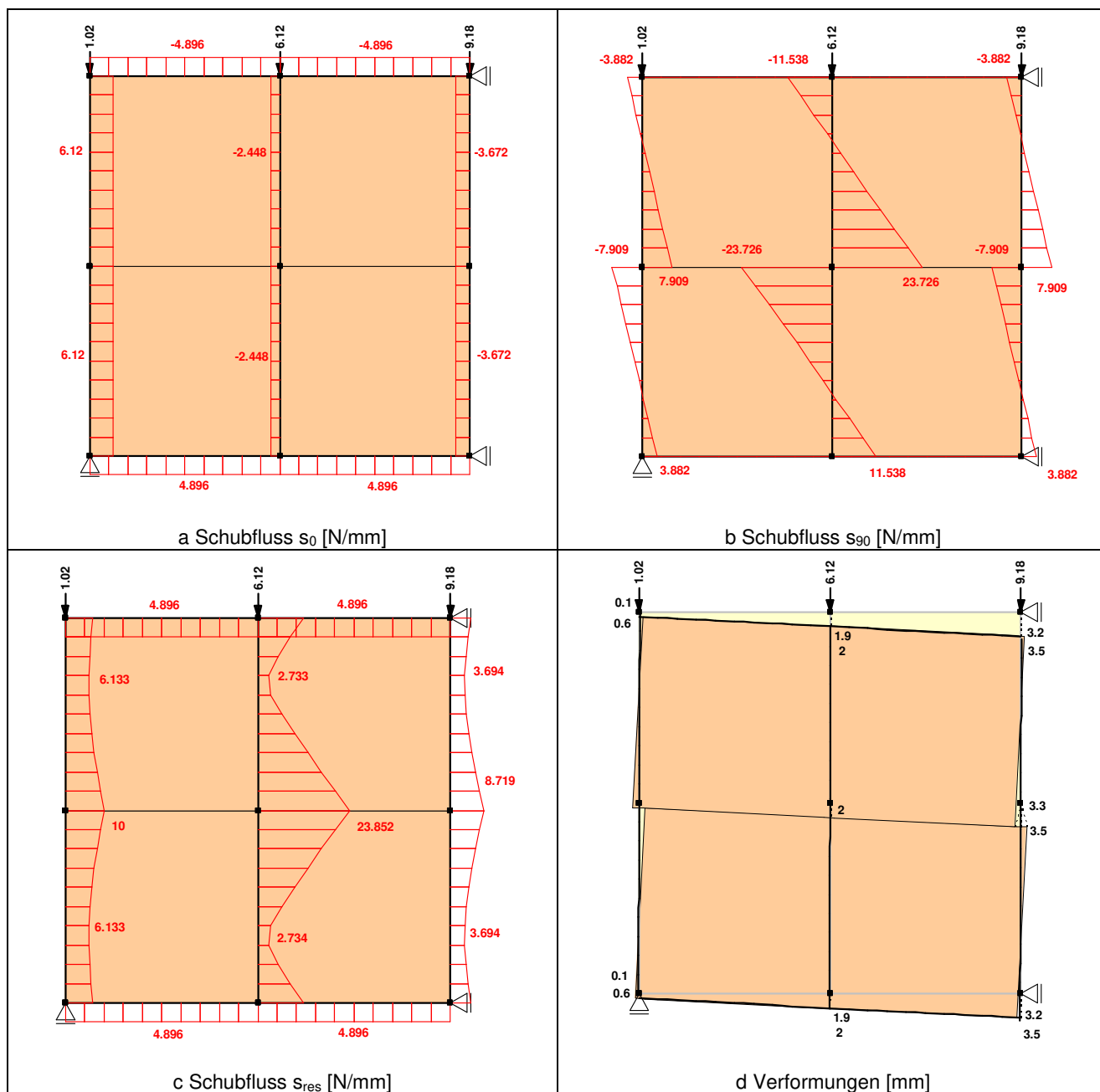
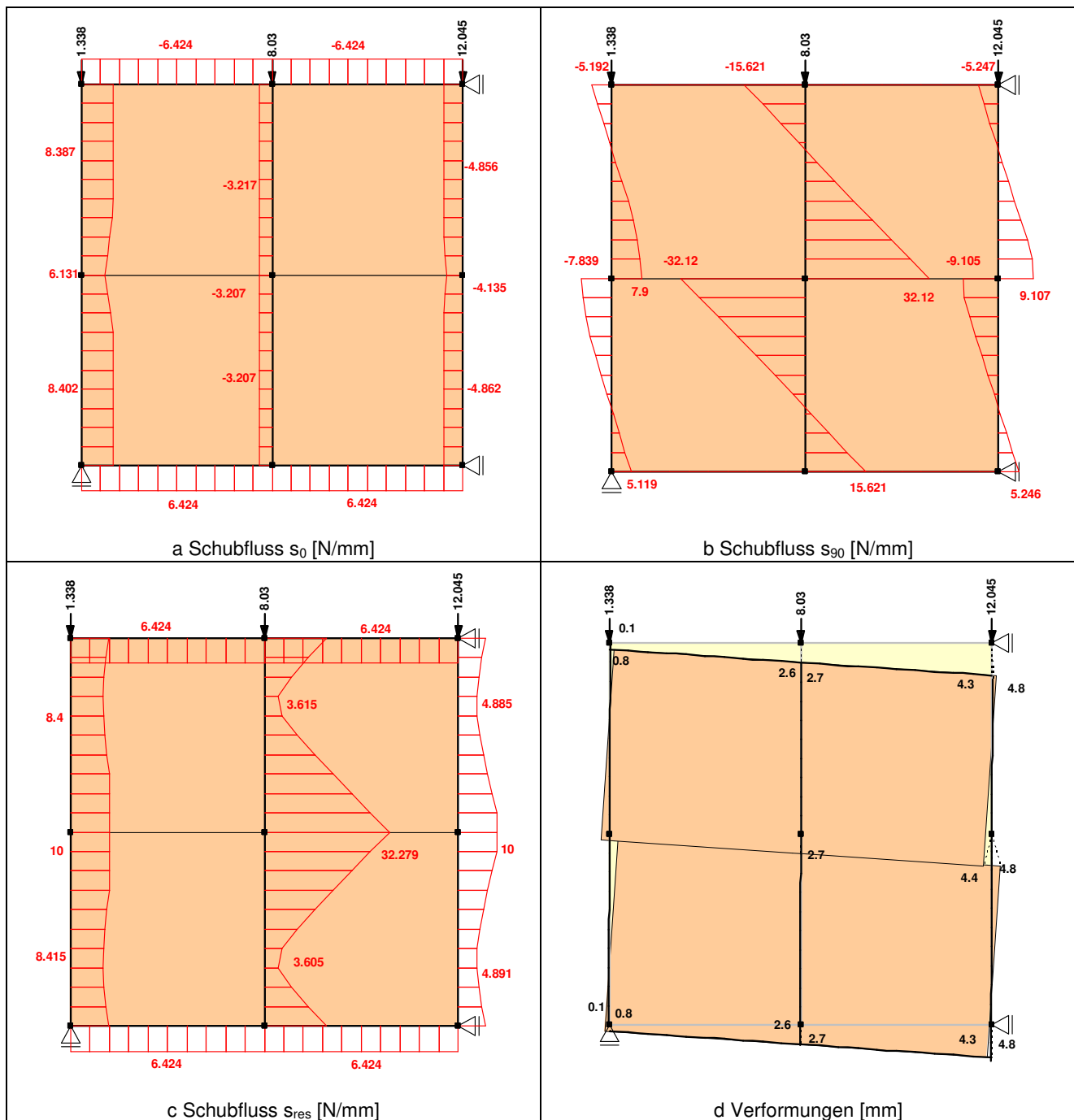


Abbildung 132: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel Typ 2.1 aus 4 Platten quer und 2 Platten parallel zur Lastrichtung, 5 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen.





**Abbildung 133: Grenzzustand übermäßiger Verformung (in diesem Fall auch voll plastischer Grenzzustand)<sup>23</sup> einer Deckentafel Typ 2.1 aus 4 Platten quer und 2 Platten parallel zur Lastrichtung, 5 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen.**

Auch bei der zweiten Variante des Tafeltypen 2.1 ergeben sich bei der elastischen Grenzlaster keine Unterschiede zwischen den Ergebnissen des Stab-Verbund-Modells (s. Abbildung 134) und der nach Kessel, Sieder, Colling und Janßen (2017d) (s. auch Tabelle 12).

$$q_{el,d,PRB} = 3,08 \frac{kN}{m} \approx q_{el,d,Hall} = \frac{2,57 kN}{0,833 m} = 3,08 \frac{kN}{m}$$

Aufgrund geringer, aber vorhandener Umlagerungsmöglichkeiten entspricht die Grenzlaster übermäßiger Verformung nach dem Stab-Verbund-Modell (s. Abbildung 135) der voll plastischen Grenzlaster entsprechend der Bestimmungsgleichung (s. auch Tabelle 12).

<sup>23</sup> s. Fußnote 21

$$q_{pl,d} = 4,27 \frac{kN}{m} \approx q_{1,5,d,Hall} = \frac{1,768 kN}{0,833 m/2} = 4,24 \frac{kN}{m}$$

Diese Grenzlaster ist mehr als das 1,3-fache der elastischen Grenzlaster nach beiden genannten Verfahren und somit ist auch für diese Tafel die Annahme der elastischen Grenzlaster als Bemessungswert der Tragfähigkeit konservativ.

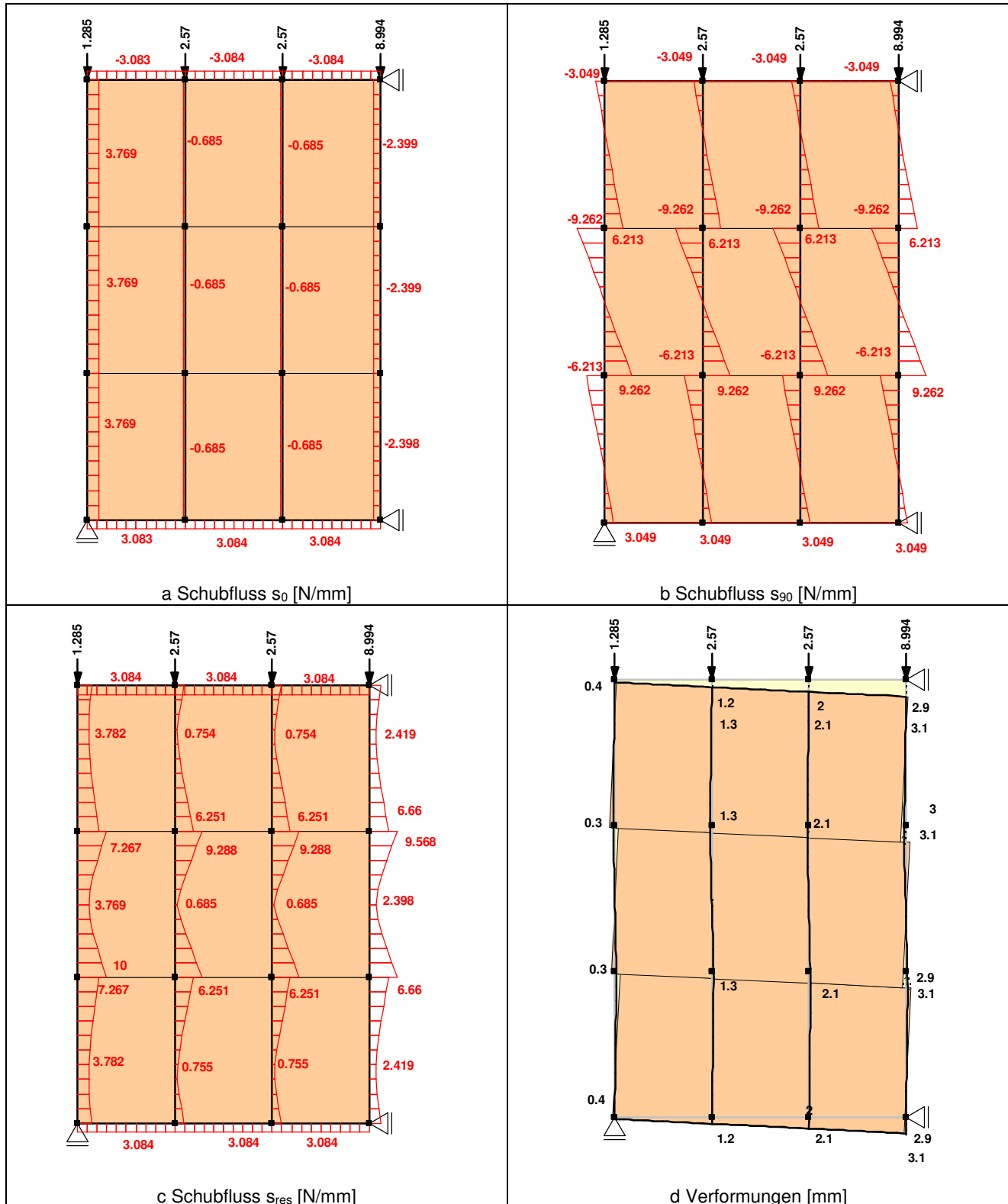
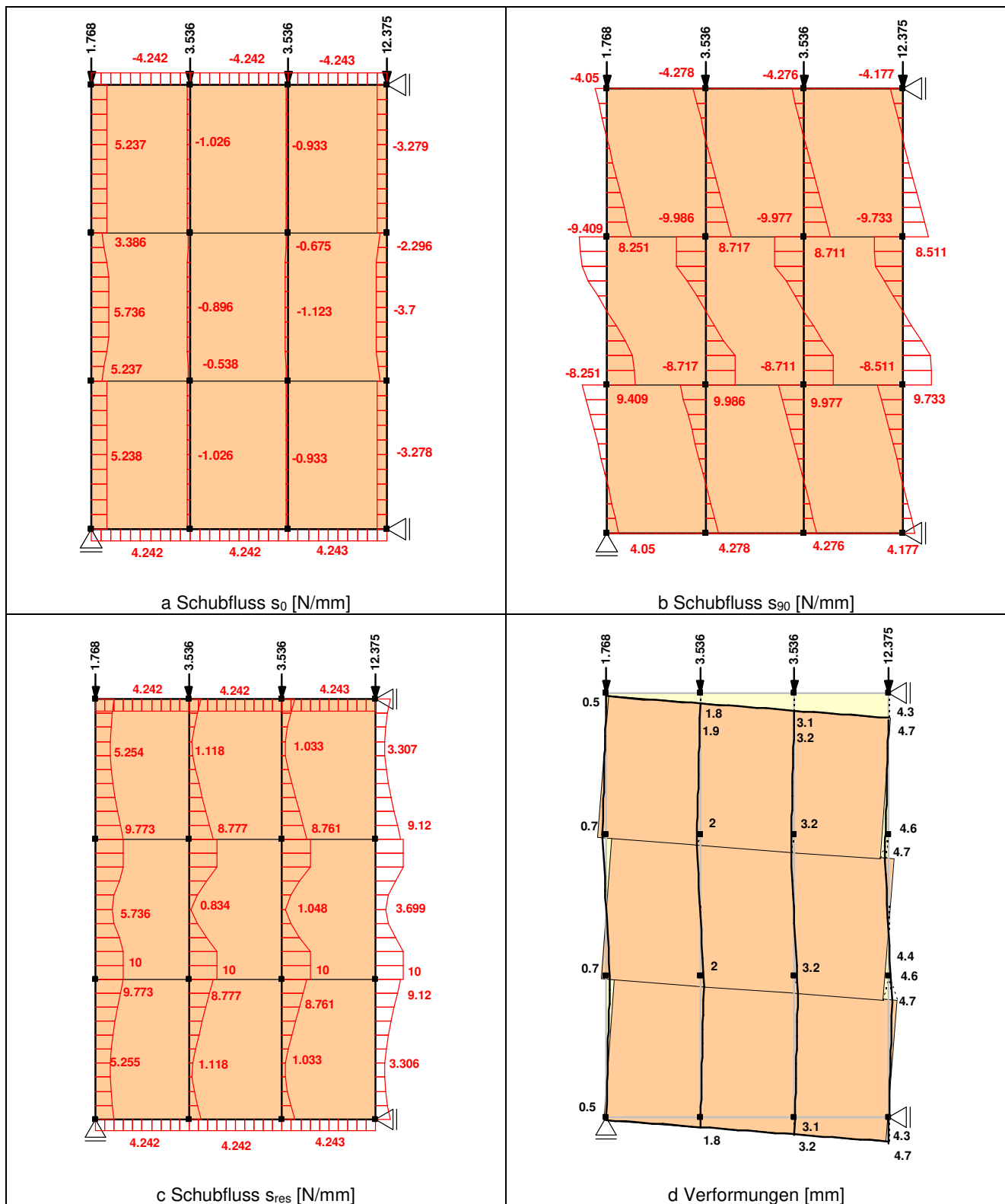


Abbildung 134: Elastischer Grenzzustand einer Deckentafel Typ 2.1 aus 4 Platten quer und 3 Platten parallel zur Lastrichtung, 4 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteilerrippen.



**Abbildung 135: Grenzzustand übermäßiger Verformung einer Deckentafel Typ 2.1 aus 4 Platten quer und 3 Platten parallel zur Lastrichtung, 4 Rippen je Platte und kontinuierlicher Lagerung der Randrippen mit Lasteinleitung in die Verteillrippen.**

Die Beispiele dieses Abschnitts zeigen, dass die Annahme die 1,3-fache elastische Grenzlaster als charakteristischen Wert der Beanspruchbarkeit für praxisübliche Tafeln anzusehen weitestgehend konservativ gewählt ist, sofern die 1,5-fachen Verschiebungen im elastischen Grenzzustand als Grenzzustand übermäßiger Verformungen akzeptiert werden.

Zur Verdeutlichung dieser Aussagen sind in Abbildung 136 die Last-Verschiebungsdiagramme der in diesem Kapitel behandelten Tafeltypen vergleichend aufgeführt. Es ist dabei zum einen erkennbar, dass die 1,3-fache elastische Grenzlasterlast nie größer als die voll plastische Grenzlasterlast ist, und zum anderen, dass die Verschiebungen der Tafel beim Erreichen dieser Last für jedes Beispiel geringer als die 1,5-fachen Verschiebungen im elastischen Grenzzustand sind.

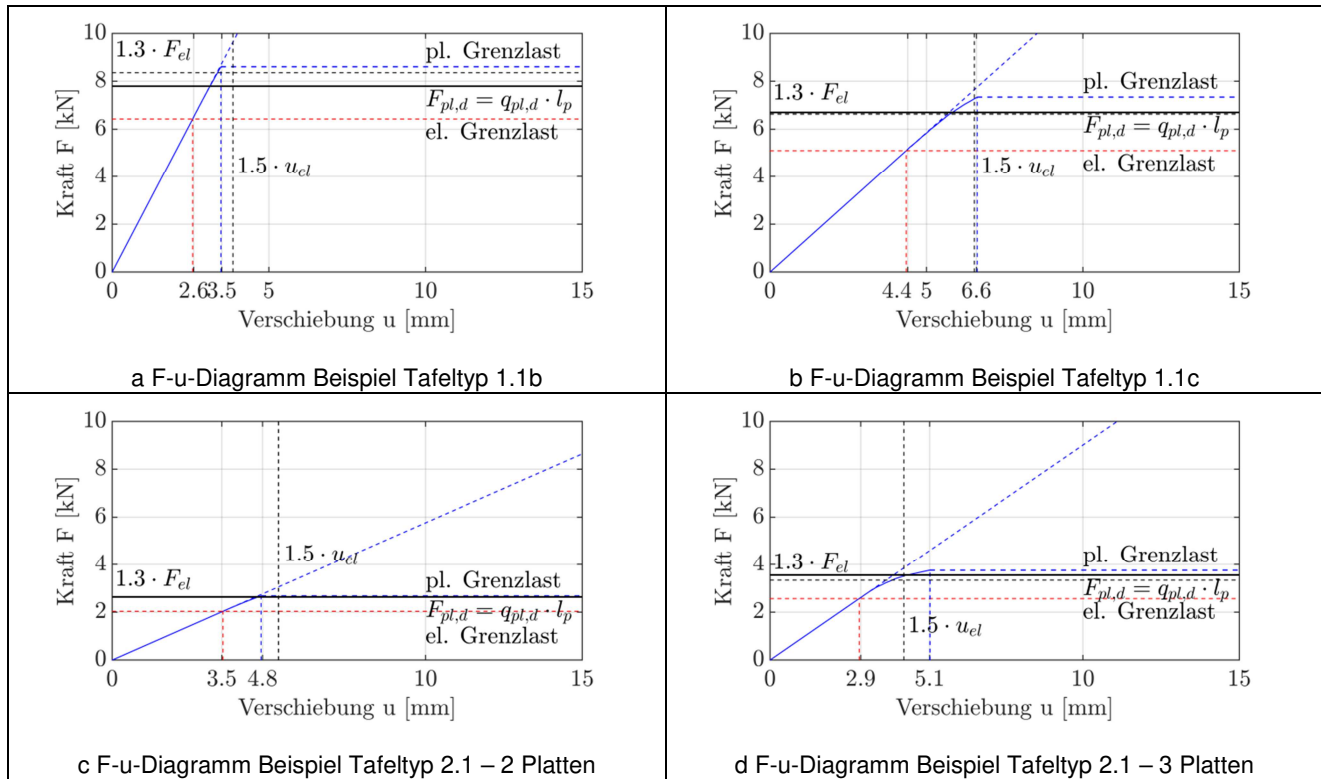


Abbildung 136: Gegenüberstellung F-u-Diagramme für die beispielhaften Tafeltypen dieses Abschnitts

## Anhang F Übersicht der Prüfkörper

### F.1 Prüfkörperbezeichnung

Beispielhaft am Prüfkörper B4.1 – A12,5 – N2,1 – 38 – R 140/140

B4.1	Bezeichnung des Prüfkörpertypen (s. Kapitel 4) und Versuchskörpernummer
A12,5	Plattenwerkstoff ( A = OSB/3-Platte ; B = Gipsfaserplatte; C=DWD-Platte) und Dicke in mm
N2,1	Verbindungsmittelart (N = Nägel, K = Klammern) und Durchmesser in mm
38	Abstand der Verbindungsmittel in Faserrichtung in mm
R 140/140	Abmessung der Rippen. h x b in mm
G	Gelenk in den Gurten (Zusatz)

### F.2 Verbindungen

**Tabelle 15: Übersicht der am LHT durchgeführten Verbindungsversuche (nach Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b))**

Serie	Plattenmaterial	Plattendicke t	Geschätzte Höchstlast $F_{est}$ der Verbindung	n
VB1	Gipsfaserplatte	12,5 mm	2,0 kN* 3,7 kN**	3
VB2	OSB/3-Platte	12 mm	3,5 kN	5
VB3	Holzfaserplatte	16 mm	4,0 kN	5
VB4	Gipsfaserplatte	18 mm	4,4 kN	5

\*Geschätzte Höchstlast des 1. Versuchs

\*\*Geschätzte Höchstlast des 2. und 3. Versuchs

### F.3 Kleintafeln B2

**Tabelle 16: Übersicht der am LHT durchgeführten Kleintafelversuche B2 (nach Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b))**

Plattenmaterial	Kennzeichnung der Versuchskörper	$a_1$ [mm]	Querschnittsbreite Mittelrippe in [mm]	$F_{est}$ [kN]	n
OSB/3 t = 12 mm	B2.13-A12-N2,1-38-R140/140	38	140	4,0	2
	B2.14-A12-N2,1-38-R140/140				
	B2.15-A12-N2,1-38-R60/140	38	60	4,0	2
	B2.16-A12-N2,1-38-R60/140				
	B2.17-A12-N2,1-38-R30/140	38	30	4,0	2
	B2.18-A12-N2,1-38-R30/140				
GF t = 18 mm	B2.1-B18-N2,1-38-R140/140	38	140	4,0	2
	B2.3-B18-N2,1-38-R140/140				
	B2.4-B18-N2,1-38-R60/140	38	60	4,0	2
	B2.8-B18-N2,1-38-R60/140				
	B2.5-B18-N2,1-38-R30/140	38	30	4,0	2
	B2.9-B18-N2,1-38-R30/140				

HF t = 16 mm	B2.2-C16-N2,1-38-R140/140	38	140	4,0	2
	B2.10-C16-N2,1-38-R140/140				
	B2.6-C16-N2,1-38-R60/140	38	60	4,0	2
	B2.11-C16-N2,1-38-R60/140				
	B2.7-C16-N2,1-38-R30/140	38	30	4,0	2
	B2.12-C16-N2,1-38-R30/140				

## F.4 Kleintafeln B3

Tabelle 17: Übersicht der am LHT durchgeführten Kleintafelversuche B3 (nach Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b))

Platten- material	Kennzeichnung der Versuchskörper	a <sub>1</sub> [mm]	Querschnittsbreite Mittelrippe in [mm]	F <sub>est</sub> [kN]	n
OSB/3 t = 12 mm	B3.1-A12-N2,1-30-R30/140	30	30	-	1
	B3.2-A12-N2,1-60-R30/140	60	30	-	1
	B3.3-A12-N2,1-30-R60/140	30	60	-	1
	B3.4-A12-N2,1-60-R60/140	60	60	-	1

## F.5 Kleintafeln B4

Tabelle 18: Übersicht der am LHT durchgeführten Kleintafelversuche B4 (nach Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b))

Platten- material	Kennzeichnung der Versuchskörper	a <sub>1</sub> [mm]	Querschnittsbreite Mittelrippe in [mm]	F <sub>est</sub> [kN]	n
OSB/3 t = 12,0 mm	B4.6-A12-N2,1-38-R90/140	38	90	-	1
	B4.4-A12-N2,1-38-R140/140	38	140	-	2
	B4.7-A12-N2,1-38-R140/140				
	B4.12-A12-N2,1-100-R60/140	100	60	-	1
	B4.13-A12-N2,1-100-R140/140	100	140	-	1
GF t = 12,5 mm	B4.5-B12,5-N2,1-70-R140/140	70	140	-	1
GF t = 18,0 mm	B4.10-B18-N2,1-38-R140/140	38	140	-	2
	B4.11-B18-N2,1-38-R140/140				
	B4.14-B18-N2,1-100-R60/140	100	60	-	1
	B4.15-B18-N2,1-100-R140/140	100	140	-	1
HF t = 16,0 mm	B4.8-C16-N2,1-38-R140/140	38	140	-	2
	B4.9-C16-N2,1-38-R140/140				
	B4.16-C16-N2,1-100-R60/140	100	60	-	1
	B4.17-C16-N2,1-100-R140/140	100	140	-	1

## F.6 Kleintafeln B5

**Tabelle 19: Übersicht der am LHT durchgeführten Kleintafelversuche B5 (nach Kessel, Schierbaum, Polatschek und Augustin (2017b))**

Platten- material	Kennzeichnung der Versuchskörper	a <sub>1</sub> [mm]	Querschnittsbreite Mittelrippe in [mm]	F <sub>est</sub> [kN]	n
OSB/3 t = 12,0 mm	B5.1-A12-N2,1-60-R140/140-G	60	140	-	1
	B5.2-A12-N2,1-60-R140/140	60	140	-	1
	B5.3-C16-N2,1-60-R140/140-G	60	140	-	2
	B5.4-C16-N2,1-60-R140/140-G				
	B5.5-C16-N2,1-60-R80/140-G	60	80	-	2
	B5.6-C16-N2,1-60-R80/140-G				
HF t = 16,0 mm	B5.7-C16-N2,1-60-R140/140	60	140	-	2
	B5.8-C16-N2,1-60-R140/140				
	B5.9-C16-N2,1-60-R80/140	60	80	-	2
	B5.10-C16-N2,1-60-R80/140				
	B5.11-C16-N2,1-60-R140/140*	60	140	-	2
	B5.12-C16-N2,1-60-R140/140*				

\*Lasteinleitung nicht in die Rippen, sondern in die Platten